1-2.GYAKORLAT

Az ideális keresztmetszet (I. feszültségi állapot)

Bevezetés:

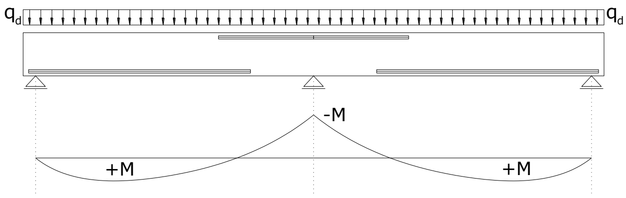
- a vasbeton két egymástól eltérő tulajdonságú anyag, a beton és az acél, egyesítése

- a két anyag együttes felhasználása úgy történik, hogy azok előnyös tulajdonságai domináljanak és szerencsésen semlegesítsék egymás hátrányos tulajdonságait

- a beton kő jellegű anyag, azaz nyomásnak jól ellenálló, de a húzószilárdsága kicsi

- az acélnak mind a húzó- mind a nyomószilárdsága jó, de korrodálódik és nagy nyomásnak alávetve kihajlik, azaz stabilitásvesztés jöhet létre

- a beton gátolja az acél korrózióját, az acélbetét pedig pótolja a beton rossz húzószilárdságát, mégpedig úgy, hogy a vb.szerkezetben minden olyan helyen ahol húzófeszültségek lépnek fel acélbetétet (vasalást) kell elhelyezni a húzófeszültségek irányában a húzóerők felvételére



nyomatéki ábra
húzott oldalon!!

- természetesen ahhoz, hogy a vb. szerkezet jól működjön, azaz, hogy a külső terhelésből származó húzásokat az acél, a nyomásokat a beton vegye fel, a két anyag együtt kell, hogy dolgozzon. Az együttdolgozás egyik elsődleges feltétele, hogy a két anyag hőtágulási együtthatója közel azonos. A másik feltétel pedig, hogy tapadás alakuljon ki az acél és a beton érintkezési felületén. Ennek a tapadásnak a mértéke függ a beton felületi kialakításától (sima, bordás) és hogy milyen mértékben van beágyazódva az acél a betonba. A megfelelő tapadást a betontakarás és a lehorgonyzási hossz biztosítja, ezek nagyságát a szerkesztési szabályok határozzák meg.

- vb tartó viselkedése a terhelés (feszültségek) növekedésével változik

- a terhelés kezdetén, kis igénybevételeknél még a keletkező feszültségek arányosak az alakváltozásokkal, azaz érvényes a Hooke-törvény; a beton és az acél együttdolgozik és egészen addig, amíg a húzófeszültségek nem érik el a beton húzószilárdságát, a km. repedésmentes

- ezt az állapotot rugalmas, repedésmenetes feszültségi állapotnak nevezzük

- mivel repedésmentes → medencék, víztározók, vb csövek méretezésekor használatos

Az I. fesz. állapot vizsgálata során az alábbi feltevésekből indulunk ki:

- a sík keresztmetszetek a hajlítás után is síkok maradnak (Bernoulli-törvénye)
- a beton és a betonacél rugalmasan viselkedik
- a keresztmetszet repedésmentes

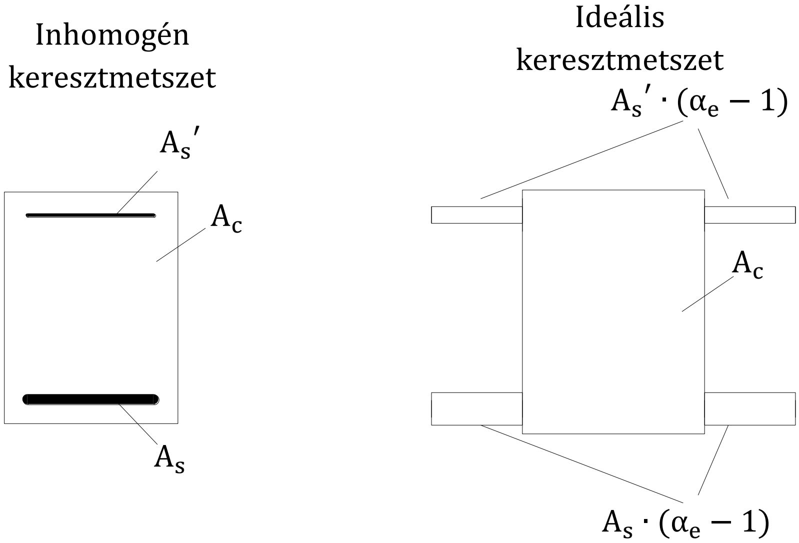
A km. inhomogén, de jó közelítéssel homogénnek tekinthető. A vizsgálatot ugyanis a homogén és rugalmas anyagú tartóra vonatkozó szilárdságtani ismeretekkel végezzük el. De ehhez azonban a betonból és acélból álló inhomogén km.-et valóban homogénné kell átalakítani. Ehhez a beton és az acél együttdolgozását használjuk fel. Az ábrán látható km. esetén a vasak helyén a beton és az acélbetét fajlagos alakváltozása azonos, vagyis $\varepsilon_s=\varepsilon_c$, mivel I. fesz állapotban az anyag rugalmas, a Hooke-törvény értelmében: $\varepsilon_S = \dfrac{\sigma_S}{E_S}$ $\quad \varepsilon_C = \dfrac{\sigma_C}{E_C}$

az acélbetétben keletkező feszültség tehát: $\sigma_S = \frac{E_S}{E_C} \cdot \sigma_C = \alpha_E \cdot \sigma_C$

- az acélbetétben ébredő feszültség α-szorosa az ugyanazon a helyen keletkező betonfeszültségnek. Számítástechnikailag ez azt jelenti, hogy egysényi betonacél km. α-szoros beton km.-nek felel meg. Tehát úgy tudunk homogenizálni, azaz előállítani az ideális km.-t, hogy a beton km.-hez hozzáadjuk az acél km. (α-1)-szeresét.

(α-1)xAs : helyettesítő beton km. az egyes acélbetétek tengelyében elhelyezkedőnek kell

- ezt követően az A_i-t a rugalmasságtan elvei szerint kezeljük és mint homogén és rugalmas anyagra számítani tudjuk a súlypontot, inerciát, km-i jellemzőket…



Ideális keresztmetszeti terület:

$$A_i = b \cdot h + A_s \cdot (\alpha_e - 1) + A_s' \cdot (\alpha_e - 1) = b \cdot h + (\alpha_e - 1) \cdot (A_s + A_s')$$

Statikai nyomaték a felső (nyomott) szélső szálra:

$$S_i = b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d + A_s' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d'$$

Ideális keresztmetszet súlypontja:

$$e_i = \frac{S_i}{A_i}$$

Ideális keresztmetszet inercianyomatéka (*Steiner-tétel!*):

$$I_i = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - e_i\right)^2 + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (d - e_i)^2 + A_s' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (e_i - d')^2$$

Megjegyzés: Feladatunkban a nyomott betonacél szerelő jellegű vasalás, így ennek a hatását a továbbiakban elhanyagoljuk, nem vesszük számításba.

I.FESZÜLTSÉGI ÁLLAPOT

Határozzuk meg az alábbi keresztmetszet <u>szélsőszál-feszültségeit</u> és <u>repesztőnyomatékát</u> I. feszültségi állapotban!

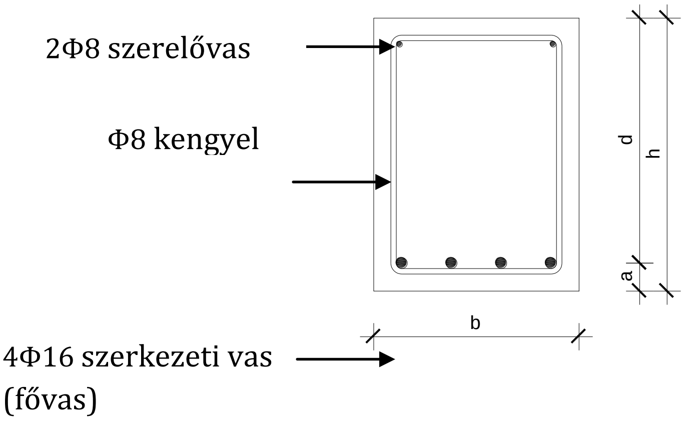
$M_{Ed} = 18\ \mathrm{kNm} = 18 \cdot 10^6\ \mathrm{Nmm}$

Betonminőség: C20/25

- $f_{ctm} = 2{,}2\ \mathrm{N/mm^2}$
- $f_{ck} = 20\ \mathrm{N/mm^2}$
- $E_{c,eff} = 8500\,\mathrm{N/mm^2}$

Betonacél: B500

- $f_{yk} = 500\ \mathrm{N/mm^2}$
- $E_s = 200000\ \mathrm{N/mm^2}$
- $A_s = 4 \cdot \frac{16^2 \cdot \pi}{4} = 804{,}25\ \mathrm{mm^2}$



$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{200000}{8500} = 23{,}53$$

Keresztmetszeti méretek:

$b = 300\ \mathrm{mm}$

$h = 400\ \mathrm{mm}$

Betontakarás:

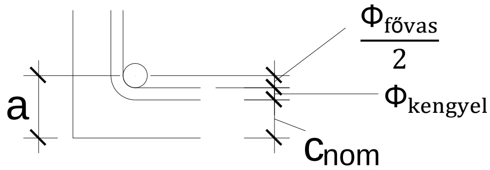
$c_{nom} = 25\ \mathrm{mm}$

Alkalmazott kengyelátmérő:

$\Phi_{kengyel} = 8\ \mathrm{mm}$

Betonacélok súlyponti távolsága az alsó szélső száltól:

$a = c_{nom} + \Phi_{kengyel} + \frac{\Phi_{fővas}}{2} = 25 + 8 + \frac{16}{2} = 41\ \mathrm{mm}$



Betonacélok súlyponti távolsága az felső szélső száltól:

$d = h - a = 400 - 41 = 359\ \mathrm{mm}$

1. <u>Geometriai jellemzők (*szerelővas elhanyagolva*):</u>

Ideális keresztmetszeti terület:

$A_i = b \cdot h + A_s \cdot (\alpha_e - 1) = 300 \cdot 400 + 804{,}25 \cdot (23{,}53 - 1) = 138119{,}75\ \mathrm{mm^2}$

Statikai nyomaték a felső (nyomott) szélső szálra:

$$S_i = b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d = 300 \cdot 400 \cdot \frac{400}{2} + 804{,}25 \cdot (23{,}53 - 1) \cdot 359$$
$$= 30{,}505 \cdot 10^6\ \mathrm{mm^3}$$

Ideális keresztmetszet súlypontja:

$$e_i = \frac{S_i}{A_i} = \frac{30{,}505 \cdot 10^6}{138119{,}75} = 220{,}9\ \mathrm{mm}$$

Ideális keresztmetszet inercianyomatéka:

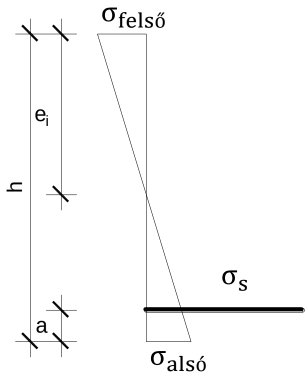
$$I_i = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - e_i\right)^2 + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (d - e_i)^2$$

$$= \frac{300 \cdot 400^3}{12} + 300 \cdot 400 \cdot \left(\frac{400}{2} - 220{,}9\right)^2 + 804{,}25 \cdot (23{,}53 - 1) \cdot (359 - 220{,}9)^2 = 1{,}998 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

2. Repesztőnyomaték:

$$M_{cr} = f_{ctm} \cdot \frac{I_i}{(h - e_i)} = 2{,}2 \cdot \frac{1{,}998 \cdot 10^9}{(400 - 220{,}9)} = 24{,}54 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 24{,}54 \text{ kNm}$$

3. Szélsőszál-feszültségek:



Betonban keletkező szélsőszál-feszültségek:

$$\sigma_{alsó} = \frac{M_{Ed}}{I_i} \cdot (h - e_i) = \frac{18 \cdot 10^6}{1{,}998 \cdot 10^9} \cdot (400 - 220{,}9) = 1{,}61 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{felső} = \frac{M_{Ed}}{I_i} \cdot e_i = \frac{18 \cdot 10^6}{1{,}998 \cdot 10^9} \cdot 220{,}9 = 1{,}99 \text{ N/mm}^2$$

Betonacélban keletkező szélsőszál-feszültség:

$$\sigma_s = \frac{M_{Ed}}{I_i} \cdot (h - e_i - a) \cdot \alpha_e = \frac{18 \cdot 10^6}{1{,}998 \cdot 10^9} \cdot (400 - 220{,}9 - 41) \cdot 23{,}53 = 29{,}27 \text{ N/mm}^2$$

II. FESZÜLTSÉGI ÁLLAPOT

- a terhelés további növekedésével a beton húzott szélső szálában keletkező feszültség meghaladja a beton húzószilárdságát → a beton a húzott zónában bereped, a berepedt rész nem vesz részt az erőjátékban

- a nyomott betonöv és az acél továbbra is rugalmasan viselkedik, Hooke-törvény érvényben marad

- rugalmas, berepedt feszültség állapot

- a számításainkban idealizált homogén keresztmetszettel számolunk, de abba már a berepedt húzott betonzóna nem számít bele (semleges tengelyig)

- tehát olyan homogén, rugalmas anyagot tételezünk fel, amelynél α_E-szeres keresztmetszetű húzott acélbetétek, és a semleges tengelyig terjedő nyomott beton zóna dolgozik

- olyan tartóknál amelyeknél a betonban húzófeszültség nem keletkezik (központosan nyomott elemek) a II. fesz állapot nem alakul ki

- még ritkábban használjuk, mint I.-est, repedéskorlátozási és merevségi vizsgálatoknál

- ezen állapot határát jelentő M_{rH} nyomaték a rugalmas állapot határnyomatéka

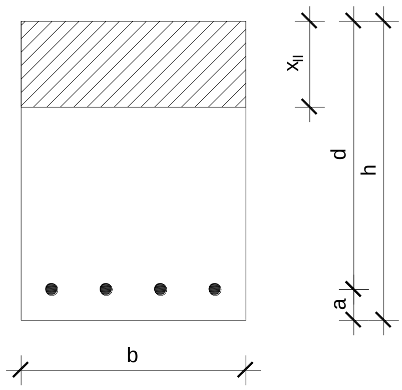
Határozzuk meg az alábbi keresztmetszet szélsőszál-feszültségeit II. feszültségi állapotban!

$M_{Ed} = 40\ \text{kNm} = 40 \cdot 10^6\ \text{Nmm}$

$M_{cr} = 24{,}54\ \text{kNm}$ (ld. előző feladat)

Ha az igénybevétel $M_{Ed} > M_{cr}$, a húzott oldali beton bereped, a keresztmetszet a II. feszültségi állapotba kerül. *Megjegyzés: A II. feszültségi (berepedt) állapot miatt a vasbetonszerkezetek viselkedése (és tervezése) alapvetően eltér az acél- és faszerkezetektől.*

A II. feszültségi állapothoz tartozó nyomott betonzóna magasságát abból kiindulva határozzuk meg, hogy a statikai nyomaték a súlyponti tengelyre 0. (a súlyponti tengely és a nyomott betonzóna határa egybeesik).



$$b \cdot x_{II} \cdot \frac{x_{II}}{2} - \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II}) = 0$$

$$300 \cdot \frac{x_{II}^2}{2} - 23{,}53 \cdot 804{,}25 \cdot (359 - x_{II}) = 0$$

$$150 \cdot x_{II}^2 + 18924 \cdot x_{II} - 6793716{,}9 = 0$$

$$x_{II}^2 + 126{,}2 \cdot x_{II} - 45291{,}5 = 0$$

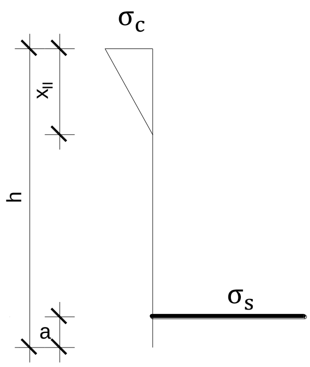
A nyomott betonzóna magassága *(Megjegyzés: tiszta hajlítás esetén a nyomott betonzóna magassága független a külső terheléstől)*:

$$x_{II} = \frac{-126{,}2 \pm \sqrt{126{,}2^2 + 4 \cdot 45291{,}5}}{2} = 158{,}9\ \text{mm}$$

Ideális keresztmetszet inercianyomatéka:

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 = \frac{300 \cdot 158{,}9^3}{3} + 23{,}53 \cdot 804{,}25 \cdot (359 - 158{,}9)^2$$
$$= 1{,}158 \cdot 10^9\ \text{mm}^4$$

Betonban keletkező szélsőszál-feszültség:



$$\sigma_c = \frac{M_{Ed}}{I_{II}} \cdot x_{II} = \frac{40 \cdot 10^6}{1{,}158 \cdot 10^9} \cdot 158{,}9 = 5{,}49\ \mathrm{N/mm^2}$$

Betonacélban keletkező szélsőszál-feszültség:

$$\sigma_s = \frac{M_{Ed}}{I_{II}} \cdot (h - x_{II} - a) \cdot \alpha_e = \frac{40 \cdot 10^6}{1{,}158 \cdot 10^9} \cdot (400 - 158{,}9 - 41) \cdot 23{,}53$$
$$= 162{,}6\ \mathrm{N/mm^2}$$

Beton képlékenyedéséhez tartozó határnyomaték (M_1):

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20}{1{,}5} = 13{,}33\ \mathrm{N/mm^2}$$

$$M_1 = \frac{I_{II}}{x_{II}} \cdot f_{cd} = \frac{1{,}158 \cdot 10^9}{158{,}9} \cdot 13{,}33 = 97{,}14 \cdot 10^6\ \mathrm{Nmm} = 97{,}14\ \mathrm{kNm}$$

Betonacél folyásához tartozó határnyomaték (M_2):

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1{,}15} = 434{,}78\ \mathrm{N/mm^2}$$

$$M_2 = \frac{I_{II}}{(d - x_{II})} \cdot \frac{f_{yd}}{\alpha_e} = \frac{1{,}158 \cdot 10^9}{(359 - 158{,}9)} \cdot \frac{434{,}78}{23{,}53} = 106{,}93 \cdot 10^6\ \mathrm{Nmm} = 106{,}93\ \mathrm{kNm}$$

A II. feszültségi állapothoz tartozó határnyomaték a két határnyomaték közül a kisebb érték:

$$M_{II} = \min(M_1; M_2) = (97{,}14; 106{,}93) = 97{,}14\ \mathrm{kNm}$$