

1. Négyzög keresztmetszet ellenőrzése III. feszültségi állapotban

(normálisan vasalt)

$$M_{Ed} = 100 \text{ kNm}$$

$$h = 370 \text{ mm}$$

$$b = 250 \text{ mm}$$

BETON: C20/25

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20}{1,5} = 13,3 \text{ N/mm}^2$$

$$d_g = 16 \text{ mm}$$

BETONACÉL: B500

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ N/mm}^2$$

$$\xi_0 = 0,493$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{434,78}{200000} = 2,17 \text{ ‰}$$

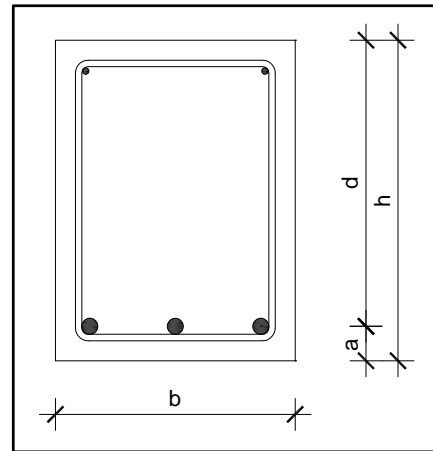
$$c_{nom} = 25 \text{ mm}$$

$$\Phi_k = 8 \text{ mm}$$

$$a_{tényl} = c_{nom} + \Phi_k + \frac{\Phi_f}{2} = 25 + 8 + \frac{20}{2} = 43 \text{ mm}$$

$$d_{tényl} = h - a = 370 - 43 = 327 \text{ mm}$$

$$A_s = 3\emptyset 20 = 942 \text{ mm}^2$$



Minimális és maximális vasmenység ellenőrzése:

$$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot b_t \cdot d = 1,5\text{‰} \cdot 250 \cdot 327 = \frac{1,5}{1000} \cdot 250 \cdot 327 = 122,6 \text{ mm}^2$$

A ρ paraméter az ún. vashányad, ami megmutatja a vasmenység keresztmetszethez viszonyított arányát (dimenzió nélküli mennyiség).

$$\rho = \frac{A_s}{A_c}$$

$$A_{s,max} = 0,04 \cdot A_c = 0,04 \cdot 250 \cdot 370 = 3700 \text{ mm}^2$$

$$A_{s,min} = 122,6 < A_s = 942 < A_{s,max} = 3700$$

Vetületi egyenlet a nyomott betonzóna magasságának számítására:

$$N = H$$

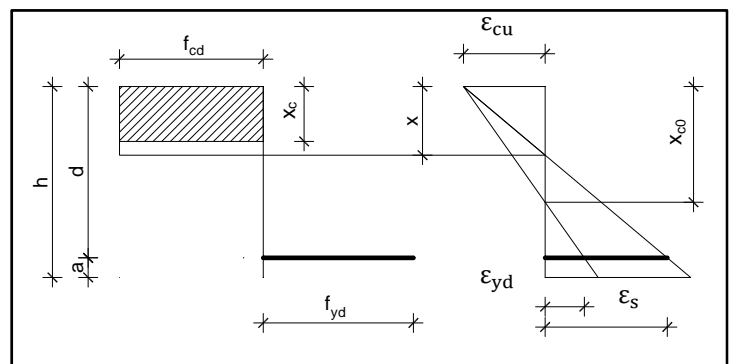
$$b \cdot x_{III} \cdot f_{cd} = A_{s,alk} \cdot f_{yd} \text{ (azt feltételezzük, hogy a betonacélok megfolynak)}$$

$$x_{III} = \frac{A_{s,alk} \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}} = \frac{942 \cdot 434,78}{250 \cdot 13,33} = 123 \text{ mm} < x_0 = \xi_0 \cdot d = 0,493 \cdot 327 = 161 \text{ mm}$$

tehát a betonacélok tényleg megfolynak.

A semleges tengely helye:

$$x = \frac{x_c}{0,8} = \frac{123}{0,8} = 154 \text{ mm}$$





Háromszögek hasonlósága miatt:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d - x}$$

A betonacélok megnyúlása:

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} \cdot (d - x) = \frac{3,5 \text{ ‰}}{154} \cdot (327 - 154) = 3,93 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_s = 3,93 \text{ ‰} > \varepsilon_{yd} = 2,17 \text{ ‰}$$

Itt is látszik, hogy a betonacélok átlélik a rugalmassági határt, vagyis megfolynak.

Nyomatéki teherbírás, törőnyomaték számítása:

$$M_{Rd} = b \cdot x_{III} \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_{III}}{2} \right) = 250 \cdot 123 \cdot 13,33 \cdot \left(327 - \frac{123}{2} \right) = 108759786 \text{ Nmm} = 108,8 \text{ kNm} > M_{Ed} \\ = 100 \text{ kNm}$$

2. Négyzög keresztmetszet ellenőrzése III. feszültségi állapotban

(túlvasalt)

$$M_{Ed} = 100 \text{ kNm}$$

$$h = 370 \text{ mm}$$

$$b = 250 \text{ mm}$$

BETON: C20/25

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20}{1,5} = 13,3 \text{ N/mm}^2$$

$$d_g = 16 \text{ mm}$$

BETONACÉL: B500

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ N/mm}^2$$

$$\xi_0 = 0,493$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{434,78}{200000} = 2,17 \text{ ‰}$$

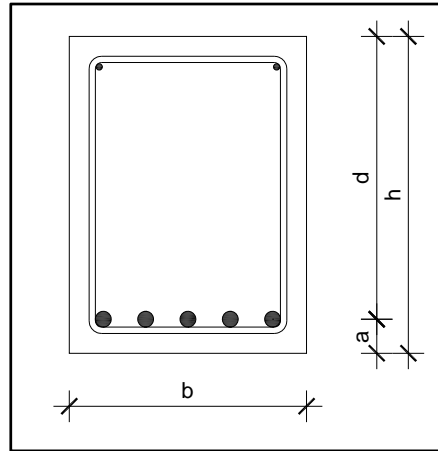
$$c_{nom} = 25 \text{ mm}$$

$$\Phi_k = 8 \text{ mm}$$

$$a_{tényl} = c_{nom} + \Phi_k + \frac{\Phi_f}{2} = 25 + 8 + \frac{20}{2} = 43 \text{ mm}$$

$$d_{tényl} = h - a = 370 - 43 = 327 \text{ mm}$$

$$A_s = 5\phi 20 = 1571 \text{ mm}^2$$



Minimális és maximális vasmenyiség ellenőrzése:

$$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot b_t \cdot d = 1,5\% \cdot 250 \cdot 327 = \frac{1,5}{1000} \cdot 250 \cdot 327 = 122,6 \text{ mm}^2$$

$$A_{s,max} = 0,04 \cdot A_c = 0,04 \cdot 250 \cdot 370 = 3700 \text{ mm}^2$$

$$A_{s,min} = 122,6 < A_s = 1571 < A_{s,max} = 3700$$

Vetületi egyenlet a nyomott betonzóna magasságának számítására:

$$N = H$$

$$b \cdot x_{III} \cdot f_{cd} = A_{s,alk} \cdot f_{yd} \text{ (azt feltételezzük, hogy a betonacélok megfolynak)}$$

$$x_{III} = \frac{A_{s,alk} \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}} = \frac{1571 \cdot 434,78}{250 \cdot 13,33} = 205 \text{ mm} > x_0 = \xi_0 \cdot d = 0,493 \cdot 327 = 161 \text{ mm}$$

tehát a betonacélok nem folynak meg!

Ebben az esetben a betonacéloknak ébredő feszültsége nem éri el az f_{yd} folyáshatárt, ezért redukálni kell a bennük ébredő feszültséget. A betonacéloknak ébredő feszültsége:

$$\sigma_s = \frac{560}{\xi_c} - 700$$

Vetületi egyenlet a nyomott betonzóna magasságának számítására:

$$N = H$$

$$b \cdot x_{III} \cdot f_{cd} = A_{s,alk} \cdot \sigma_s = A_{s,alk} \cdot \left(\frac{560}{\xi_c} - 700 \right) \text{ (azt feltételezzük, hogy a betonacélok nem folynak meg)}$$

$$b \cdot x_{III} \cdot f_{cd} = A_{s,alk} \cdot \left(\frac{560 \cdot d}{x_{III}} - 700 \right)$$

$$b \cdot x_{III} \cdot f_{cd} = \frac{A_{s,alk} \cdot 560 \cdot d}{x_{III}} - 700 \cdot A_{s,alk}$$

$$b \cdot x_{III}^2 \cdot f_{cd} = A_{s,alk} \cdot 560 \cdot d - 700 \cdot A_{s,alk} \cdot x_{III}$$

$$b \cdot f_{cd} \cdot x_{III}^2 + 700 \cdot A_{s,alk} \cdot x_{III} - A_{s,alk} \cdot 560 \cdot d = 0$$

$$x_{III}^2 + \frac{700 \cdot A_{s,alk}}{b \cdot f_{cd}} \cdot x_{III} - \frac{A_{s,alk} \cdot 560 \cdot d}{b \cdot f_{cd}} = 0$$

$$x_{III}^2 + \frac{700 \cdot 1571}{250 \cdot 13,33} \cdot x_{III} - \frac{1571 \cdot 560 \cdot 327}{250 \cdot 13,33} = 0$$

$$x_{III}^2 + 330 \cdot x_{III} - 86326 = 0$$

$x_{III} = 171,97 \text{ mm} > x_0 = \xi_0 \cdot d = 0,493 \cdot 327 = 161 \text{ mm}$, vagyis helyes volt az a feltételezésünk, hogy a betonacélok nem folynak meg.

A betonacélban ébredő feszültség:

$$\sigma_s = \frac{560}{\xi_c} - 700 = \frac{560 \cdot d}{x_{III}} - 700 = \frac{560 \cdot 327}{171,97} - 700 = 364,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < f_{yd} = 434,78 \text{ N/mm}^2$$

A semleges tengely helye:

$$x = \frac{x_c}{0,8} = \frac{171,97}{0,8} = 215 \text{ mm}$$

Háromszögek hasonlósága miatt:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d - x}$$

A betonacélok megnyúlása:

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} \cdot (d - x) = \frac{3,5 \text{ ‰}}{215} \cdot (327 - 215) = 1,82 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_s = 1,82 \text{ ‰} < \varepsilon_{yd} = 2,17 \text{ ‰}$$

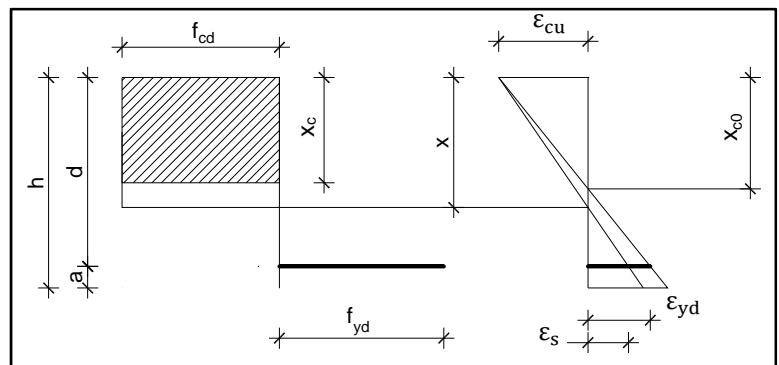
Itt is látszik, hogy a betonacélok nem érik a rugalmassági határt, vagyis nem folynak meg.

Nyomatéki teherbírás, törőnyomaték számítása:

$$M_{Rd} = b \cdot x_{III} \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_{III}}{2} \right) = 250 \cdot 171,97 \cdot 13,33 \cdot \left(327 - \frac{171,97}{2} \right) = 138123292,4 \text{ Nmm} = 138,1 \text{ kNm}$$

$$> M_{Ed} = 100 \text{ kNm}$$

Habár a keresztmetszet nyomatéki teherbírása nagyobb, mint az azt terhelő nyomaték tervezési értéke, RIDEGTÖRÉS veszélye áll fenn, mert a betonacélok nem folynak meg a tönkremenetel pillanatában. Ebben az esetben a tönkremenetel nem látható előre, mert nem jár vele nagy alakváltozás.



3. Négyzög keresztmetszet ellenőrzése III. feszültségi állapotban

(gyengén vasalt)

$$M_{Ed} = 100 \text{ kNm}$$

$$h = 370 \text{ mm}$$

$$b = 250 \text{ mm}$$

$$\text{BETON: C20/25}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20}{1,5} = 13,3 \text{ N/mm}^2$$

$$d_g = 16 \text{ mm}$$

$$\text{BETONACÉL: B500}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ N/mm}^2$$

$$\xi_0 = 0,493$$

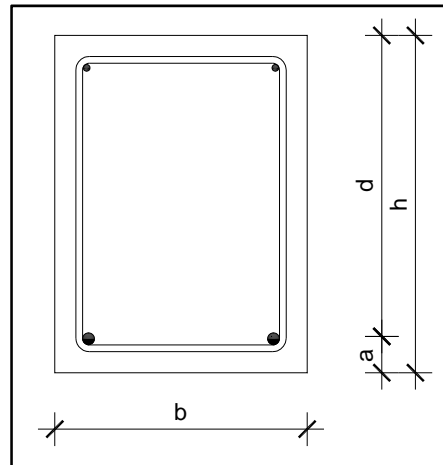
$$c_{nom} = 25 \text{ mm}$$

$$\Phi_k = 8 \text{ mm}$$

$$a_{tényl} = c_{nom} + \Phi_k + \frac{\Phi_f}{2} = 25 + 8 + \frac{14}{2} = 40 \text{ mm}$$

$$d_{tényl} = h - a = 370 - 40 = 330 \text{ mm}$$

$$A_s = 2\Phi 14 = 308 \text{ mm}^2$$



Minimális és maximális vasmenyiség ellenőrzése:

$$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot b_t \cdot d = 1,5\% \cdot 250 \cdot 329 = \frac{1,5}{1000} \cdot 250 \cdot 330 = 123,8 \text{ mm}^2$$

$$A_{s,max} = 0,04 \cdot A_c = 0,04 \cdot 250 \cdot 370 = 3700 \text{ mm}^2$$

$$A_{s,min} = 123,8 < A_s = 308 < A_{s,max} = 3700$$

Vetületi egyenlet a nyomott betonzóna magasságának számítására:

$$N = H$$

$$b \cdot x_{III} \cdot f_{cd} = A_{s,alk} \cdot f_{yd} \text{ (azt feltételezzük, hogy a betonacélok megfolynak)}$$

$$x_{III} = \frac{A_{s,alk} \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}} = \frac{308 \cdot 434,78}{250 \cdot 13,33} = 40 \text{ mm} > x_0 = \xi_0 \cdot d = 0,493 \cdot 330 = 163 \text{ mm}$$

tehát a betonacélok megfolynak.

Nyomatéki teherbírás, törőnyomaték számítása:

$$M_{Rd} = b \cdot x_{III} \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_{III}}{2}\right) = 250 \cdot 40 \cdot 13,33 \cdot \left(330 - \frac{40}{2}\right) = 41323000 \text{ Nmm} = 41,3 \text{ kNm} < M_{Ed} \\ = 100 \text{ kNm}$$

A keresztmetszet nem felel meg, mert a nyomatéki teherbírás kisebb, mint a keresztmetszetre ható nyomaték tervezési értéke.

A semleges tengely helye:

$$x = \frac{x_c}{0,8} = \frac{40}{0,8} = 50 \text{ mm}$$

Háromszögek hasonlósága miatt:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x}$$

A betonacélok megnyúlása:

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} \cdot (d - x) = \frac{3,5 \text{ ‰}}{50} \cdot (330 - 50) = 19,6 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_s = 19,6 \text{ ‰} > \varepsilon_{su} = 18 \text{ ‰}$$

A betonacélok megnyúlása meghaladja a határnyúlásuk karakterisztikus értékét, emiatt a keresztmetszet úgy megy tönkre, hogy a betonacélok elszakadnak.

