

TARTÓSZERKEZETEK II.

VASBETONSZERKEZETEK

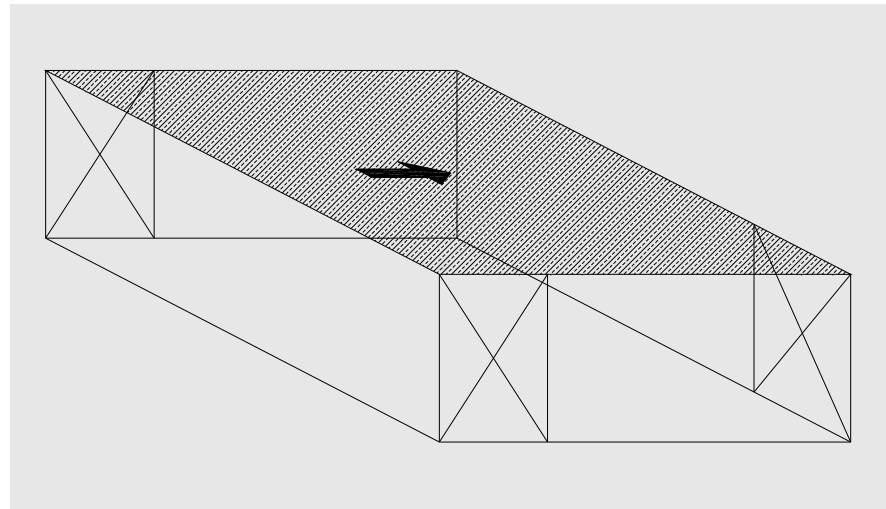
2010.04.09.

VASBETON ÉPÜLETEK MEREVÍTÉSE

- ❑ Az épületeink vízszintes terhekkel szembeni ellenállását merevítéssel biztosítjuk.
- ❑ A merevítés lehetséges módjai:
 - ❑ vasbeton oszlop
 - ❑ alul befogott oszlop
 - ❑ egyszintes épületek ipari csarnokok
 - ❑ vasbeton keretszerkezet:
 - ❑ kilendülő keret sarokmerev oszlop-gerenda kapcsolat
 - ❑ 3-4 szintes épületmagasságig alkalmazható
 - ❑ nagy alakváltozás
 - ❑ Merevítőfal – merevítőmag
 - ❑ a falak (vasbeton, téglá) nagy síkbeli merevségük révén alkalmasak a vízszintes erők felvételére

ÉPÜLETMEREVÍTÉS

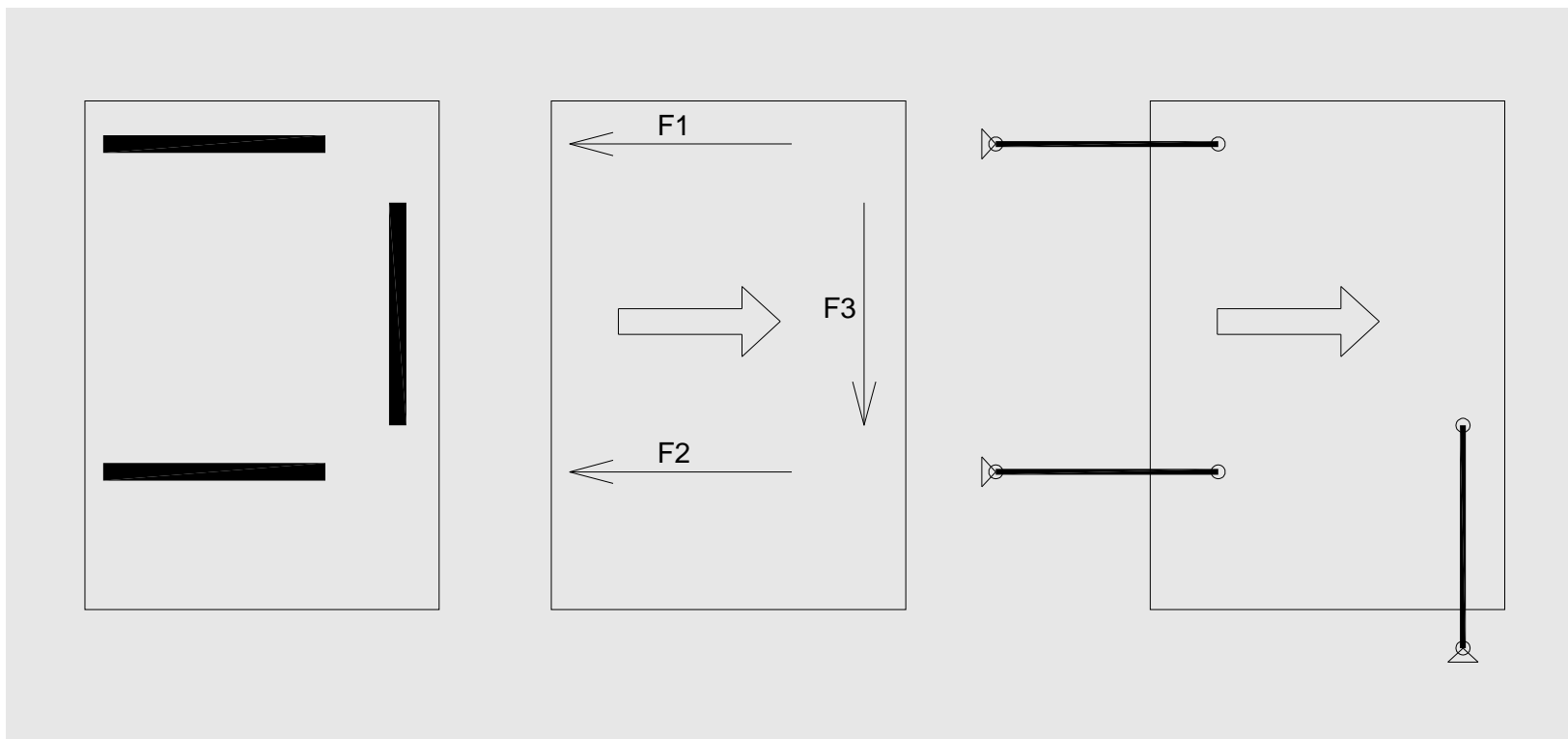
A vízszintes teher a födémet terheli,
a födém függőleges síkú merevítésekre –
merevítőfalakra adja át a terhét
a merevítések az alapozáson keresztül adják át
terheiket az általajra



ÉPÜLETMEREVÍTÉS

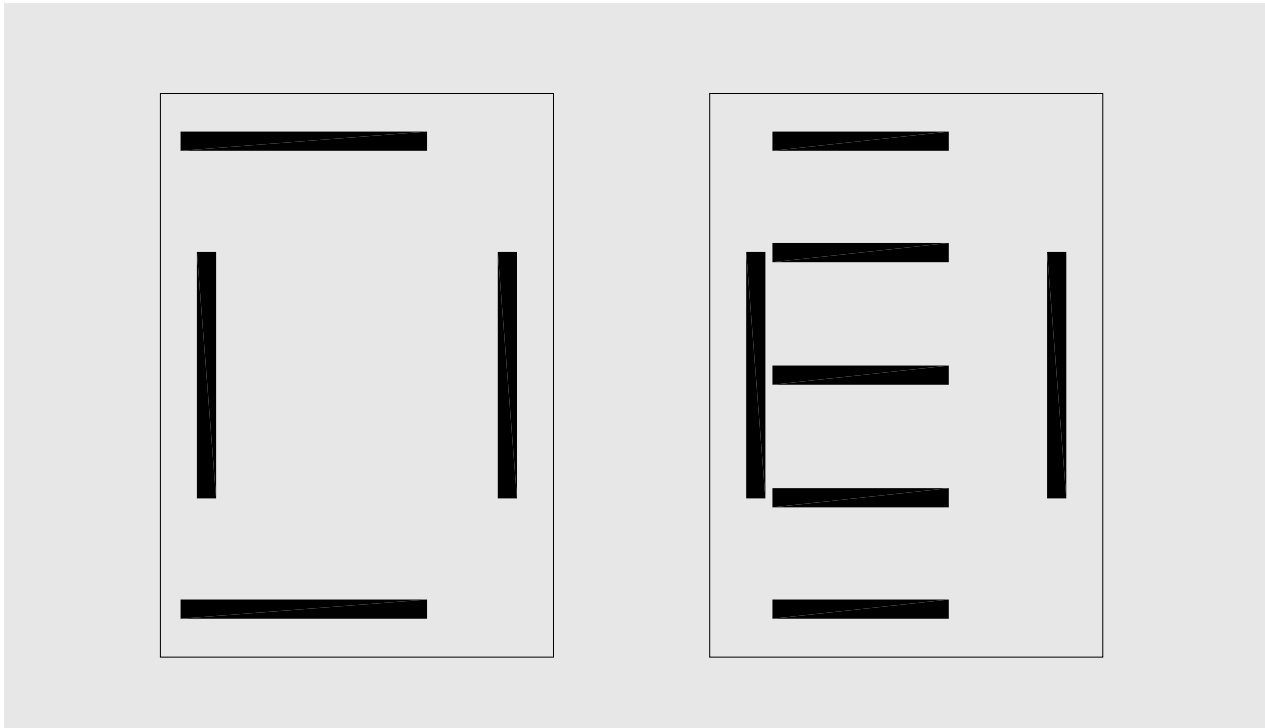
- ❑ A vasbeton födém saját síkjában a vízszintes terheket továbbítja a függőleges síkú merevítésekre.
- ❑ A merevítések, mint megtámasztó kényszerek működnek a födémhárcsára, a merevítések csak a síkjukban tudnak erőt felvenni, ezért a födémhárcsa szempontjából, úgy működnek, mint egy merev testet megtámasztó rudak.
- ❑ Ennek megfelelően, ha egy szerkezetet síkbeli függőleges síkú merevítésekkel merevítünk, akkor:
 - ❑ legalább 3 merevítést kell alkalmazni és
 - ❑ a merevítések alaprajzi vetülete legalább két pontban kell, hogy metsze egymást

ÉPÜLETMEREVÍTÉS



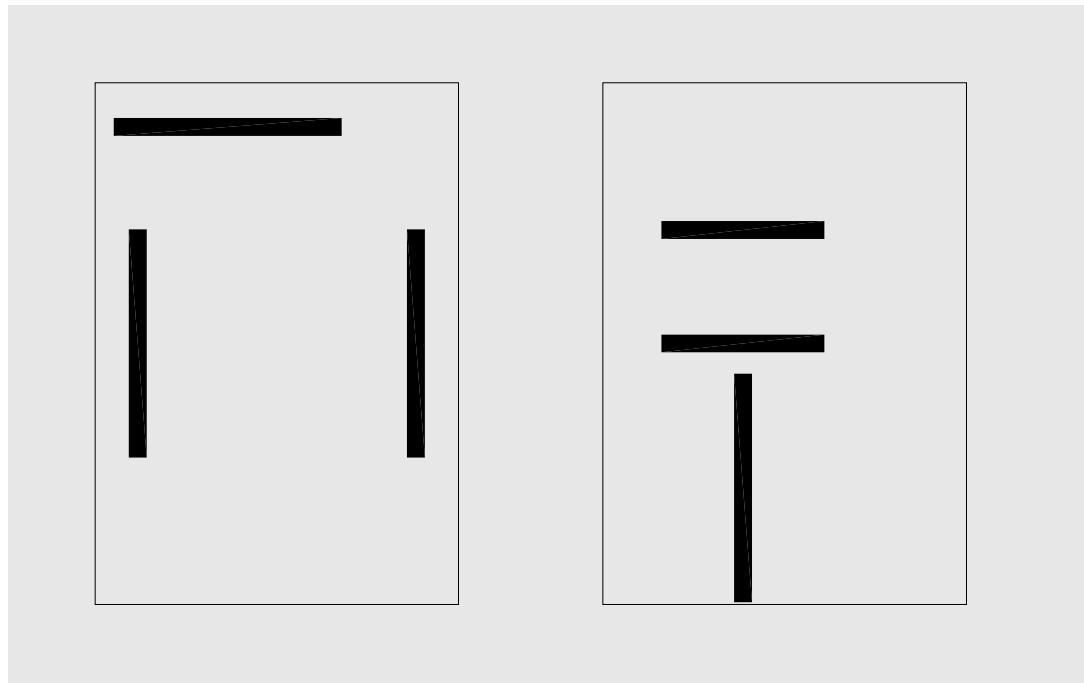
ÉPÜLETMEREVÍTÉS

- helyes elrendezés



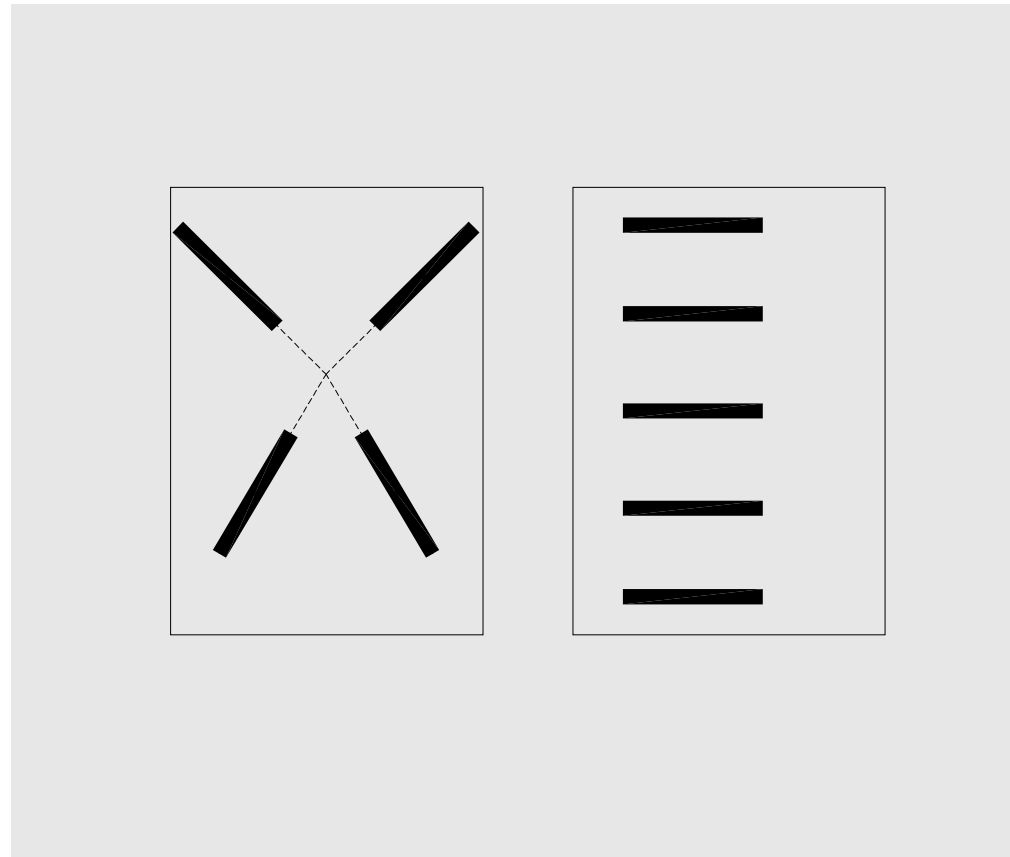
ÉPÜLETMEREVÍTÉS

- nem szerencsés elrendezés



ÉPÜLETMEREVÍTÉS

- hibás elrendezés



MEREVÍTŐRENDSZER SZÁMÍTÁSA

Igénybevételek:

Vízszintes teher:

hajlítás nyíróerő

Függőleges teher (önsúly + födémteher):

nyomóerő

A nyomóerő kedvezően befolyásolja a falak nyírási és hajlítási teherbírását.

MEREVÍTŐRENDSZER SZÁMÍTÁSA

- ALAPVETŐ SZÁMÍTÁSI FELTEVÉSEK:
 - a szerkezet lineárisan rugalmasan viselkedik,
 - a válaszfalak és nem teherviselő elemek merevsége elhanyagolható,
 - a födém tárcsák síkjukban végtelen merevek,
 - a falak és lemezek síkjukra merőleges merevsége elhanyagolható,
 - a karcsú lemezek ($l/h > 3$) nyírási alakváltozása és csavarási merevsége jelentéktelen,
 - a keresztmetszet inerciája és területe a betonméretekkel számítható,
 - az elemek közti kapcsolat merevnek tekinthető,
 - a függőleges elemek tengelyirányú alakváltozása elhanyagolható,
 - a másodrendű hatásokat nem vesszük figyelembe.

MEREVÍTŐRENDSZER SZÁMÍTÁSA

A legtöbb gyakorlati esetben a merevítőrendszer elemei nem egyformák és alaprajzi elrendezésük sem szimmetrikus.

Vízszintes terhek hatására ekkor a síkjukban merevnek tekintett födégek nem csak eltolódnak, hanem el is fordulnak.

Ekkor általában háromdimenziós modellel írható le a szerkezet viselkedése, figyelembe véve a merevítő elemek hajlítását, csavarását, sőt esetenként torzulását is.

A gyakorlati esetek zömében azonban - amikor a merevítő elemek csavarási ellenállása jelentéktelen - az igénybevételek meghatározása közelítő eljárással is elegendő pontossággal meghatározható.

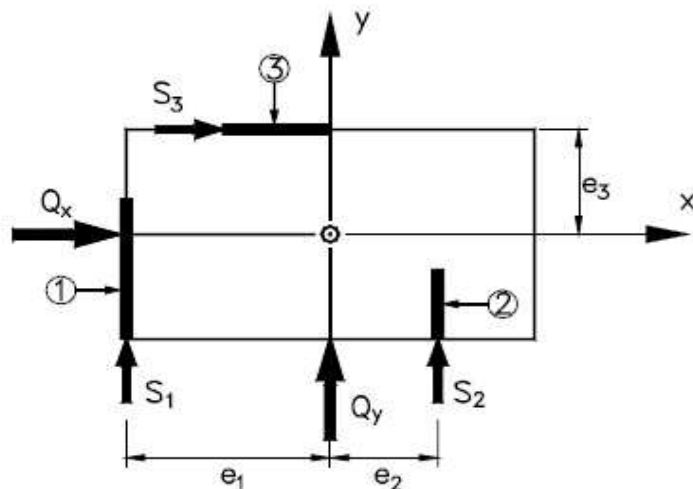
STATIKAILAG HATÁROZOTT MEREVÍTŐ RENDSZER

- Ha a merevítő falak száma három,
- Ha a falak nem esnek azonos síkba,
- Ha az alaprajzi elrendezésük olyan, hogy a három fal középsíkja nem működik egyazon függőlegesben,

akkor a merevítő rendszer statikailag határozott és az egyes falakra működő igénybevételek egyszerű egyensúlyi feltételekből meghatározhatók.

STATIKAILAG HATÁROZOTT MEREVÍTŐ RENDSZER

A merevítő rendszerre az
alábbi egyensúlyi
egyenletek írhatók fel:



a Q_y vízszintes
terhelésből:

$$S_1 = Q_y \times e_2 / (e_1 + e_2)$$

$$S_2 = Q_y \times e_1 / (e_1 + e_2)$$

$$S_3 = 0$$

a Q_x vízszintes
terhelésből:

$$S_3 = Q_x$$

$$S_2 = -S_1 = Q_x \times e_3 / (e_1 + e_2)$$

STATIKAILAG HATÁROZATLAN MEREVÍTŐ RENDSZER

Ha a merevítő falak száma háromnál több,
Akkor a falakra jutó igénybevételek
meghatározásánál az,

egyensúlyi feltételek mellett,
az alakváltozások kompatibilitását is
figyelembe kell venni.

Csavarási középpont módszere

Ha a szerkezet elemeinek csavarási merevsége és centrifugális inercianyomatéka elhanyagolható, akkor a merevítő falakra a vízszintes terhekből származó igénybevételek meghatározása az alábbi módszerrel történhet.

Egy merevítő falrendszer **csavarási középpontját** a következő sajátosságok jellemzik:

A csavarási középpontban működő erő hatására a szerkezet elemei szintenként azonos mértékű eltolódást szenvednek

A csavarási középpontra működő nyomaték hatására a merevítő rendszer elemei azonos mértékben fordulnak el.

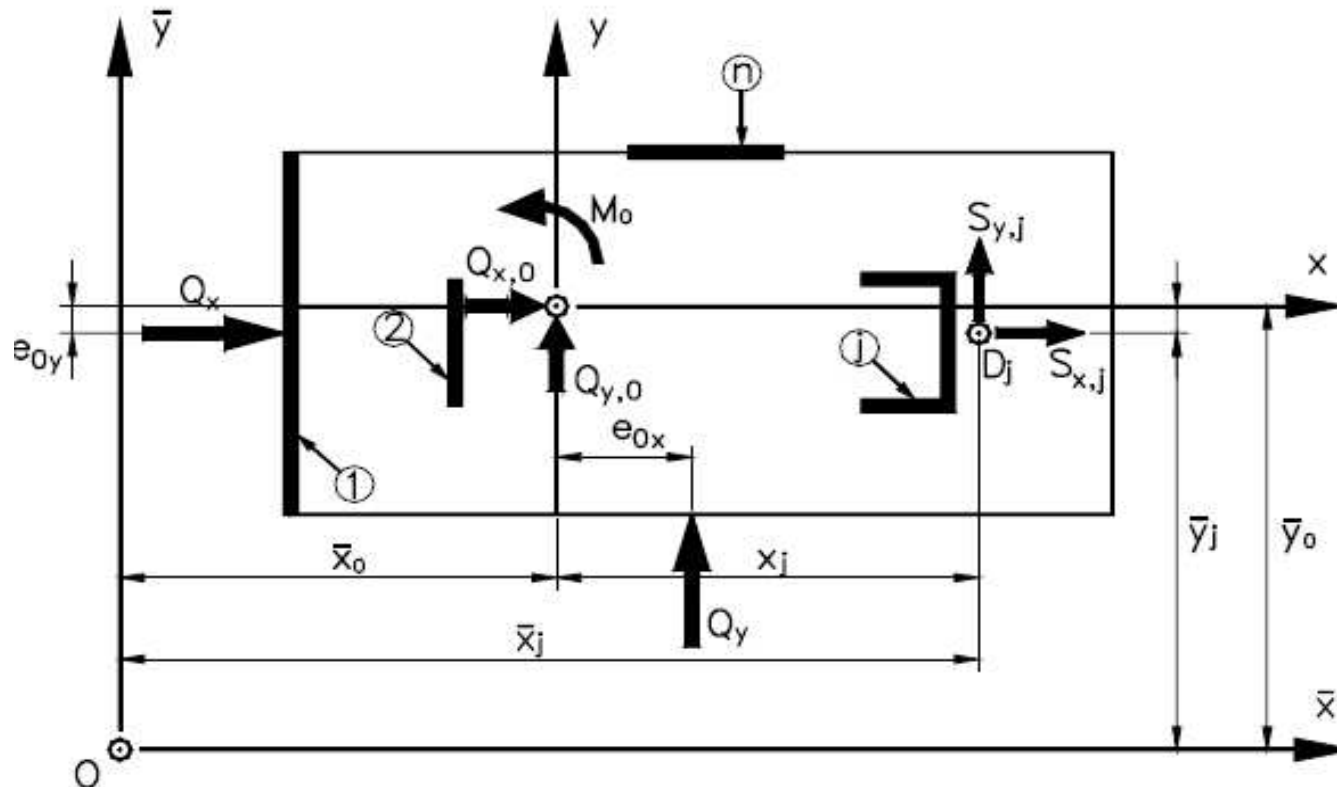
STATIKAILAG HATÁROZATLAN MEREVÍTŐ RENDSZER

A csavarási középpont általában a merevítő rendszer inerciáinak súlypontjával azonos, ha a derékszögű négyszög keresztmetszetű merevítő falak vastagsága kicsi.

Abban a gyakran előforduló esetben, mikor a vízszintes terhek Q eredője nem a csavarási középpontban működik, a vízszintes terhek hatása felbontható:

- egy a C_0 csavarási középpontban működő, és a merevítő falakban S' igénybevételt előidéző erőre,
- és egy $M_0 = Q \times e_0$ nyomatékra, melynek hatására a falakban S'' igénybevétel keletkezik, és ahol e_0 a Q erő hatásvonalának távolsága a C_0 csavarási középponttól

STATIKAILAG HATÁROZATLAN MEREVÍTŐ RENDSZER



STATIKAILAG HATÁROZATLAN MEREVÍTŐ RENDSZER

Az ábra jelöléseivel:

$$M_0 = Q_y \cdot e_{0x} + Q_x \cdot e_{0y}$$

A D_0 csavarási középpont koordinátái az x, y koordinátarendszerben:

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum_{j=1}^n J_{yj} \cdot \bar{x}_j}{\sum_{j=1}^n J_{yj}} \quad ; \quad \bar{y}_0 = \frac{\sum_{j=1}^n J_{xj} \cdot \bar{y}_j}{\sum_{j=1}^n J_{xj}} \quad (M4)$$

ahol J_{xj} és J_{yj} a j -edik fal inercianyomatéka a saját súlyponti tengelyére.

Ha a merevítő elem több fal összekapcsolása révén kialakított merevítő mag, akkor igénybevételei a saját csavarási középpontjára vonatkoznak.

STATIKAILAG HATÁROZATLAN MEREVÍTŐ RENDSZER

a) A merevítő elem igénybevételei a Q_0 erőkből (eltolódási rész)

Minthogy a Q_0 erő a csavarási középpontban hat, ezért az összes merevítő elem azonos mértékben tolódik el. Az alul befogott konzol eltolódása a z magasságban működő S erő hatására a következő alakú:

$$a = \frac{S \cdot z^3}{3EJ} \quad (M5)$$

Ebből következik, hogy a j -edik merevítő falra működő erő, annak inercianyomatkékával lesz arányos:

$$S = \frac{3EJ_j}{z^3} \cdot a = k \cdot a \cdot J_j \quad (M6)$$

ahol $k = \frac{3E}{z^3}$ az összes falra állandó érték.

STATIKAILAG HATÁROZATLAN MEREVÍTŐ RENDSZER

Legyen a_x' és a_y' a merevítő rendszer egyenletes elolódását jellemző érték. Az ennek megfelelő igénybevételek a j -edik falban:

$$S'_{xj} = k \cdot a_x' \cdot J_{xj} \quad \text{és} \quad S'_{yj} = k \cdot a_y' \cdot J_{yj} \quad (\text{M7})$$

Az egyensúlyi feltétel alapján, és a $k \cdot a_x'$ és $k \cdot a_y'$ tényezőket egyszerűsítve:

$$\sum_{i=1}^n S'_{xi} = k \cdot a_x' \cdot \sum_{i=1}^n J_{xi} = Q_{x,0} \rightarrow k \cdot a_x' = \frac{Q_{x,0}}{\sum J_{xi}} \quad \text{és}$$

$$\sum_{i=1}^n S'_{yi} = k \cdot a_y' \cdot \sum_{i=1}^n J_{yi} = Q_{y,0} \rightarrow k \cdot a_y' = \frac{Q_{y,0}}{\sum J_{yi}},$$

melynek felhasználásával az (M7) egyenletek az alábbi alakot veszik fel:

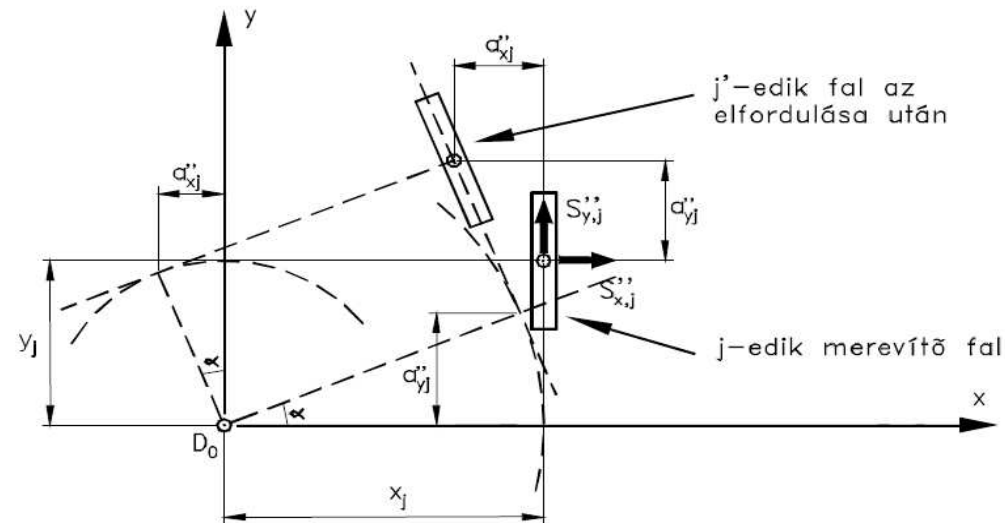
$$S'_{xj} = \frac{J_{xj}}{\sum_{i=1}^n J_{xi}} \cdot Q_{x,0} \quad \text{és} \quad S'_{yj} = \frac{J_{yj}}{\sum_{i=1}^n J_{yi}} \cdot Q_{y,0} \quad (\text{M8})$$

STATIKAILAG HATÁROZATLAN MEREVÍTŐ RENDSZER

b) A merevítő elemek igénybevételei az M_0 nyomatékból (elfordulási rész)

Abban a gyakorlati esetben, mikor a merevítőfalak az x illetve y tengelyekkel párhuzamosak, a rendszer a D_0 pont körüli α szöggel való elfordulásának hatására a falak a_x'' és a_y'' eltolódásai (az M10. ábra alapján) a következőképpen kaphatók:

$$a_{xy}'' = -\alpha \cdot y_j \quad \text{és} \quad a_{yj}'' = \alpha \cdot x_j.$$



M10. ábra

STATIKAILAG HATÁROZATLAN MEREVÍTŐ RENDSZER

Az előbbiek alapján a falak megfelelő igénybevételei az alábbiak lesznek:

$$\begin{aligned} S_{xj}'' &= k \cdot a_{xj}'' \cdot J_{xj} = -k \cdot \alpha \cdot J_{xj} \cdot y_j && \text{és} \\ S_{yj}'' &= k \cdot a_{yj}'' \cdot J_{yj} = k \cdot \alpha \cdot J_{yj} \cdot x_j && . \end{aligned} \quad (\text{M10})$$

(Megjegyzés: az eltolódások és erők akkor pozitívak, ha a koordináta rendszer pozitív tengelyei irányába mutatnak.)

A nyomatéki egyensúlyi feltétel szerint:

$$\sum_{i=1}^n S_{yi}'' \cdot x_i - \sum_{i=1}^n S_{xi}'' \cdot y_i = M_0 \quad ,$$

az (M10) egyenletek felhasználásával pedig

$$k \cdot \alpha \cdot \left(\sum_{i=1}^n J_{xi} \cdot y_i^2 + J_{yi} \cdot x_i^2 \right) = M_0$$

melyből,

$$k \cdot \alpha = \frac{M_0}{\sum (J_{xi} \cdot y_i^2 + J_{yi} \cdot x_i^2)}.$$

A $k \cdot \alpha$ értékét az (M10) egyenletekbe beírva, a következő eredményt kapjuk:

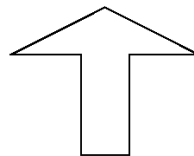
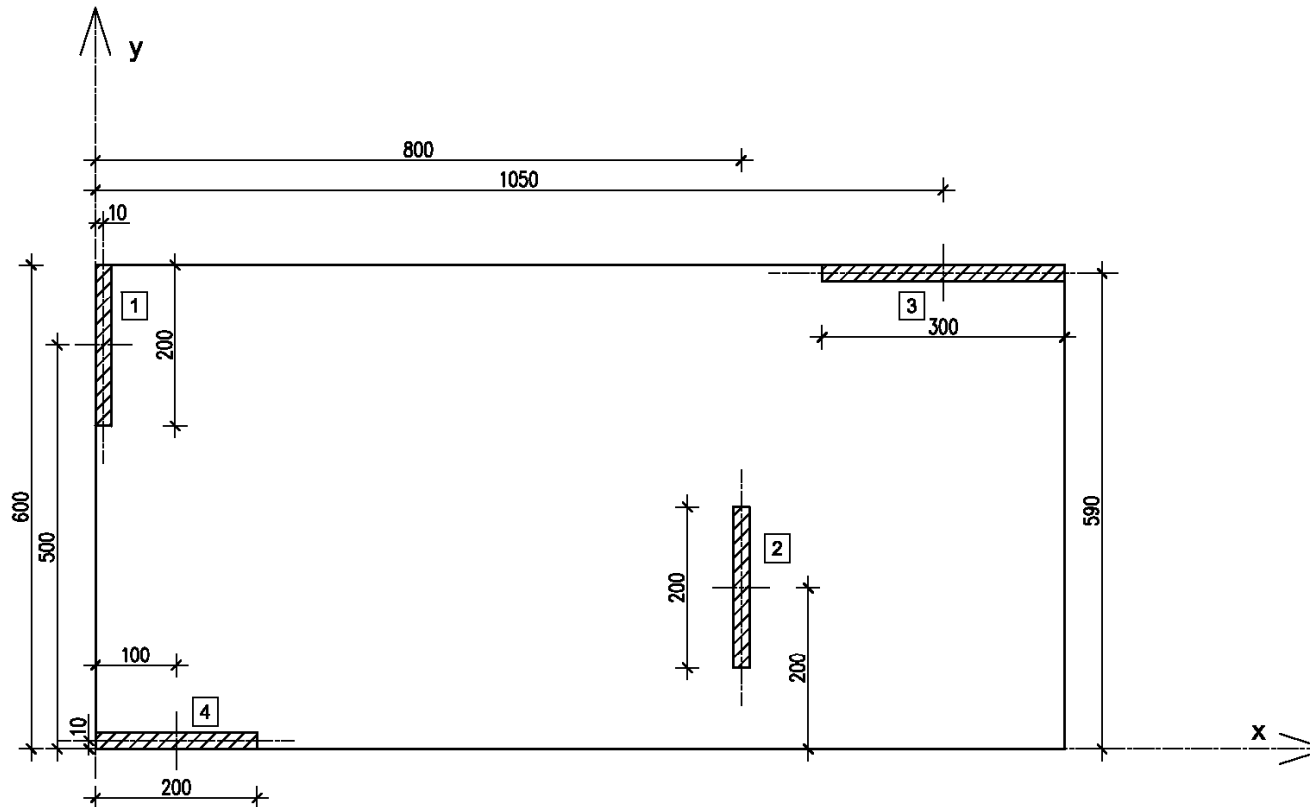
$$S_{xj}'' = \frac{-J_{xj} \cdot y_j}{\sum_{i=1}^n (J_{xi} \cdot y_i^2 + J_{yi} \cdot x_i^2)} \cdot M_0,$$

illetve,

(M11)

$$S_{yj}'' = \frac{J_{yj} \cdot x_j}{\sum_{i=1}^n (J_{xi} \cdot y_i^2 + J_{yi} \cdot x_i^2)} \cdot M_0$$

VASBETON ÉPÜLETEK MEREVÍTÉSE - MINTAPÉLDA



ÉPÜLETMEREVÍTÉS

Számítást egyszerűsítő feltevések:

- Az épület földémei saját síkjukban végtelen merevnek tekinthetők.
- A merevítőfalakat különálló falaknak tekintjük
- A terhelésre merőleges irányú falszakaszok terhelés irányú eltolási merevségét elhanyagoljuk.
- A falelemek és a terhelés elrendezését minden szinten azonosnak feltételezzük.

ÉPÜLETMEREVÍTÉS

számítási összefüggések:

a falelemek eltolási merevsége:

a fal síkjában: $k=3EI/H^3$

a fal síkjára merőlegesen $k=0$

a falrendszer elemei azonos magasságúak és a rug. modulus állandó, az eltolási merevségek aránya megegyezik a falelemek inerchiájának arányával így az eltolási merevséget az inerchiával helyettesítjük.

ÉPÜLETMEREVÍTÉS

- Csavarási merevségi középpont koordinátái:
- ahol I_{xi} a „z” irányú falakra
 I_{zi} az „x” irányú falakra
 $th^3/12$
- a falrendszer torzulási modulusa a csavarási középpontra:
- y irányú falerő R_y -ből
- x irányú falerő R_x -ből

$$x_o = \frac{\sum(I_{xi} x_i)}{\sum I_{xi}}$$

$$y_o = \frac{\sum(I_{yi} y_i)}{\sum I_{yi}}$$

$$I_\omega = \sum(I_{zi} r_{zi}^2) + \sum(I_{xj} r_{xj}^2)$$

$$S_{yi}^{R_y} = R_y \frac{I_{yi}}{\sum I_{yi}} + R_y x_{co} \frac{r_{yi} I_i}{I_\omega}$$

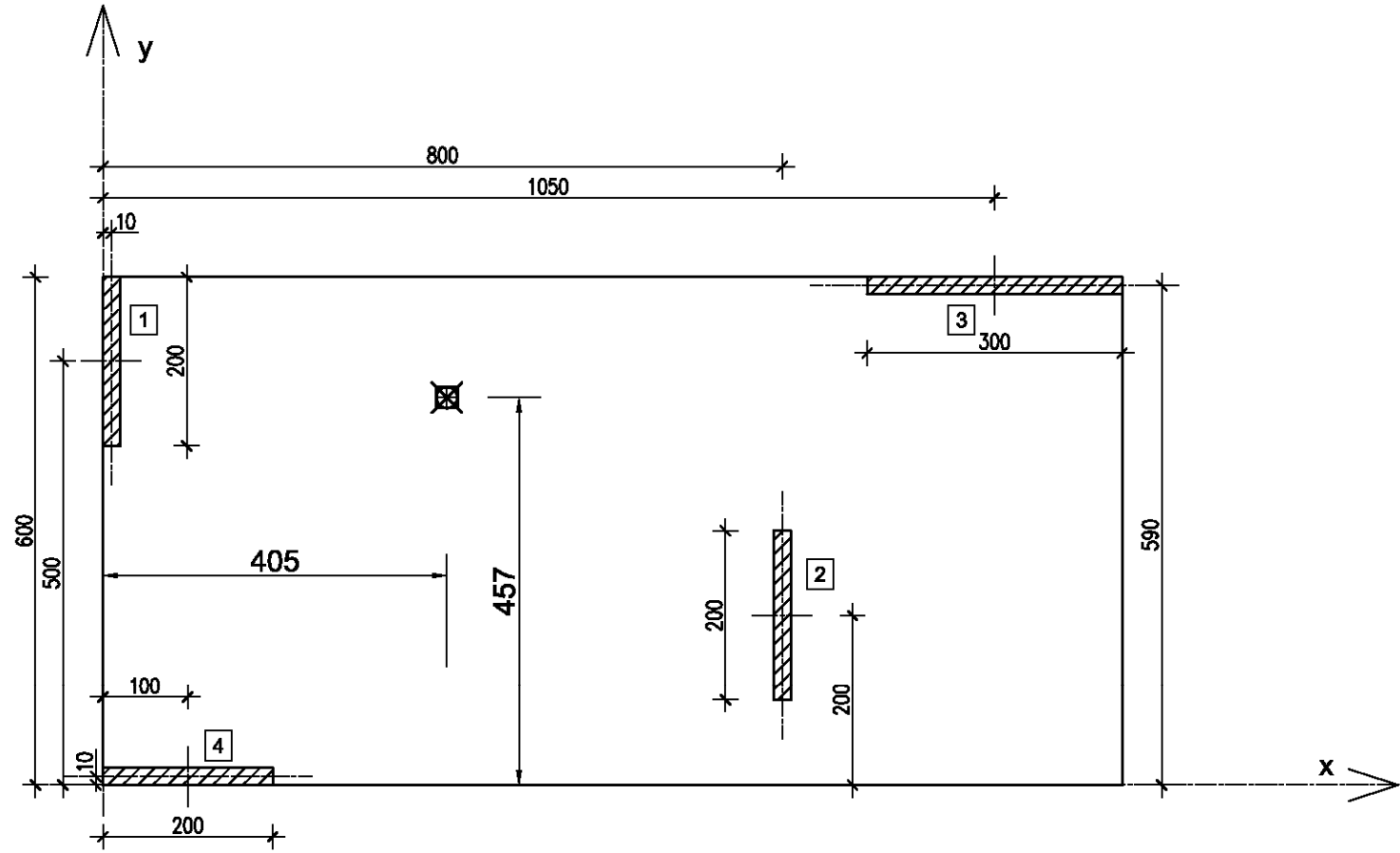
$$S_{xi}^{R_x} = R_x y_{co} \frac{r_{xj} I_{xj}}{I_\omega}$$

ÉPÜLETMEREVÍTÉS

	vastagság	hossz	x_i	y_i	I_{x_i}	I_{y_i}	$I_{x_i} \times x_i$	$I_{y_i} \times y_i$
	t(m)							
1	0,2	2,0	0,1	5,0	0,133	0,000	0,013	0,000
2	0,2	2,0	8,0	2,0	0,133	0,000	1,067	0,000
3	0,2	3,0	10,5	5,9	0,000	0,450	0,000	2,655
4	0,2	2,0	1,0	0,1	0,000	0,133	0,000	0,013
összesen:					0,2667	0,5833	1,0800	2,6683

csavarási középpont koordinátái:

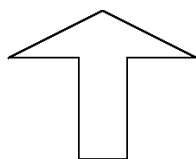
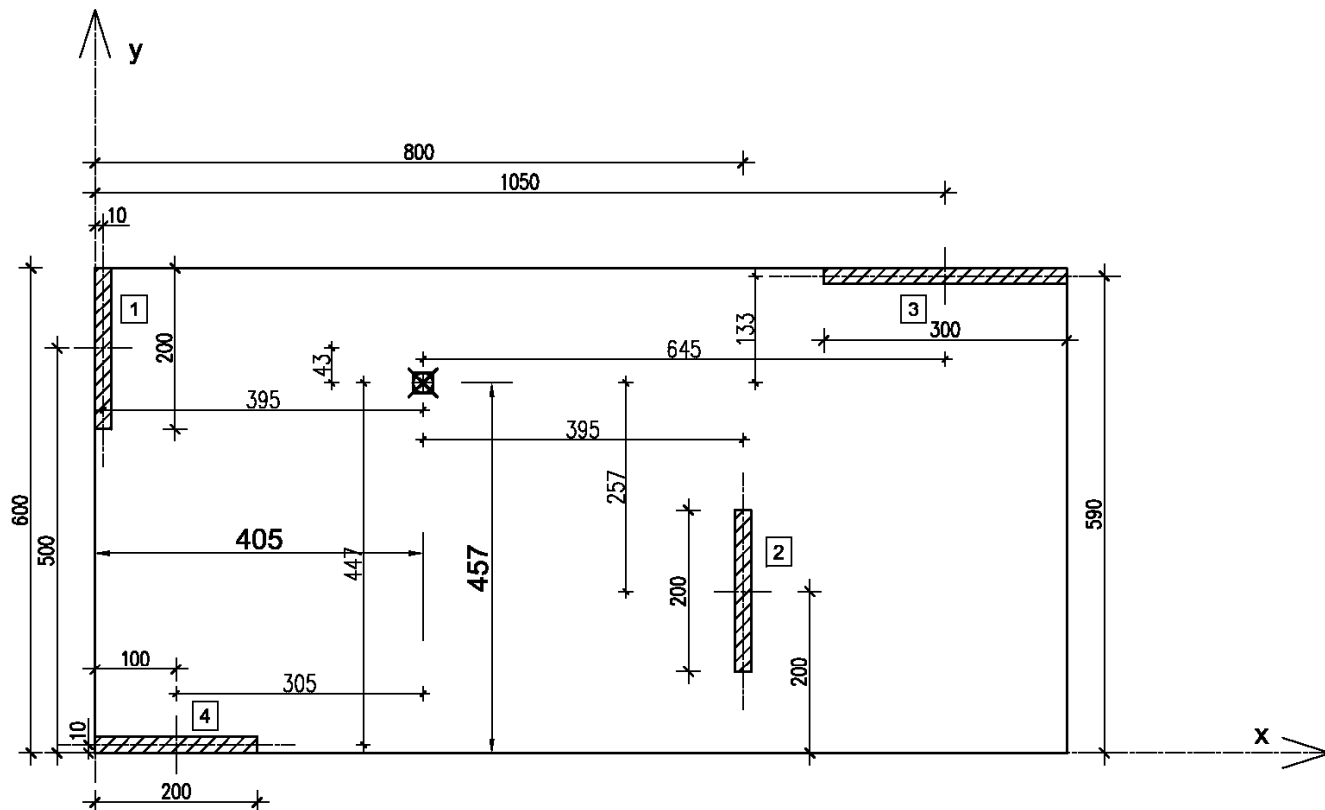
$x_o =$	4,05	$y_o =$	4,57
---------	------	---------	------



ÉPÜLETMEREVÍTÉS

$x_o=$	4,05	$y_o=$	4,57
--------	------	--------	------

	r_{xi}	r_{yj}				$I_{xi} \times r_{xi}^2$	$I_{yj} \times r_{yj}^2$
1	-3,95	-0,43				2,08	0,00
2	-3,95	2,57				2,08	0,00
3	-6,45	-1,33				0,00	0,79
4	3,05	4,47				0,00	2,67
						4,16	3,46
						$I_w=$	7,62



ÉPÜLETMEREVÍTÉS

		$I\omega=$	7,62		
$R_z=$	100	$M_{cs}=$	-195		
		$S_1=$	36,524	$S_3=$	15,27
		$S_2=$	63,476	$S_4=$	-15,27
			100		0,00