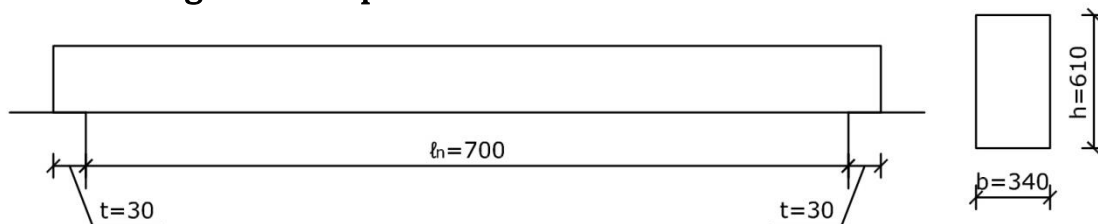


1. Határozzuk meg az alábbi tartó vasalását, majd ellenőrizzük a tartót használhatósági határállapotokra!



Beton:

beton minőség:	C20/25 – 16
beton nyomószilárdságnak tervezési értéke:	$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20}{1,5} = 13,33 \text{ N/mm}^2$
beton húzószilárdságának várható értéke:	$f_{ctm} = 2,2 \text{ N/mm}^2$
beton hatásos alakváltozási tényezője a kúszás végértékével:	$E_{c,eff} = 8500 \text{ N/mm}^2$
betontakarás:	$c_{nom}^* = 20 \text{ mm}$

Betonacél:

betonacél minőség:	S500 C
betonacél folyáshatárának tervezési értéke:	$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,8 \text{ N/mm}^2$
betonacél rugalmassági modulusa:	$E_s = 200000 \text{ N/mm}^2$

Terhek (karakterisztikus érték):

$g_k = 15,0 \text{ kN/m}$	$\gamma_{G,sup} = 1,35$
$q_k = 25,0 \text{ kN/m}$	$\gamma_Q = 1,5$
gerenda önsúlya:	
$g_k^g = 0,34 * 0,61 * 25,0 = 5,19 \text{ kN/m}$	$\gamma_k^\dagger = 25,0 \text{ kN/m}^3$

Elméleti támaszköz:

$$l_{eff}^\ddagger = 7,0 + 2 * \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{t}{2} = \frac{0,30}{2} \\ \frac{h}{2} = \frac{0,61}{2} \end{array} \right. = 7,30 \text{ m}$$

Téher tervezési értéke:

$$p_{Ed} = \gamma_G * (g_k + g_k^g) + \gamma_Q * q_k = 1,35 * (15,0 + 5,19) + 1,5 * 25,0 = 64,75 \text{ kN/m}$$

Nyomaték tervezési értéke:

$$M_{Ed} = p_{Ed} * \frac{l_{eff}^2}{8} = 64,75 * \frac{7,30^2}{8} = 434,31 \text{ kNm}$$

* Vasbeton-szerkezetek tervezése (lsd.: később VSZT.) 50. oldal

† Terhek és hatások 33. oldal

‡ VSZT 11. oldal.

TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek

Gyakorló példák

1.1. Vasalás tervezése:

$$a = c_{nom} + d_{kenyvel} + \frac{d_{f\ddot{o}vas}}{2} = 20 + 10 + \frac{20}{2} = 40mm$$

$$d = 610 - 40 = 570mm$$

$$f_{cd} = 13,33N/mm^2 \quad f_{yd} = 434,8N/mm^2$$

$$\xi_{c0} = \frac{560}{f_{yd} + 700} = \frac{560}{434,8 + 700} = 0,493$$

$$x_{c0} = \xi_{c0} * d = 0,493 * 570 = 281,29mm$$

$$M_{Rd,0} = b * x_{c0} * f_{cd} * \left(d - \frac{x_{c0}}{2}\right) = 340 * 281,29 * 13,33 * \left(570 - \frac{281,29}{2}\right) = 547,50kNm$$

$$M_{Rd,0} = 547,50kNm > M_{Ed} = 431,31kNm \Rightarrow \text{Nincs szükség nyomott vasalásra!}$$

$$x_c = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 * M_{Ed}}{b * f_{cd}}} = 570 - \sqrt{570^2 - \frac{2 * 431,31 * 10^6}{340 * 13,33}} = 203,16mm < x_{c0} = 281,29mm \checkmark$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{z * f_{yd}} = \frac{431,31 * 10^6}{468,42 * 434,8} = 2117,7mm^2$$

$$z = d - \frac{x_c}{2} = 570 - \frac{203,16}{2} = 468,42mm$$

Alkalmazott vasalás: $7\phi 20 = 2198mm^2$

1.1.1. Ellenőrzés:

Vasak közötti szükséges távolság:

$$t = \max \left\{ \begin{array}{l} \phi = 20mm \\ 20mm = 20mm \\ d_{g,max} + 5 = 21mm \end{array} \right\} = 21mm$$

A keresztmetszet szükséges szélességi mérete:

$$b_{min} = 2 * (20 + 10) + 7 * 20 + 6 * 21 = 326mm < b = 340mm \Rightarrow \text{a vasak elférnek egy sorban.}$$

A húzott vasalás előírt legkisebb mennyisége:

$$A_{s,min} = \rho_{min} * b_t * d = 0,0013 * 340 * 570 = 251,94mm^2 < A_{s,alk}$$

Az összes hosszvasalás megengedett legnagyobb mennyisége:

$$A_{s,max} = 0,04 * A_c = 0,04 * 340 * 610 = 8296mm^2 > A_{s,alk}$$

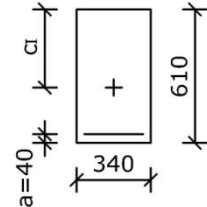
1.2. Lehajlás ellenőrzése:

1.2.1. Lehajlás közelítő számítása:

kvázi-állandó (tartós) teherkombinációban:

$$p_{qs} = g_k + g_k^g + \psi_2 \cdot q_k = 15,0 + 5,19 + 0,3 \cdot 25,0 = 27,69 \text{ kN/m} \quad \psi_2 = 0,3$$

$$M_{qs} = p_{qs} \cdot \frac{l_{\text{eff}}^2}{8} = 27,69 \cdot \frac{7,30^2}{8} = 184,5 \text{ kNm}$$



I. feszültségi állapot:

ideális keresztmetszet keresztmetszeti jellemzői:

$$A_I = b \cdot h + (\alpha_E - 1) \cdot A_{s,alk} = 340 \cdot 610 + (23,53 - 1) \cdot 2198 = 256944,8 \text{ mm}^2$$

$$S_I = b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d = 340 \cdot 610 \cdot \frac{610}{2} + (23,53 - 1) \cdot 2198 \cdot 570 = 91497516 \text{ mm}^3$$

$$c_i = \frac{S_I}{A_I} = \frac{91497516 \text{ mm}^3}{256944,8 \text{ mm}^2} = 356,1 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} I_I &= \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - c_i\right)^2 + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (d - c_i)^2 = \\ &= \frac{340 \cdot 610^3}{12} + 340 \cdot 610 \cdot \left(\frac{610}{2} - 356,1\right)^2 + (23,53 - 1) \cdot 2198 \cdot (570 - 356,1)^2 \\ &= 9239525285 \text{ mm}^4 = 9,239 \cdot 10^9 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

repszto nyomaték:

$$M_{cr} = \frac{f_{ctm} \cdot I_I}{h - c_i} = \frac{2,2 \cdot 9,239 \cdot 10^9}{610 - 356,1} = 80,1 \text{ kNm} < M_{qs} \Rightarrow \text{a tartó megreped}$$

II. feszültségi állapot:

Statikai nyomatékból x_{II} meghatározása:

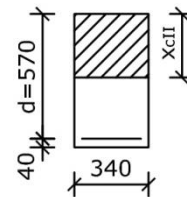
$$\begin{aligned} b \cdot x_{II} \cdot \frac{x_{II}}{2} - \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II}) &= 0 \\ \frac{340 \cdot x_{II}^2}{2} - 23,53 \cdot 2198 \cdot (570 - x_{II}) &= 0 \end{aligned}$$

$$170 \cdot x_{II}^2 + 51696,96 \cdot x_{II} - 29467267,2 = 0 \quad /: 170$$

$$x_{II}^2 + 304,1 \cdot x_{II} - 173336,9 = 0$$

$$x_{II} = \frac{-304,1 \pm \sqrt{304,1^2 - 4 \cdot 173336,9}}{2} = 291,2 \text{ mm}$$

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 = \frac{340 \cdot 291,2^3}{3} + 23,53 \cdot 2198 \cdot (570 - 291,2)^2 = 6,817 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$



TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek

Gyakorló példák

A teher tartósságát, vagy ciklikusságát figyelembe vevő tényező:

$$\beta = 0,5 \text{ (itt tartós terhet veszünk figyelembe esetén, ez az érték egyszeri vagy rövid idejű tehernél 1,0)}$$

A ζ [zéta] tényezővel figyelembe vesszük a húzott betonöv merevítő hatását. A biztonság javára tett közelítésként a tartó teljes hosszán egyetlen ζ tényezőt veszünk figyelembe.

$$\zeta^* = 1 - \beta \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2 = 1 - 0,5 \cdot \left(\frac{80,1}{184,5}\right)^2 = 0,906$$

A tartó lehajlásának közelítő számítási képlete:

$$w^{\dagger} = (1 - \zeta) \cdot w_I + \zeta \cdot w_{II}$$

Egy egyenletesen megoszló teherrel terhelt kéttámaszú tartó lehajlása általános esetben (itt minden esetben a kvázi-állandó teherkombinációt vesszük figyelembe):

$$w_I = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_{qs} \cdot l_{eff}^4}{E_{c,eff} \cdot I_I}$$

Az I. feszültségi állapot feltételezésével számított lehajlás:

$$w_I = \frac{5}{384} \cdot \frac{27,69 \cdot 7300^4}{8500 \cdot 9,239 \cdot 10^9} = 13,04 \text{ mm}$$

Az II. feszültségi állapot feltételezésével számított lehajlás:

$$w_{II} = \frac{5}{384} \cdot \frac{27,69 \cdot 7300^4}{8500 \cdot 6,817 \cdot 10^9} = 17,67 \text{ mm}$$

A tartó lehajlásának közelítő számítási képlete:

$$w^{\ddagger} = (1 - \zeta) \cdot w_I + \zeta \cdot w_{II}$$

$$w_{max} = (1 - 0,906) \cdot 13,04 + 0,906 \cdot 17,67 = 17,2 \text{ mm} < \frac{l_{eff}}{250} = \frac{7300}{250} = 29,2 \text{ mm}$$

1.Megjegyzés:

Az ideális keresztmetszeti jellemzők meghatározása során a szerelővas hatását nem vettük figyelembe. Amennyiben a keresztmetszet tartalmaz nyomott vasalást is, az keresztmetszeti tényezőket az alábbi módon számíthatjuk:

I. feszültségi állapot:

$$A_i = b \cdot h + A_s \cdot (\alpha_e - 1) + A_s' \cdot (\alpha_e - 1) = b \cdot h + (\alpha_e - 1) \cdot (A_s + A_s')$$

$$S_i = b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d + A_s' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d'$$

$$c_i = \frac{S_i}{A_i}$$

$$I_i = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - c_i\right)^2 + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (d - c_i)^2 + A_s' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (c_i - d')^2$$

II. feszültségi állapot:

$$A_i = b \cdot x_{II} + A_s \cdot \alpha_e + A_s' \cdot (\alpha_e - 1)$$

$$b \cdot x_{II} \cdot \frac{x_{II}}{2} - \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II}) - (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x_{II} - d') = 0$$

x_{II} a fenti másodfokú egyenlet gyöke

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x_{II} - d')^2$$

2.Megjegyzés:

A számítás során (egyszerűsítésként) a zsugorodásból származó alakváltozásoktól eltekintettünk.

* VSZT 45. old.

† VSZT 46. old.

‡ VSZT 46. old.

TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek

Gyakorló példák

A zsugorodási hatás figyelembevételével:*

$$\kappa_{I,cs} = \varepsilon_{cs} \cdot \frac{E_s}{E_{c,eff}} \cdot \frac{S_{s,I}}{I_I} \quad \kappa_{II,cs} = \varepsilon_{cs} \cdot \frac{E_s}{E_{c,eff}} \cdot \frac{S_{s,II}}{I_{II}}$$

Beton zsugorodásának végértéke: $\varepsilon_{cs} = 0,4\text{‰}$

A zsugorodásból keletkező görbület számításához szükség van az $S_{s,I}$ és $S_{s,II}$ értékekre, amik az acélbetétek keresztmetszetének elsőrendű nyomatékai a keresztmetszet I. ill. II. feszültségi állapot szerinti súlypontjára.

$$S_{s,I} = A_s \cdot (d - c_I) = 2198 \cdot (570 - 356,1) = 470395,1 \text{ mm}^2$$

$$S_{s,II} = A_s \cdot (d - c_{II}) = 2198 \cdot (570 - 291,18) = 612846,4 \text{ mm}^3$$

$$\kappa_{I,cs} = 0,0004 \cdot \frac{200000}{8500} \cdot \frac{470395,1}{9,239 \cdot 10^9} = 4,792 \cdot 10^{-7}$$

$$\kappa_{II,cs} = 0,0004 \cdot \frac{200000}{8500} \cdot \frac{612846,4}{6,817 \cdot 10^9} = 8,461 \cdot 10^{-7}$$

$$w_I = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_{qs} \cdot l^4}{E_{c,eff} \cdot I_I} + \frac{1}{8} \cdot l^2 \cdot \kappa_{I,cs} = \frac{5}{384} \cdot \frac{27,69 \cdot 7300^4}{8500 \cdot 9,239 \cdot 10^9} + \frac{1}{8} \cdot 7300^2 \cdot 4,792 \cdot 10^{-7} = 16,2 \text{ mm}$$

$$w_{II} = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_{qs} \cdot l^4}{E_{c,eff} \cdot I_{II}} + \frac{1}{8} \cdot l^2 \cdot \kappa_{II,cs} = \frac{5}{384} \cdot \frac{27,69 \cdot 7300^4}{8500 \cdot 6,817 \cdot 10^9} + \frac{1}{8} \cdot 7300^2 \cdot 8,461 \cdot 10^{-7} = 23,31 \text{ mm}$$

$$w_{\max} = (1 - 0,906) \cdot 16,2 + 0,906 \cdot 23,31 = 22,64 \text{ mm} < \frac{l_{\text{eff}}}{250} = \frac{7300}{250} = 29,2 \text{ mm}$$

$w_{\max} = 22,64 \text{ mm}$, tehát a beton zsugorodásának figyelembe vételével ~30% lehajlás növekedést tapasztalunk.

* VSZT 45. old.

TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek Gyakorló példák

1.2.2. Lehajlás ellenőrzése egyszerűsített módszerrel*

$$\frac{l/K}{\underline{d}} \leq \alpha * (l/d)$$

karcsúság \leq megengedett karcsúság

$$l_{eff} = 7,30m \quad d = 570mm$$

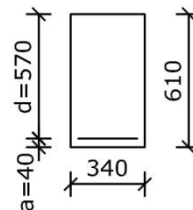
első közelítésként $\alpha=1,0 \quad \beta=1,0$

$K^{\dagger}=1,0$ (kéttámaszú tartó)

$$\frac{l/K}{d} = \frac{7,30/1,0}{0,57} = 12,81 \Rightarrow \text{a tartó karcsúsága}$$

$$\beta * \frac{p_{Ed}}{b} = 1,0 * \frac{64,75}{0,34} = 190,44 \Rightarrow \left(\frac{l}{d}\right)_{eng}^{\ddagger} = 14$$

$$\left(\frac{l}{d}\right)_{eng} = 14 > 12,81 \Rightarrow \text{a tartó megfelel}$$



A terhek arányának, a teherbírási túlméretezésnek, és az acél szilárdsági osztályának figyelembevételével:

$$\beta = \frac{M_{Rd}}{M} * \frac{500}{f_{yk}} \cong \frac{A_{s,prov}}{A_{s,requ}} * \frac{500}{f_{yk}} = \frac{2194}{2117,7} * \frac{500}{500} = 1,038$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} * \beta * \frac{p_{Ed}}{p_{qs}}} = \sqrt{\frac{1}{2} * 1,038 * \frac{64,75}{27,69}} = 1,10$$

$$\beta * \frac{p_{Ed}}{b} = 1,038 * \frac{64,75}{0,34} = 197,68 \Rightarrow \left(\frac{l}{d}\right)_{eng} = 14$$

$$\alpha * \left(\frac{l}{d}\right)_{eng} = 1,10 * 14 = 15,4 > 12,81 \Rightarrow \text{megfelel}$$

Megjegyzés:

Ebben a helyzetben az eredmény alig változott (nyilván).

* VSZT 42. old.

† VSZT 43. old. táblázat

‡ VSZT 43. old. táblázat

1.3. Repedéstágasság ellenőrzése*

1.3.1. Repedéstágasság részletes számítása:

$$w_k = \max \left\{ \begin{array}{l} S_{r,max} * (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \\ 0,6 * S_{r,max} * \frac{\sigma_s}{E_s} \end{array} \right.$$

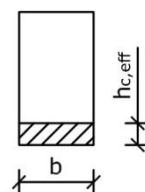
$$c_{nom} = 20mm$$

$$S_{r,max} = 3,4 * c + 0,425 * k_1 * k_2 * \phi_s * \frac{A_{c,eff}}{A_s}$$

$$k_1 = 0,8 \text{ (bordás acélbetét)}$$

$$k_2 = 0,5 \text{ (hajlítás)}$$

$$h_{c,eff} = \min \left\{ \begin{array}{l} 25 * (h - d) = 25 * (610 - 570) = 100mm \\ (h - x_{cll})/3 = \frac{610 - 291,18}{3} = 106,2mm \\ h/2 = 610/2 = 305mm \end{array} \right\} = 100mm$$



$$x = x_{cll} = 291,18mm$$

$$A_{c,eff} = b * h_{c,eff} = 340 * 100 = 34000mm^2$$

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_{sII} - 0,4 * f_{ctm} * \frac{A_{c,eff}}{A_s}}{E_s}$$

$$\sigma_{sII} = \alpha_e * \frac{M_{qs}}{I_{II}} * (d - x_{cll}) = 23,53 * \frac{184,5 * 10^6}{6,817 * 10^9} * (570 - 291,18) = 177,56N/mm^2$$

$$\varepsilon_{sm} = \frac{177,56 - 0,4 * 2,2 * \frac{34000}{2198}}{200000} = 8,81 * 10^{-4}mm$$

$$\varepsilon_{cm} = \frac{0,4 * f_{ctm}}{E_{cm}} = \frac{0,4 * 2,2}{30000} = 2,93 * 10^{-5}mm$$

$$S_{r,max} = 3,4 * 20 + 0,425 * 0,8 * 0,5 * 20 * \frac{34000}{2198} = 120,6mm$$

$$w_k = \max \left\{ \begin{array}{l} 120,6 * (8,81 * 10^{-4} - 2,93 * 10^{-5}) = 0,10mm \\ 0,6 * 120,6 * \frac{177,56}{200000} = 0,06mm \end{array} \right\} = 0,10mm < 0,3mm \Rightarrow \text{megfelel!}$$

* VSZT 49. old.

TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek

Gyakorló példák

1.3.2. Repedések korlátozása részletes számítás nélkül.*

$$\sigma_{sII} \cong f_{yd} * \frac{p_{qs}}{p_{Ed}} * \frac{A_{s,requ}}{A_{s,prov}} = 434,8 * \frac{27,69}{64,75} * \frac{2117,7}{2198} = 179,15 N/mm^2$$

(pontos számításnál $\sigma_{sII} = 177,56 N/mm^2$)

ha $w_{k,eng} = 0,3 mm$ $\sigma_s = 180 N/mm^2$ $\phi_{max} = 25 mm$ (biztosnággal)

interpolálva $\Rightarrow \phi = 28 mm$

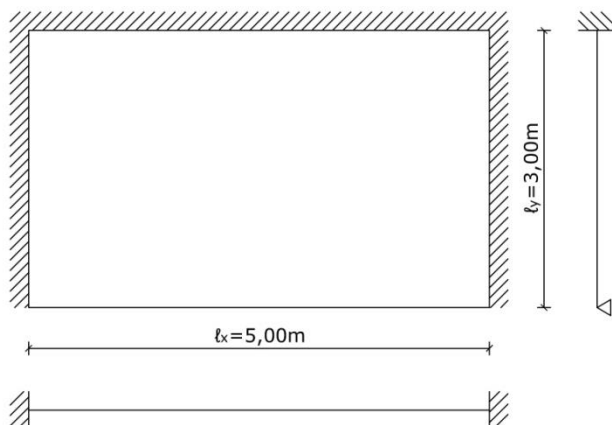
alkalmazott vasalás $\phi 20 < \phi 28$ megfelel!

Megjegyzés:

A pontos számítás is ezt igazolta.

* VSZT 48. old.

2. Határozza meg az alábbi lemez x és y irányú vasalását sáv módszerrel (tartókereszt eljárás mintapélda)



Kiindulási adatok:

Beton:

beton minőség:

C20/25

beton nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20}{1,5} = 13,33 \text{ N/mm}^2$$

Betonacél:

betonacél minőség:

B 60.50

betonacél folyáshatárának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,8 \text{ N/mm}^2$$

állandó teher: ~8cm burkolat $0,08 * 22 = 1,76 \text{ kN/m}^2$

 ~16cm vb. lemez $0,16 * 25 = 4,0 \text{ kN/m}^2$

$$g_k = 5,76 \text{ kN/m}^2$$

hasznos teher:

$$q_k = 3,00 \text{ kN/m}^2$$

teher tervezési értéke (mértékadó teher)

$$\gamma_G = 1,35 \quad \gamma_Q = 1,50$$

$$p_{Ed} = 1,35 * 5,76 + 1,50 * 3,0 = 12,28 \text{ kN/m}^2$$

kompatibilitási feltételek:

$$1., p_{Ed} = p_{Ed,x} + p_{Ed,y}$$

$$2., E_x I_x \approx E_y I_y$$

$$3., w_x = w_y \text{ (maximális lehajlás helyén)}$$

$$w_x = c_x * \frac{p_{Ed,x} * l_x^4}{E_x I_x}$$

$$w_y = c_y * \frac{p_{Ed,y} * l_y^4}{E_y I_y}$$

TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek

Gyakorló példák

két oldalán befogott lemez: $c_x = \frac{1}{384}$

egy oldalon befogott, másik oldalon csuklós lemez: $c_y = \frac{2}{384}$

$$\frac{1}{384} * \frac{p_{Ed,x} * l_x^4}{E_x I_x} = \frac{2}{384} * \frac{p_{Ed,y} * l_y^4}{E_y I_y}$$

$$p_{Ed,x} * l_x^4 = 2 * p_{Ed,y} * l_y^4$$

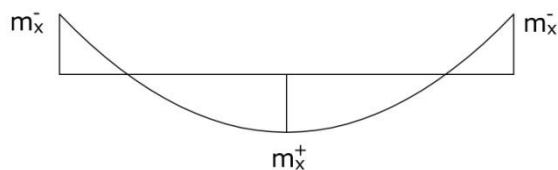
$$p_{Ed,x} = 2 * p_{Ed,y} * \frac{l_y^4}{l_x^4} = 2 * p_{Ed,y} * \frac{3,0^4}{5,0^4} = 0,259 * p_y$$

Behelyettesítve az 1. egyenletbe:

$$p_{Ed} = 0,259 * p_{Ed,y} + p_{Ed,y} = 1,259 * p_{Ed,y} \Rightarrow p_{Ed,y} = \frac{12,28}{1,259} = 9,75 \text{ kN/m}$$

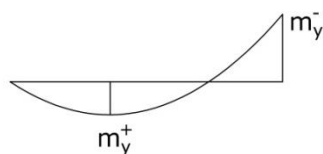
$$p_{Ed,x} = 12,28 - 9,75 = 2,53 \text{ kN/m}$$

2.1. igénybevételek (1m széles sávra):



$$m_x^+ = \frac{2,53 * 5,0^2}{24} = 2,635 \text{ kNm/m}$$

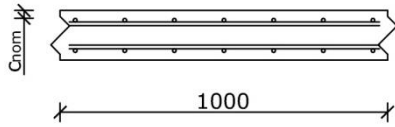
$$m_x^- = \frac{2,53 * 5,0^2}{12} = 5,27 \text{ kNm/m}$$



$$m_y^- = \frac{9,75 * 3,0^2}{8} = 10,97 \text{ kNm/m}$$

$$m_y^+ = \frac{9,75 * 3,0^2}{16} = 5,48 \text{ kNm/m}$$

2.2. Vasalás meghatározása



Betontakarás: $\Phi 12$ vasalás feltételezésével, XC1 környezeti osztály esetén

$$c_{min,dur} = 15mm$$

$$c_{nom} \geq 10mm + \max \left\{ \begin{array}{l} c_{min,b} = 12mm \\ c_{min,dur} = 15mm \\ 10mm \end{array} \right\} = 25mm$$

2.2.1.y irányban a felső vasalás:

$$d_y^f = 160 - \left(25 + \frac{12}{2} \right) = 129mm$$

Nyomatéki egyenlet a húzott acél súlypontjára:

$$m_y^- = b * x_c * f_{cd} * \left(d_y^f - \frac{x_c}{2} \right)$$

$$x_c = d_y^f - \sqrt{d_y^{f2} - \frac{2 * m_y^-}{b * f_{cd}}} = 129 - \sqrt{129^2 - \frac{2 * 10,97 * 10^6}{1000 * 13,3}} = 6,561mm < x_{c0} = d * \xi_{c0} = 63,21mm$$

$$a_s = \frac{m_y^-}{f_{yd} * \left(d - \frac{x_c}{2} \right)} = \frac{10,97 * 10^6}{435 * \left(129 - \frac{6,561}{2} \right)} = 200,59mm^2/m$$

$$a_{s,min} = \rho_{min} * b * d = 0,0013 * 1000 * 129 = 167,7mm^2/m$$

legnagyobb vastávolság:

$$s_{max} \leq h = 160mm \Rightarrow s = 160mm$$

$$\Phi 12/160 = 706,25mm^2/m$$

$$\Phi 8/160 = 318,75mm^2/m \quad \text{megfelel!}$$

A lemezvastagság csökkenthető.

$$h=130mm$$

2.2.2.y irányban a felső vasalás:

$$d_y^f = 140 - \left(25 + \frac{8}{2} \right) = 101mm$$

Nyomatéki egyenlet a húzott acél súlypontjára:

$$m_y^- = b * x_c * f_{cd} * \left(d_y^f - \frac{x_c}{2} \right)$$

TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek
Gyakorló példák

$$x_c = d_y^f - \sqrt{d_y^{f2} - \frac{2 * m_y^-}{b * f_{cd}}} = 101 - \sqrt{101^2 - \frac{2 * 10,97 * 10^6}{1000 * 13,3}} = 8,526mm < x_{c0} = d * \xi_{c0} = 49,49mm$$

$$a_s = \frac{m_y^-}{f_{yd} * \left(d - \frac{x_c}{2}\right)} = \frac{10,97 * 10^6}{435 * \left(101 - \frac{8,526}{2}\right)} = 260,69mm^2/m$$

legnagyobb vastávolság:

$$s_{max} \leq 150mm \Rightarrow s = 150mm$$

$$\Phi 8/150 = 335mm^2/m \quad \text{megfelel!}$$

2.2.3.y irányban alsó vasalás:

$$d_y^a = 130 - \left(25 + \frac{8}{2}\right) = 101mm$$

Nyomatéki egyenlet a húzott acél súlypontjára:

$$m_y^+ = b * x_c * f_{cd} * \left(d_y^a - \frac{x_c}{2}\right)$$

$$x_c = d_y^a - \sqrt{d_y^{a2} - \frac{2 * m_y^+}{b * f_{cd}}} = 101 - \sqrt{101^2 - \frac{2 * 5,48 * 10^6}{1000 * 13,3}} = 4,165mm < x_{c0} = d * \xi_{c0} = 49,49mm$$

$$a_s = \frac{m_y^+}{f_{yd} * \left(d - \frac{x_c}{2}\right)} = \frac{5,48 * 10^6}{435 * \left(101 - \frac{4,165}{2}\right)} = 127,35mm^2/m$$

legnagyobb vastávolság:

$$s_{max} \leq 150mm \Rightarrow s = 150mm$$

$$\Phi 8/150 = 335mm^2/m \quad \text{megfelel!}$$

2.2.4.x irányban a felső vasalás:

$$d_x^f = 130 - \left(25 + 8 + \frac{8}{2}\right) = 93mm$$

Nyomatéki egyenlet a húzott acél súlypontjára:

$$m_x^- = b * x_c * f_{cd} * \left(d_x^f - \frac{x_c}{2}\right)$$

$$x_c = d_x^f - \sqrt{d_x^{f2} - \frac{2 * m_x^-}{b * f_{cd}}} = 93 - \sqrt{93^2 - \frac{2 * 5,27 * 10^6}{1000 * 13,3}} = 4,363mm < x_{c0} = d * \xi_{c0} = 63,21mm$$

$$a_s = \frac{m_x^-}{f_{yd} * \left(d - \frac{x_c}{2}\right)} = \frac{5,27 * 10^6}{435 * \left(93 - \frac{4,363}{2}\right)} = 120,16mm^2/m$$

legnagyobb vastávolság:

$$s_{max} \leq 150mm \Rightarrow s = 150mm$$

TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek

Gyakorló példák

$$\Phi 8/150 = 335 \text{mm}^2/\text{m} \quad \text{megfelel!}$$

2.2.5.x irányban a alsó vasalás:

$$d_x^a = 130 - \left(25 + 8 + \frac{8}{2}\right) = 93 \text{mm}$$

Nyomatéki egyenlet a húzott acél súlypontjára:

$$m_x^+ = b * x_c * f_{cd} * \left(d_x^a - \frac{x_c}{2}\right)$$

$$x_c = d_x^a - \sqrt{d_x^{a2} - \frac{2 * m_x^+}{b * f_{cd}}} = 93 - \sqrt{93^2 - \frac{2 * 2,635 * 10^6}{1000 * 13,3}} = 2,155 \text{mm} < x_{c0} = d * \xi_{c0} = 63,21 \text{mm}$$

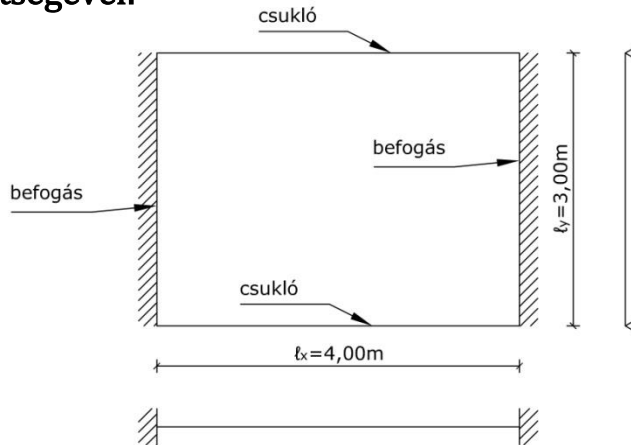
$$a_s = \frac{m_x^+}{f_{yd} * \left(d - \frac{x_c}{2}\right)} = \frac{2,635 * 10^6}{435 * \left(93 - \frac{2,155}{2}\right)} = 65,90 \text{mm}^2/\text{m}$$

legnagyobb vastávolság:

$$s_{max} \leq 150 \text{mm} \Rightarrow s = 150 \text{mm}$$

$$\Phi 8/150 = 335 \text{mm}^2/\text{m} \quad \text{megfelel!}$$

3. Határozza meg az alábbi lemez nyomatéki igénybevételeit a sáv-, és a Marcus módszersegítségével!



Kiindulási adatok:

állandó teher: $g_k = 10 \text{ kN/m}^2$
hasznos teher: $q_k = 15,0 \text{ kN/m}^2$

teher tervezési értéke (mértékadó teher)

$$\gamma_G = 1,35 \quad \gamma_Q = 1,50$$

$$p_{Ed} = 1,35 * 10 + 1,50 * 15 = 36,0 \text{ kN/m}^2$$

3.1. Igénybevételek meghatározása sávmódszerrel (tartókereszt eljárással)

kompatibilitási feltételek:

$$1., p_{Ed} = p_{Ed,x} + p_{Ed,y} \quad 2., E_x I_x \approx E_y I_y \quad 3., w_x = w_y \text{ (maximális lehajlás helyén)}$$

$$w_x = c_x * \frac{p_{Ed,x} * l_x^4}{E_x I_x} \quad w_y = c_y * \frac{p_{Ed,y} * l_y^4}{E_y I_y}$$

két oldalán befogott lemez:

$$c_x = \frac{1}{384}$$

két oldalon csuklós lemez:

$$c_y = \frac{5}{384}$$

$$\frac{1}{384} * \frac{p_{Ed,x} * l_x^4}{E_x I_x} = \frac{5}{384} * \frac{p_{Ed,y} * l_y^4}{E_y I_y}$$

$$p_{Ed,x} * l_x^4 = 5 * p_{Ed,y} * l_y^4$$

$$p_{Ed,x} = 5 * p_{Ed,y} * \frac{l_y^4}{l_x^4} = 5 * p_{Ed,y} * \frac{3,0^4}{4,0^4} = 1,582 * p_{Ed,y}$$

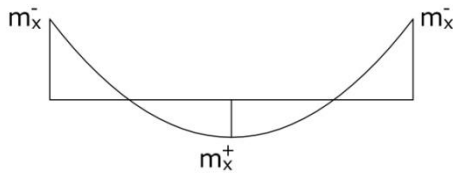
Behelyettesítve az 1. egyenletbe:

$$p_{Ed} = 1,582 * p_{Ed,y} + p_{Ed,y} = 2,259 * p_{Ed,y} \Rightarrow p_{Ed,y} = \frac{36,0}{2,259} = 13,94 \text{ kN/m}$$

$$p_{Ed,x} = 36 - 13,94 = 22,06 \text{ kN/m}$$

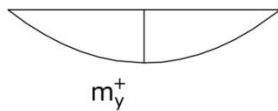
TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek
Gyakorló példák

3.1.1.igénybevételek (1m széles sávra):



$$m_x^+ = \frac{22,06 * 4,0^2}{24} = 14,71 \text{ kNm/m}$$

$$m_x^- = \frac{22,06 * 4,0^2}{12} = 29,41 \text{ kNm/m}$$



$$m_y^+ = \frac{13,94 * 3,0^2}{8} = 15,68 \text{ kNm/m}$$

3.2. Marcus módszer (csavarás figyelembevételével):

$$p_{Ed} = p'_{Ed,x} + p'_{Ed,y} + p''_{Ed,x} + p''_{Ed,y}$$

$$p_{Ed,x,y} = p''_{Ed,x} + p''_{Ed,y}$$

$$p''_{Ed,x} = \frac{5}{6} * \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^2 * \frac{m_x}{m_{ox}} * p_{Ed,x}$$

$$p''_{Ed,y} = \frac{5}{6} * \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^2 * \frac{m_y}{m_{oy}} * p_{Ed,y}$$

$$m_x = 14,71 \text{ kNm/m (sávmódszerből)}$$

$$m_y = 15,68 \text{ kNm/m (sávmódszerből)}$$

$$m_{ox} = \frac{p_{Ed} * l_x^2}{8} = \frac{36,0 * 4,0^2}{8} = 72 \text{ kNm/m}$$

$$m_{oy} = \frac{p_{Ed} * l_y^2}{8} = \frac{36,0 * 3,0^2}{8} = 40,5 \text{ kNm/m}$$

teljes teherből,
kéttámaszú tartón

$$p''_{Ed,x} = \frac{5}{6} * \left(\frac{4,0}{3,0}\right)^2 * \frac{14,71}{72,0} * 22,06 = 6,68 \text{ kN/m}^2$$

$$p''_{Ed,y} = \frac{5}{6} * \left(\frac{3,0}{4,0}\right)^2 * \frac{15,68}{40,5} * 13,94 = 2,53 \text{ kN/m}^2$$

$$p'_{Ed,x} = p_{Ed,x} - p''_{Ed,x} = 22,06 - 6,68 = 15,38 \text{ kN/m}^2$$

$$p'_{Ed,y} = p_{Ed,y} - p''_{Ed,y} = 13,94 - 2,53 = 11,41 \text{ kN/m}^2$$

TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek

Gyakorló példák

Marcus módszer alapján meghatározott igénybevételek:

$$m_x^+ = \frac{15,38 * 4,0^2}{24} = 10,25 \text{ kNm/m}$$

$$m_x^- = \frac{15,38 * 4,0^2}{12} = 20,51 \text{ kNm/m}$$

$$m_y^+ = \frac{11,41 * 3,0^2}{8} = 12,84 \text{ kNm/m}$$

az igénybevételek
kisebbek, mint a
sávmódszer alapján
meghatározott
igénybevételek

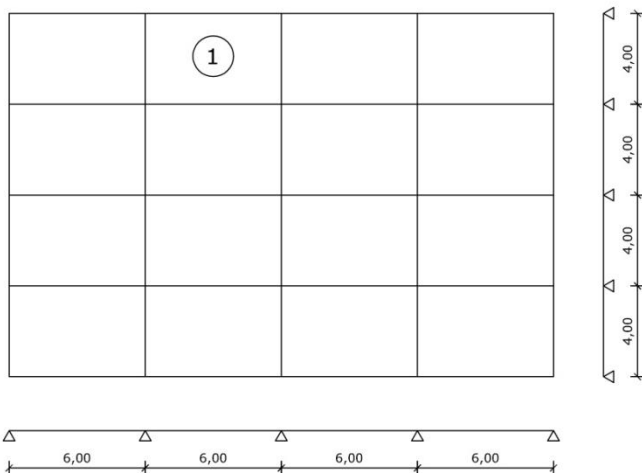
különbségek:

$$m_x^+ - \text{nál } \frac{14,71}{10,25} \Rightarrow 43\%$$

$$m_x^- - \text{nál } \frac{29,41}{20,51} \Rightarrow 43\%$$

$$m_y^+ - \text{nál } \frac{15,68}{12,84} \Rightarrow 22\%$$

4. Határozza meg az 1 jelű lemez maximális igénybevételeit sávmódszerrel!



terhek (tervezési érték):

$$g_d = 20 \text{ kN/m}^2 \quad q_d = 50 \text{ kN/m}^2$$

4.1. Támasznyomaték (negatív nyomaték) meghatározása, totális leterhelés alapján, 3 oldalon befogott lemez figyelembevételével.

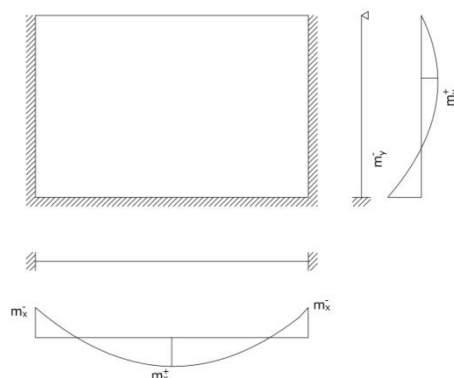
$$w_x = w_y \quad c_x = \frac{1}{384}$$

$$g = g_x + g_y \quad c_y = \frac{2}{384}$$

$$c_x * \frac{g_x * l_x^4}{E_x I_x} = c_y * \frac{g_y * l_y^4}{E_y I_y} \Rightarrow g_x = \frac{c_x}{c_y} * \frac{l_y^4}{l_x^4} g_y$$

„a” tényezőt bevezetve:

$$a = \frac{c_x}{c_y} * \frac{l_y^4}{l_x^4} = \frac{2}{1} * \frac{4,0^4}{6,0^4} = 0,395 \Rightarrow g_x = a * g_y = 0,395 * g_y$$



figyelembe véve, hogy: $g = g_x + g_y \Rightarrow g = a * g_y + g_y \Rightarrow g = (1 + a) * g_y$

terhek szétosztása:

állandó teher

$$g_y = \frac{1}{1 + a} * g = \frac{1}{1 + 0,395} * g = 0,717 * g = 14,34 \text{ kN/m}^2$$

$$g_x = \frac{a}{1 + a} * g = \frac{0,395}{1 + 0,395} * g = 0,283 * g = 5,66 \text{ kN/m}^2$$

$$g = g_x + g_y = 14,34 + 5,66 = 20 \text{ kN/m}^2 \quad \checkmark$$

hasznos teher

$$q_y = 0,717 * q = 35,85 \text{ kN/m}^2$$

TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek Gyakorló példák

$$q_x = 0,283 * q = 14,15 \text{ kN/m}^2$$

$$q = q_x + q_y = 35,85 + 14,15 = 50 \text{ kN/m}^2 \quad \checkmark$$

Nyomatékok állandó teherből (3 oldalon befogott lemez):

$$m_{g,y}^- = \frac{14,34 * 4,0^2}{8} = 28,68 \text{ kNm/m}$$

$$m_{g,y}^{+ (max)} = \frac{9}{128} * 14,34 * 4,0^2 = 16,133 \text{ kNm/m}$$

$$m_{g,y}^{+ (középen)} = \frac{14,34 * 4,0^2}{16} = 14,34 \text{ kNm/m}$$

$$m_{g,x}^- = \frac{5,66 * 6,0^2}{24} = 8,49 \text{ kNm/m}$$

$$m_{g,x}^+ = \frac{5,66 * 6,0^2}{12} = 16,98 \text{ kNm/m}$$

Nyomatékok hasznos teherből:

$$m_{q,y}^- = \frac{35,85 * 4,0^2}{8} = 71,70 \text{ kNm/m}$$

$$m_{q,y}^{+ (max)} = \frac{9}{128} * 35,85 * 4,0^2 = 40,32 \text{ kNm/m}$$

$$m_{q,y}^{+ (középen)} = \frac{35,85 * 4,0^2}{16} = 35,85 \text{ kNm/m}$$

$$m_{q,x}^- = \frac{14,15 * 6,0^2}{24} = 21,23 \text{ kNm/m}$$

$$m_{q,x}^+ = \frac{14,15 * 6,0^2}{12} = 42,46 \text{ kNm/m}$$

Maximális támasznyomaték:

$$m_{x,max}^- = -(16,98 + 42,46) = -59,44 \text{ kNm/m}$$

$$m_{y,max}^- = -(28,68 + 71,70) = -100,38 \text{ kNm/m}$$

4.2. Maximális mezőnyomaték (pozitív nyomaték) meghatározása:

teherállások: 1., befogott modell önsúly+hasznos teher/2
 +
 2., csuklós modell hasznos teher/2

4.2.1.1., teherállásból:

$$\frac{q_y^1}{2} = \frac{35,85}{2} = 17,93 \text{ kN/m}$$

TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek

Gyakorló példák

$$\frac{q_x^1}{2} = \frac{14,15}{2} = 7,08 \text{ kN/m}$$

számított nyomatékok (csak a pozitív nyomatékokat felírva) :

$$m_{q/2,x}^{+1} = \frac{7,08 * 6,0^2}{24} = 10,62 \text{ kNm/m}$$

$$m_{q/2,y}^{+1 \text{ (középen)}} = \frac{17,93 * 4,0^2}{16} = 17,93 \text{ kNm/m}$$

$$m_{q/2,y}^{+1(max)} = \frac{9}{128} * 17,93 * 4,0^2 = 20,17 \text{ kNm/m}$$

4.2.2.2., teherállásból:

$$a = \frac{c_x}{c_y} * \frac{l_y^4}{l_x^4} = \frac{5}{5} * \frac{4,0^4}{6,0^4} = 0,198 \quad \frac{1}{1 + 0,198} = 0,835$$

$$c_x = c_y = \frac{5}{384} \quad \frac{0,198}{1 + 0,198} = 0,165$$

$$\frac{q_y^2}{2} = \frac{0,835 * 50}{2} = 20,88 \text{ kN/m}$$

$$\frac{q_x^2}{2} = \frac{0,165 * 50}{2} = 4,13 \text{ kN/m}$$

Számított nyomatékok:

$$m_{q/2,y}^{+2} = \frac{20,88 * 4,0^2}{8} = 41,76 \text{ kNm/m}$$

$$m_{q/2,x}^{+2} = \frac{4,13 * 6,0^2}{8} = 18,58 \text{ kNm/m}$$

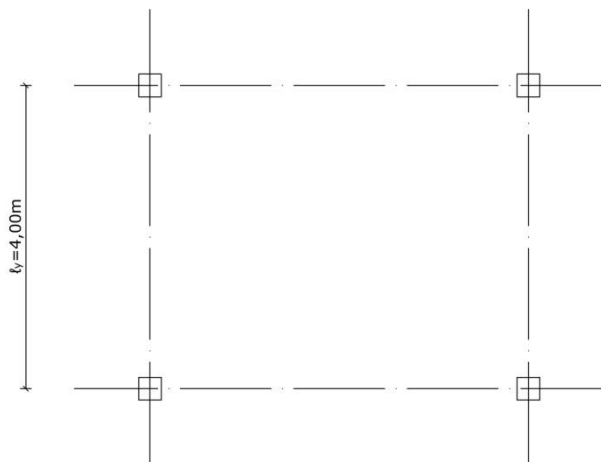
Maximális mezőnyomaték:

$$m_{x,max}^+ = 8,49 + 10,62 + 18,58 = 37,69 \text{ kNm/m}$$

$$m_{y,max}^+ = 16,16 + 20,17 + 41,76 = 78,06 \text{ kNm/m}$$

Megjegyzés: $m_{y,max}^+$ számításánál a maximális értékeket összegeztük, melyek nem egy km.-ben vannak. A közelítés a biztonság javára történt.

5. Határozza meg az alábbi gombafödém hajlító igénybevételeit a helyettesítő gerendasávok módszere alapján.



terhek (tervezési érték): $l_x = 5,00m$

$$g_d = 12,0kN/m^2 \quad q_d = 6,0kN/m^2$$

A födémterhelésnél a mértékadó állások helyett, megnövelt helyettesítő terhet veszünk figyelembe.

$$p'_d = g_d + 1,5 * q_d$$

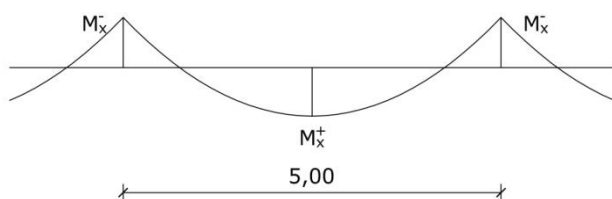
$$\text{oszlopsáv szélessége: } b_0 = \frac{l_y}{2} = \frac{4,0}{2} = 2,0m$$

$$\text{lemezszélessége: } l_y^l = l_y - b_0 = 4,0 - 2,0 = 2,0m$$

$$l_x^l = l_x - b_0 = 5,0 - 2,0 = 3,0m$$

helyettesítő teher:

$$p'_d = g_d + 1,5 * q_d = 12,0 + 1,5 * 6,0 = 21kN/m^2$$



5.1. igénybevételek x irányban (l_y széles lemezszélességre)

$$M_x^- = \frac{p'_d * l_y * l_x^2}{11,6} = \frac{21,0 * 4,0 * 5,0^2}{11,6} = 181,03kNm$$

$$M_x^+ = \frac{p'_d * l_y * l_x^2}{23,2} = \frac{21,0 * 4,0 * 5,0^2}{23,2} = 90,52kNm$$

Fajlagos nyomatékok meghatározása x irányban:

lemezszélességre:

TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek

Gyakorló példák

$$m_{x,l}^+ = \frac{0,45 * M_x^+}{l_y^l} = \frac{0,45 * 90,52}{2,0} = 20,37kNm/m$$

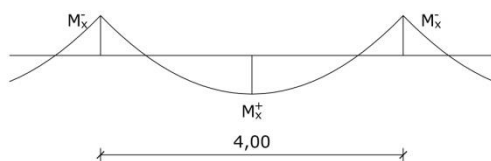
$$m_{x,l}^- = \frac{0,45 * M_x^-}{l_y^l} = \frac{0,25 * 181,03}{2,0} = 22,63kNm/m$$

oszlopsávra:

$$m_{x,o}^+ = \frac{0,55 * M_x^+}{b_0} = \frac{0,55 * 90,52}{2,0} = 24,89kNm/m$$

$$m_{x,o}^- = \frac{0,75 * M_x^-}{b_0} = \frac{0,75 * 181,03}{2,0} = 67,89kNm/m$$

5.2. igénybevételek y irányban (l_x széles lemezsávra)



$$M_y^- = \frac{p_d' * l_x * l_y^2}{11,6} = \frac{21,0 * 5,0 * 4,0^2}{11,6} = 144,83kNm$$

$$M_y^+ = \frac{p_d' * l_x * l_y^2}{23,2} = \frac{21,0 * 5,0 * 4,0^2}{23,2} = 72,41kNm$$

Fajlagos nyomatékok meghatározása x irányban:

lemezsávra:

$$m_{y,l}^+ = \frac{0,45 * M_y^+}{l_x^l} = \frac{0,45 * 72,41}{3,0} = 10,86kNm/m$$

$$m_{y,l}^- = \frac{0,45 * M_y^-}{l_x^l} = \frac{0,25 * 144,83}{3,0} = 12,07kNm/m$$

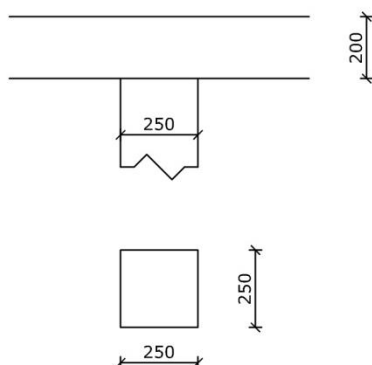
oszlopsávra:

$$m_{y,o}^+ = \frac{0,55 * M_y^+}{b_0} = \frac{0,55 * 72,41}{2,0} = 19,91kNm/m$$

$$m_{y,o}^- = \frac{0,75 * M_y^-}{b_0} = \frac{0,75 * 144,83}{2,0} = 54,31kNm/m$$

Megjegyzés: az így meghatározott nyomatékokra kell a lemezt bevasalni.

6. Határozzuk meg az alábbi pillér felett a lemezben szükséges átszűrődési vasalás mennyiségét.



Kiindulási adatok:

Beton:

beton minőség:

C20/25 – 16

beton nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20}{1,5} = 13,33 \text{ N/mm}^2$$

betontakarás:

$$c_{nom}^* = 26 \text{ mm}$$

Betonacél:

betonacél minőség:

B60.50

betoncél folyáshatárának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,8 \text{ N/mm}^2$$

Felső vasalás a lemezben mindkét irányban: $\Phi 16/150 = 1340 \text{ mm}^2/\text{m}$

$$d_y = 200 - 26 - \frac{16}{2} = 166 \text{ mm}$$

$$d_x = 200 - 26 - 16 - \frac{16}{2} = 150 \text{ mm}$$

$$d = \frac{d_y + d_x}{2} = \frac{166 + 150}{2} = 158 \text{ mm}$$

$$V_{Ed,0} = 700 \text{ kN} \text{ (függőleges reakció erő a vizsgált oszlopnál)}$$

$$\beta = 1,15 \text{ (közbenső oszlop)}$$

6.1. A beton teherbírásának ellenőrzése ferde nyomásra a pillérek u_0 kerülete mentén:

A megfelelő teherbírás feltétele:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$$

$$V_{Ed} = \frac{\beta * V_{Ed,0}}{u_0 * d} = \frac{1,15 * 700 * 10^3}{4 * 250 * 158} = 5,09 \text{ N/mm}^2$$

$$V_{Rd,max} = 0,5 * v * f_{cd} = 0,5 * 0,55 * 13,33 = 3,67 \text{ N/mm}^2$$

* VSZT 50. oldal

TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek

Gyakorló példák

$$v = 0,6 * \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 * \left(1 - \frac{20}{250}\right) = 0,55$$

$V_{Ed} > V_{Rd,max} \Rightarrow$ a lemez nem felel meg

lehetőségek: lemezvastagság növelése \rightarrow 300 mm
 betonminőség növelése \rightarrow C25/30
 oszlopméret növelése \rightarrow 300/300 mm
 merev acélbetét alkalmazása \rightarrow nem!

Új méretekkel a beton teherbírásának ellenőrzése:

$$f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2 \qquad f_{cd} = 16,67 \text{ N/mm}^2$$

$$v_{Ed} = \frac{\beta * V_{Ed,0}}{u_0 * d} = \frac{1,15 * 700 * 10^3}{4 * 300 * 258} = 2,6 \text{ N/mm}^2$$

$$v_{Rd,max} = 0,5 * v * f_{cd} = 0,5 * 0,54 * 16,67 = 4,5 \text{ N/mm}^2$$

$$v = 0,6 * \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 * \left(1 - \frac{25}{250}\right) = 0,54$$

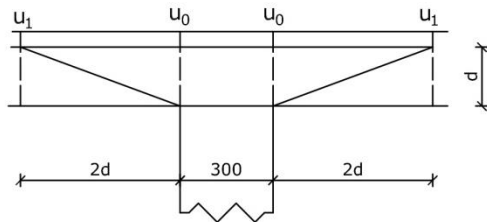
$v_{Ed} < v_{Rd,max} \Rightarrow$ a lemez bevasalható

6.2. Nyírási vasalás számítása:

szükséges e nyírási vasalás?

A beton keresztmetszet teherbírása u_1 kerület mentén:

u_1 : oszlop szélétől $2d$ távolságra levő kerület.



$$u_1 = K + 2 * 2 * d * \pi = 4 * 300 + 4 * 258 * \pi = 4442 \text{ mm}$$

$$v_{Rd,c} = \max \left\{ C_{Rd,c} * k * (100 * \rho_l * f_{ck})^{\frac{1}{3}} \right. \\ \left. v_{min} \right\}$$

$$k = \min \left\{ 1 + \frac{\sqrt{200}}{d} = 1 + \frac{\sqrt{200}}{258} = 1,88 \right\} = 1,88$$

$$\rho_l = \min \left\{ \sqrt{\rho_{l,y} * \rho_{l,x}} = \sqrt{\frac{1340 * 1340}{1000^2 * 258^2}} = 5,19 * 10^{-3} \right. \\ \left. 0,02 \right\} = 5,19 * 10^{-3}$$

TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek

Gyakorló példák

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} = \frac{0,18}{1,5} = 0,12$$

$$v_{min} = 0,035 * k^{\frac{3}{2}} * f_{ck}^{\frac{1}{2}} = 0,035 * 1,88^{\frac{3}{2}} * 25^{\frac{1}{2}} = 0,451 N/mm^2$$

$$C_{Rd,c} * k * (100 * \rho_l * f_{ck})^{\frac{1}{3}} = 0,12 * 1,88 * (100 * 5,19 * 10^{-3} * 25)^{\frac{1}{3}} = 0,53 N/mm^2$$

$$v_{Rd,c} = \max \left\{ \begin{matrix} 0,53 \\ 0,451 \end{matrix} \right\} = 0,53 N/mm^2$$

Fajlagos nyíróerő nagyság az u_1 kerület mentén:

$$v_{Ed,u_1} = \frac{\beta * V_{Ed,0}}{u_1 * d} = \frac{1,15 * 700 * 10^3}{4442 * 258} = 0,702 N/mm^2 > v_{Rd,c} = 0,53 N/mm^2 \Rightarrow \text{nyírási vasalás szükséges!}$$

6.3. Nyírási vasalás megtervezése:

A nyírási vasalással tervezett lemez átlyukadási nyírószilárdságának tervezési értéke a vizsgált keresztmetszet mentén: $v_{Rd,cs}$

$$v_{Rd,cs} = 0,75 * v_{Rd,c} + n * A_{sw} * f_{ywd,ef} * \frac{1}{u_1 * d} * \sin \alpha$$

$$n = 1,5 * \frac{d}{s_r}$$

$$s_r = 0,75 * d = 0,75 * 258 = 193,5 mm \Rightarrow s_{r,eff} = 150 mm$$

Az átlyukadás elleni nyíróvasalás húzószilárdságának tervezési értéke: $f_{ywd,ef}$

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0,25 * d = 250 + 0,25 * 258 = 314,5 N/mm^2 \leq f_{ywd} = 435 N/mm^2$$

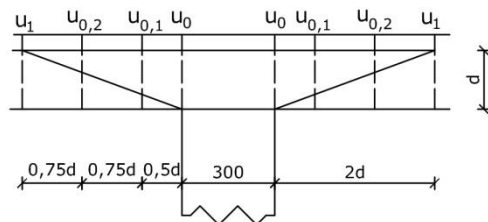
Alkalmazott vasalás: függőleges kengyelezés $\rightarrow \alpha = 90^\circ \rightarrow \sin \alpha = 1$

Határozzuk meg azt az u_{out} kerületet ahol már nincs szükség nyírási vasalásra:

$$u_{out} = \frac{\beta * V_{Ed,0}}{v_{Rd,c} * d} = \frac{1,15 * 700 * 10^3}{0,53 * 258} = 5887 mm$$

A szélső acélon kívül $1,5d$ -re kell az u_{out} kerületnek lennie.

A vizsgálandó átszűrődési vonalak távolsága $0,75d$, az első távolsága $0,5d$.



TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek

Gyakorló példák

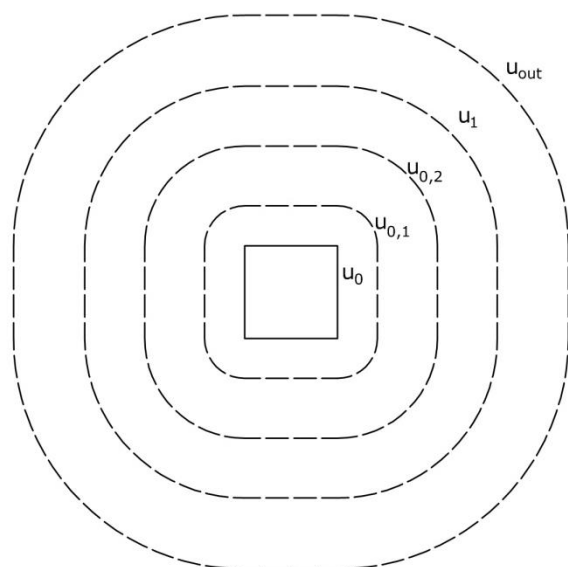
$$u_{01} = K + 2 * 0,5 * d * \pi = 4 * 300 + 2 * 0,5 * 258 * \pi = 2010mm$$

$$u_{02} = K + 2 * 1,25 * d * \pi = 4 * 300 + 2 * 1,25 * 258 * \pi = 3226mm$$

$$u_1 = 4442mm$$

u_1 -től 1,5*d*-re:

$$K + 2 * (0,5 + 1,5 + 1,5) * d * \pi = 3 * 400 + 2 * 3,5 * 258 * \pi = 6873mm \Rightarrow \text{nyírási vasalás az } u_1 \text{ vonalig.}$$



Az egyes átszűrődési vonalakon szükséges nyírási vasalás mennyisége:

$$v_{Ed,01} = \frac{\beta * V_{Ed,0}}{u_{01} * d} = \frac{1,15 * 700 * 10^3}{2010 * 258} = 1,552N/mm^2$$

$$v_{Ed,02} = \frac{\beta * V_{Ed,0}}{u_{02} * d} = \frac{1,15 * 700 * 10^3}{3226 * 258} = 0,967N/mm^2$$

$$v_{Ed,1} = \frac{\beta * V_{Ed,0}}{u_1 * d} = \frac{1,15 * 700 * 10^3}{4442 * 258} = 0,702N/mm^2$$

$$v_{Rd,cs} = 0,75 * 0,53 + 1,5 * \frac{258}{150} * A_{sw} * 314,5 * \frac{1}{u * 258} * 1 \Rightarrow A_{sw} = \frac{v_{Rd,cs} - 0,398}{3,145} * u$$

$\Phi 10 = 79mm^2$ kengyel esetén
(szárdarabszám)

$$A_{sw,01} = \frac{v_{Ed,01} - 0,398}{3,145} * u = \frac{1,552 - 0,398}{3,145} * 2010 = 737,53mm^2$$

10db

$$A_{sw,02} = \frac{v_{Ed,02} - 0,398}{3,145} * u = \frac{0,967 - 0,398}{3,145} * 3226 = 583,65mm^2$$

8db

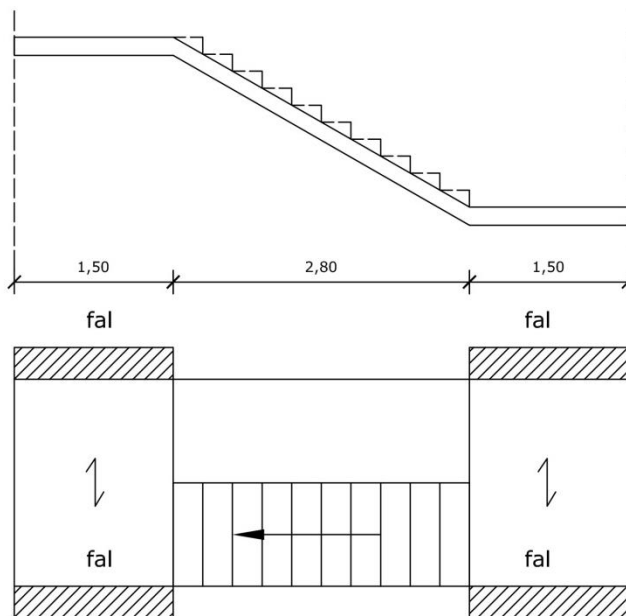
$$A_{sw,1} = \frac{v_{Ed,1} - 0,398}{3,145} * u = \frac{0,702 - 0,398}{3,145} * 4442 = 429,37mm^2$$

6db

Megjegyzés:

A szükséges vasmennyiségeket a szerkesztési szabályok figyelembevételével kell kiosztani.

7. Határozza meg az alábbi monolit vasbeton lépcső szükséges vasalását!



A pihenő a két oldalsó falazatra támaszkodik fel

Kiindulási adatok:

Beton:

beton minőség:

C20/25

beton nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20}{1,5} = 13,33 \text{ N/mm}^2$$

Betonacél:

betonacél minőség:

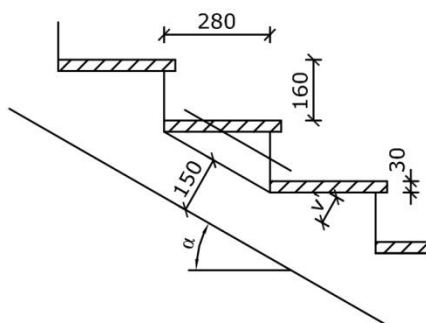
B 60.50

betonacél folyáshatárának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,8 \text{ N/mm}^2$$

hasznos teher: $q_k = 3,00 \text{ kN/m}^2$

7.1. lépcsőfok kialakítása:



TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek

Gyakorló példák

átlagos lépcsőfok vastagság:

$$v' = \frac{280 * 160}{2 * \sqrt{280^2 + 180^2}} = 69,5mm$$

helyettesítő lemeztvastagság:

$$h = \frac{150 + 69,5}{\cos 29,74} = 252,8mm$$

Terhek meghatározása:

pihenőlemez:

20mm	burkolat	0,02 * 22 =	0,44kN/m ²
150mm	vb. lemez	0,15 * 25 =	3,75kN/m ²
15mm	vakolat	0,015 * 18 =	0,27kN/m ²
		Σ	4,46kN/m ²

lépcsőlemez:

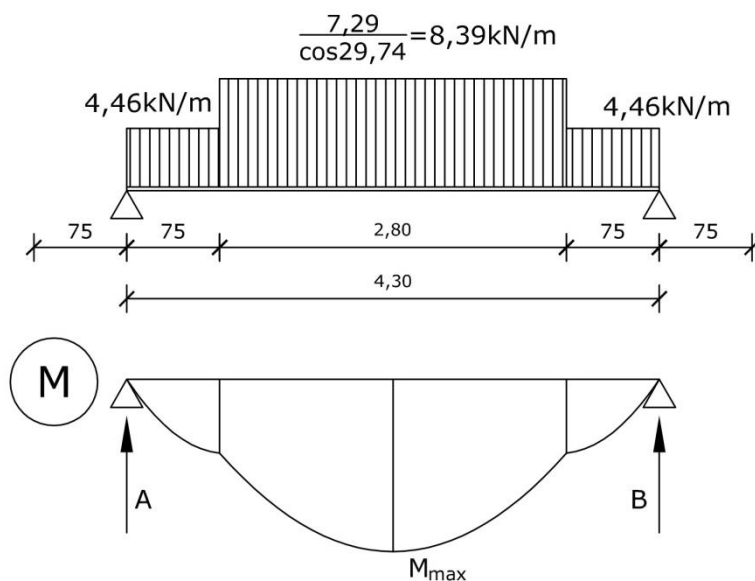
30mm	burkolat	0,03 * 22 =	0,66kN/m ²
252,8mm	vb. lemez	0,2528 * 25 =	6,32kN/m ²
17,3mm	vakolat	0,015 * 18 =	0,31kN/m ²
		Σ	7,29kN/m ²

függőleges vakolat vastagság: $\frac{15}{\cos 29,74} = 17,3mm$

7.2. Az igénybevételeket vetületi tartón határozzuk meg.

Megjegyzés: tulajdonképpen a szerkezetben normálerő is keletkezik, így különösen nyomott szerkezetként kellene méretezni. A normálerő azonban kicsi így hatását elhanyagoljuk.

vetületi tartó (1m széles tartóra vizsgálva)



TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek

Gyakorló példák

reakció erők:

$$A = B = \frac{1,35 * (2 * 0,75 * 4,46 + 2,8 * 8,39) + 1,50 * 3,0 * 4,30}{2} = 30,05kN$$

$$M_{max}^{középen} = 30,05 * 2,15 - 1,35 * 4,46 * 0,75 * 1,775 - 1,35 * 8,39 * \frac{1,40^2}{2} - 1,5 * 3,0 * \frac{2,15^2}{2} = 35,09kNm$$

$$m_{Ed} = 35,09kNm$$

7.3. Vasalás számítása:

$$a = c_{nom} + \frac{d_{\delta vas}}{2} = 26 + \frac{16}{2} = 34mm \approx 35mm$$

$$d = h - a = 150 - 35 = 115mm$$

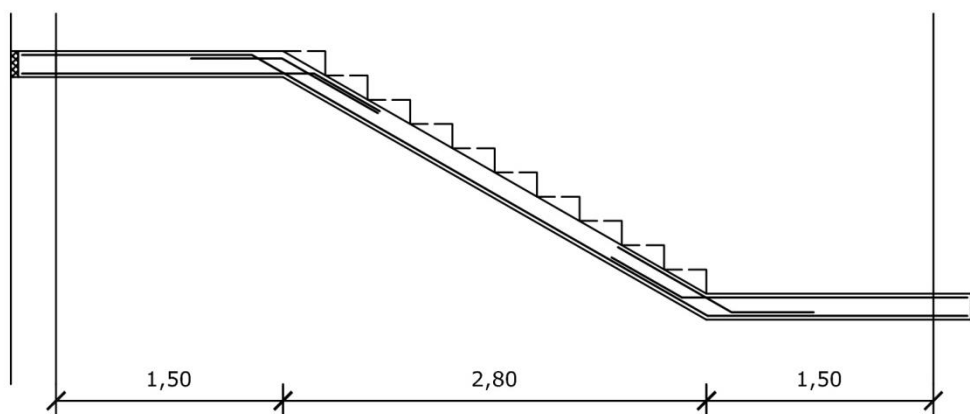
$$m_{Ed} = b * x_c * f_{cd} * \left(d - \frac{x_c}{2}\right)$$

$$x_c = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 * m_{Ed}}{b * f_{cd}}} = 115 - \sqrt{115^2 - \frac{2 * 35,09 * 10^6}{1000 * 13,3}} = 25,85mm < x_{c0} = d * \xi_{c0} = 56,35mm$$

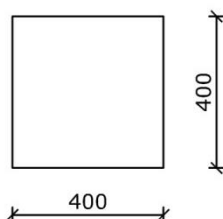
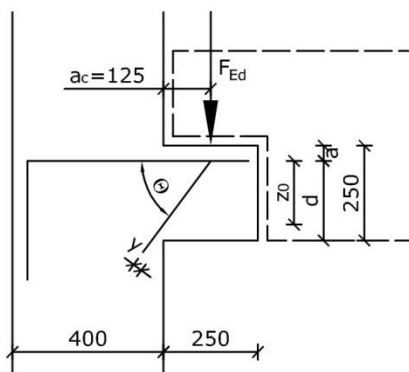
$$a_s = \frac{m_{Ed}}{f_{yd} * \left(d - \frac{x_c}{2}\right)} = \frac{35,09 * 10^6}{435 * \left(115 - \frac{25,85}{2}\right)} = 790,27mm^2/m$$

$$a_{s,eff} = \frac{\Phi 14}{190} = 810mm^2/m$$

7.3.1.vasalási vázlat:



8. Határozza meg az alábbi rövidkonzol vasalását:



Kiindulási adatok:

Beton:

beton minőség:

C25/30

beton nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,5} = 16,67 \text{ N/mm}^2$$

Betonacél:

betonacél minőség:

B 60.50

betonacél folyáshatárának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2$$

Terhelő erők: $F_{Ed} = 150 \text{ kN}$

$$N_{Ed} = 0,1 * F_{Ed} = 0,1 * 150 = 15 \text{ kN (pontosabb adatok hiányában)}$$

8.1. Vasalás számítása

Kiindulásként a fővasalás legyen: $\Phi 14$; kengyelezés: $\Phi 8$

$$c_{nom} = 25 \text{ mm}$$

$$a_c = 125 \text{ mm} \quad h_c = 250 \text{ mm}$$

$$a = c_{nom} + d_{kengyelez} + \frac{d_{fövas}}{2} = 25 + 8 + \frac{14}{2} = 40 \text{ mm}$$

$$d = h - a = 250 - 40 = 210 \text{ mm}$$

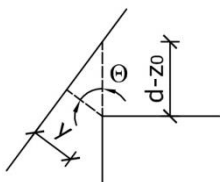
$$z_0 \approx 0,8 * d = 0,8 * 210 = 168 \text{ mm}$$

TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek

Gyakorló példák

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{z_0}{a_c} = \frac{168}{125} \Rightarrow \theta = 53,37^\circ \quad (45^\circ < \theta < 68^\circ)$$

„y” az N_c erő hatásvonala a konzol bal alsó sarkától



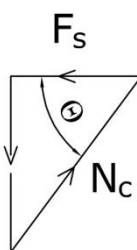
$$y = (d - z_0) * \cos\theta = (210 - 168) * \cos 53,34 = 25,08 \text{ mm}$$

Az acélban keletkező húzó erő:

$$F_s = F_{Ed} * \frac{a_c}{z_0} + N_{Ed} = 150 * \frac{125}{168} + 15 = 126,61 \text{ kN}$$

A betonban keletkező nyomóerő:

$$N_c = \frac{F_s}{\cos\theta} = \frac{126,61}{\cos 53,34} = 212,0 \text{ kN}$$



A beton által felvehető nyomóerő:

$$N_{Rd} = 2 * y * b * f_{cd} = 2 * 25,08 * 450 * 16,67 = 376,28 \text{ kN} > N_c = 212,0 \text{ kN} \Rightarrow \text{megfelel!}$$

8.2. Szükséges vasalás:

$$A_{s,\text{main}} = \frac{F_s}{f_{yd}} = \frac{126,61}{435} = 291 \text{ mm}^2$$

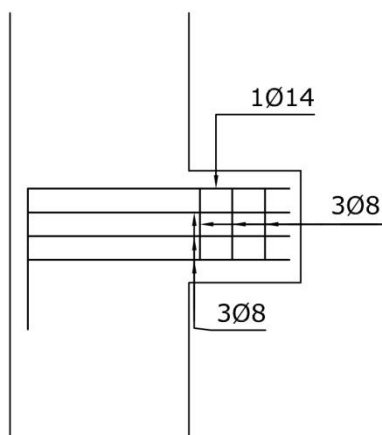
$$2\Phi 14 = 308 \text{ mm}^2$$

vízszintes kengyelezés:

$$a_c = 125 \text{ mm} \leq 0,5 * h_c = 0,5 * 250 = 125 \text{ mm}$$

$$A_{s,\text{link}} = 0,25 * A_{s,\text{main}} = 0,25 * 308 = 77 \text{ mm}^2$$

8.2.1. Vasalási vázlat:



8.3. Hajlítási átmérőre vonatkozó szerkesztési szabály vizsgálata:

Meg kell vizsgálni, hogy a rövidkonzol húzott vasalásának belső hajlítási átmérője megfelel-e a szerkesztési szabályoknak:

$$D_{min,c} = c * \emptyset = 31 * 14 = 434mm$$

$$b - 2 * c_{nom} - 2 * d_{kenyvel} - 2 * d_{f\ddot{o}vas} = 400 - 2 * 25 - 2 * 8 - 2 * 14 = 306mm < D_{min,c} = 434mm$$

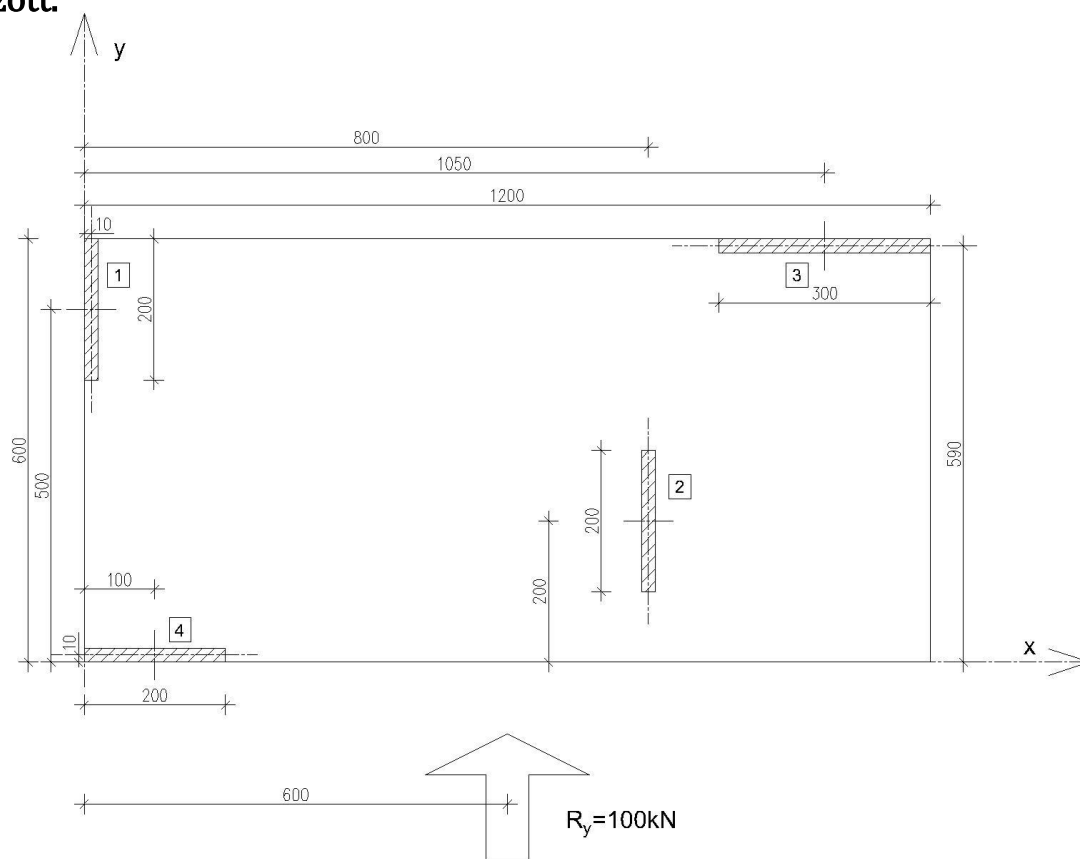
A rövidkonzol szélessége 400mm, tehát nem felel meg, nem férne el. Növelni kell a betonminőséget.

C35/45 minőségű beton esetén:

$$D_{min,c} = c * \emptyset = 22 * 14 = 308mm$$

Ez esetben már elfér 308mm~306mm. Ennyi hiba belefér a számításba.

9. Határozza meg, miként oszlanak meg a vízszintes erők az alábbi vasbeton falak között.



9.1. Számítási összefüggések:

Inercia saját síkban:

$$I = \frac{b * h^3}{12}$$

Inercia síkra merőlegesen: $I=0$

D_0 csavarási középpont koordinátái az x,y koordináta rendszerben:

$$x_{D_0} = \frac{\sum I_{x,i} * x_i}{\sum I_{x,i}} \quad y_{D_0} = \frac{\sum I_{y,i} * y_i}{\sum I_{y,i}}$$

Ahol $I_{x,i}$ és $I_{y,i}$ az i-edik fal inerciája a saját súlyponti tengelyére.

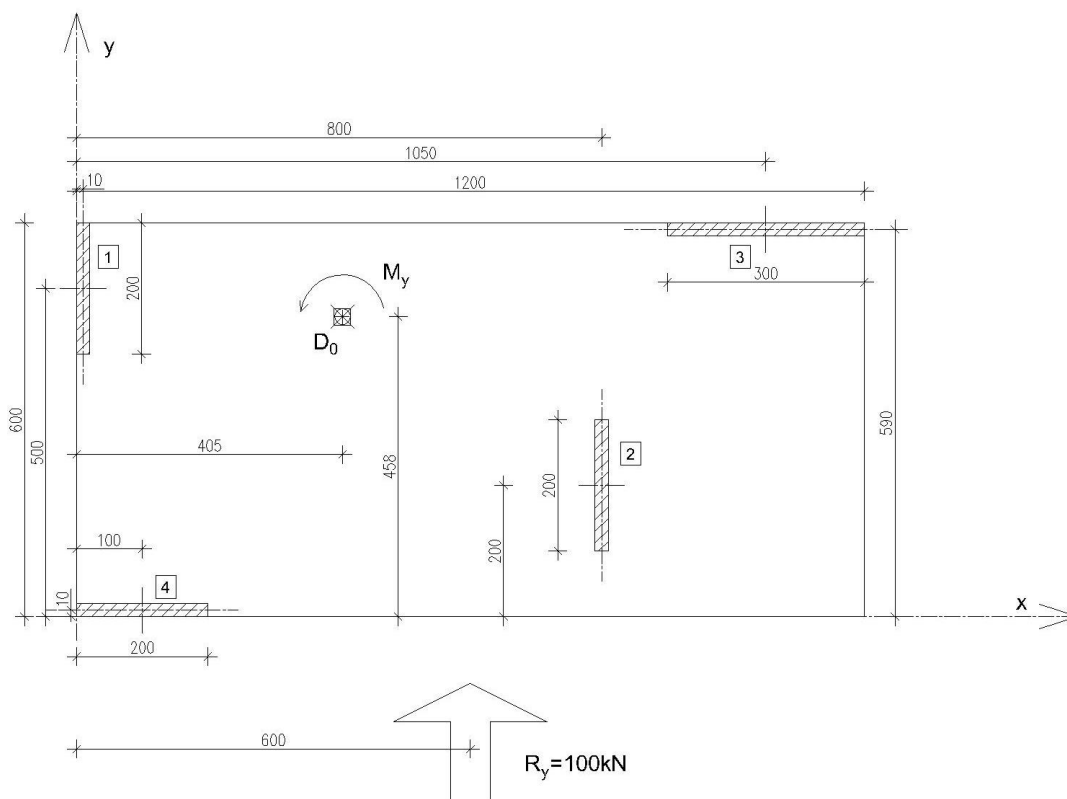
fal			koordináták					
név	vtg. [m]	hossz [m]	x_i	y_i	$I_{x,i}$	$I_{y,i}$	$I_{x,i} * x_i$	$I_{y,i} * y_i$
1	0,20	2,0	0,10	5,00	0,133	0	0,013	0
2	0,20	2,0	8,00	2,00	0,133	0	1,067	0
3	0,20	3,0	10,50	5,90	0	0,450	0	2,635
4	0,20	2,0	1,00	0,10	0	0,133	0	0,013
Σ					0,266	0,583	1,077	2,668

TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek

Gyakorló példák

D_0 csavarási középpont helye:

$$x_{D_0} = \frac{\sum I_{x,i} * x_i}{\sum I_{x,i}} = \frac{1,077}{0,266} = 4,05m \quad y_{D_0} = \frac{\sum I_{y,i} * y_i}{\sum I_{y,i}} = \frac{2,668}{0,583} = 0,458m$$



9.2. A falrendszer torzulási modulusa a csavarási középpontra:

falnév	távolság a csavarási középponttól			
	$r_{x,i} [m]$	$r_{y,i} [m]$	$I_{x,i} * r_{x,i}^2$	$I_{y,i} * r_{y,i}^2$
1	$4,05 - 0,10 = 3,95$	számításban nem használjuk fel	2,075	-
2	$8,00 - 4,05 = 3,95$	-	2,075	-
3	-	$5,90 - 4,58 = 1,32$	-	0,784
4	-	$4,58 - 0,10 = 4,48$	-	2,669
Σ			4,15	3,453

$$I_{\omega} = I_{x,i} * r_{x,i}^2 + I_{y,i} * r_{y,i}^2 = 7,603m^4$$

9.3. Az egyes falakra jutó erők:

$$S_i = R_y * \frac{I_{x,i}}{\sum I_{x,i}} \pm M_y * \frac{I_{x,i} * r_{x,i}}{I_{\omega}}$$

$$M_y = R_y * r_{y,D_0} = 100 * \left(4,05 - \frac{12,0}{2}\right) = -195kNm$$

⇒ előjel szemléletből (nyomaték milyen reakciót okoz a falban.)

TARTÓSZERKEZETEK II.-Vasbetonszerkezetek

Gyakorló példák

$$S_1 = 100 * \frac{0,133}{0,266} - 195 * \frac{0,133 * 3,95}{7,603} = +36,53kN$$

$$S_2 = 100 * \frac{0,133}{0,266} + 195 * \frac{0,133 * 3,95}{7,603} = +63,47kN$$

Mivel a feladatban $R_x = 0$, ezért a 3-as és 4-es jelű falakban csak a nyomatéből keletkezik reakció erő.

$$S_3 = -195 * \frac{0,450 * 1,32}{7,603} = -15,23kN$$

$$S_4 = +195 * \frac{0,133 * 4,48}{7,603} = +15,28kN$$

9.4. Ellenőrzés:

$$\Sigma F_{i,y} = 0 \Rightarrow S_1 + S_2 - R_y = 36,53 + 63,47 - 100 = 0 \quad \checkmark$$

$$\Sigma F_{i,x} = 0 \Rightarrow S_3 + S_4 = -15,23 + 15,28 = 0 \quad \checkmark$$