

Értékünk AZ **EMBER**

Humán erőforrás-fejlesztési Operatív Program



Zsenák Ferenc

ÁLTALÁNOS GÉPTAN



SZÉCHENYI ISTVÁN
EGYETEM
GYŐR

Magyarország célba ér



**Készült a HEFOP 3.3.1-P.-2004-09-0102/1.0 pályázat
támogatásával.**

**Szerző: dr. Zsenák Ferenc
főiskolai docens**

Lektor: dr. Tatai-Szabó Miklós

A dokumentum használata

Mozgás a dokumentumban

A dokumentumban való mozgáshoz a Windows és az Adobe Reader megszokott elemeit és módszereit használhatjuk.

Minden lap tetején és alján egy navigációs sor található, itt a megfelelő hivatkozásra kattintva ugorhatunk a használati útmutatóra, a tartalomjegyzékre, valamint a tárgymutatóra. A ◀ és a ▶ nyilakkal az előző és a következő oldalra léphetünk át, míg a Vissza mező az utoljára megnézett oldalra visz vissza bennünket.

Pozicionálás a könyvjelzőablak segítségével

A bal oldali könyvjelző ablakban tartalomjegyzékfa található, amelynek bejegyzéseire kattintva az adott fejezet/alfejezet első oldalára jutunk. Az aktuális pozíciókat a tartalomjegyzékfában kiemelt bejegyzés mutatja.

A tartalomjegyzék és a tárgymutató használata

Ugrás megadott helyre a tartalomjegyzék segítségével

Kattintsunk a tartalomjegyzék megfelelő pontjára, ezzel az adott fejezet első oldalára jutunk.

A tárgymutató használata, keresés a szövegben

Keressük meg a tárgyszavak között a bejegyzést, majd kattintsunk a hozzá tartozó oldalszámok közül a megfelelőre. A további előfordulások megtekintéséhez használjuk a Vissza mezőt.

A dokumentumban való kereséshez használjuk megszokott módon a Szerkesztés menü Keresés parancsát. Az Adobe Reader az adott pozíciótól kezdve keres a szövegben.

Tartalomjegyzék

A szerző előszava.....	5
Dr. Pattantyús Á. Géza.....	6
1. A gép fogalma.....	8
Önellenőrző kérdések.....	12
2. A mechanikai munka és átvitele	13
2.1. Egyenes vonalú és körmozgások rövid áttekintése.....	13
2.2. A mechanikai munka átvitele egyenletes sebességű üzem mellett	29
2.3. A mechanikai munka átvitele változó sebességű üzem mellett.....	107
2.4. A gépek statikus üzeme.....	138
3. A villamos energiatermelés mint komplex gépcsoport.....	155
3.1. Néhány szó a kogenerációs energiatermelésről	162
<i>Felhasznált és ajánlott irodalom</i>	<i>169</i>
<i>Név- és tárgymutató.....</i>	<i>170</i>

A szerző előszava

Dr. Pattantyús Á Géza az 1944-ben először megjelent „A gépek üzemtaná” c. művében írta:

„Az EMBER létszükségeitől való gondoskodás az anyagi alapja minden szellemi haladásnak is. E sokrétű szükséglet kielégítésére a természet nyújtotta anyagok és a természeti erők őállapotukban többnyire nem alkalmasak, szükség van tehát azok kitermelésére, továbbszállítására, feldolgozására, elraktározására és szétosztására is.”

Mindezen sokrétű feladat megvalósítására szolgálnak a gépek, hisz a fent hivatkozott mű szerint:

„Gépek nevezhető eszerint minden – mechanikai elven működő – szerkezet, amely az anyag, vagy energia alakjának, vagy helyzetének terszerű megváltoztatására alkalmas.”

Mivel a mérnök alapvető feladata:

- a gépek, szerkezetek és berendezések üzemeltetése, fejlesztése,
- a gépekben, szerkezetekben és berendezésekben lejátszódó technológiai folyamatok és műveletek elemzése, tervezése.

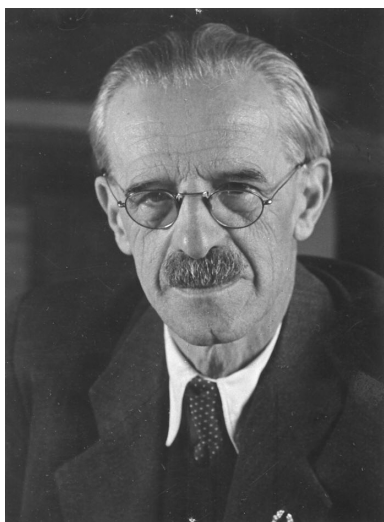
szükséges a műszaki alap- és szaktantárgyak szintézisének biztosítása érdekében a gépek fogalmának értelmezése, a különböző energiaformák előállításának, szállításának, átalakításának valamint az ezek üzemvitelével kapcsolatos alapismeretek rendszerező összefoglalása, melyre „Az általános géptan” c. tantárgy hivatott. Jelen jegyzet eme feladatok megoldásához nyújt segítséget.

A jegyzet szerkesztése során több alkalommal vettem segítségül Dr. Pattantyús Á. Géza több kiadásban megjelent alap művét, illetve egyéb publikációit, ezért valamint mert jegyzetein, tankönyvein gépészgenerációk nevelkedtek és nevelkednek, tanári személyiségét legendák övezik, munkássága példaértékű a mai mérnöknemzedék előtt kérem, olvassák el a róla szóló rövid összefoglalót.

Győr, 2007. január

A Szerző

Dr. Pattantyús Á. Géza



Az okleveles gépészmérnök, műegyetemi professzor, akadémikus. Pattantyús tanár úr Selmecbányán 1885. december 11-én született és 71 éves korában Budapesten hunyt el.

Édesanyja a Bányászati és Erdészeti Akadémia neves professzorának, Pöschl Edének leánya, Édesapja orvos volt. Ősei sok kiváló tudóst adtak a hazának, köztük dédapját, Burg Ádámot, aki tudományos eredményeiért bárói címet is kapott.

Gimnáziumot követően 1903–1907 között a József Műegyetem Gépészmérnöki Osztályának hallgatója volt. 1907–1909 között tanársegéd a Műegyetem I. sz. Elektrotechnika Tanszékén Zipernowsky Károly professzor mellett. 1910-ben a Ganz-gyár ösztöndíjával Németországon, Anglián át az Amerikai Egyesült Államokba utazott.

Hazatérte után, 1911-ben nyújtotta be doktori dolgozatát: „*Elektromos bengerjáratok üzemének vizsgálata gyorsulások alapján*” címmel, amelyet 1912-ben védett meg, s a II. Gépszerkezettani Tanszék adjunktusa lett. 1921-től magántanár a Műegyetemen. Ugyanebben az évben jelent meg Emelőgépek c. egyetemi jegyzete. 1926-tól egyetemi rendkívüli tanár, egy évvel később adták ki Emelőgépek c. kézikönyvét, ill. tankönyvét.

Bánki Donát (1922) halála után 1930 szeptemberében nevezték ki Pattantyús-Ábrahám Gézát Bánki Donát utódjául a III. Gépszerkezettani Tanszékre. Az ezt megelőző évtizedben több mint 30 tudományos dolgozata, szakcikke jelent meg. Előadója volt a gépelemek, majd az általános géptan c. tárgyaknak, a 30-as évek elejétől – szinte haláláig – ő adta elő gépészmérnök-hallgatóknak az általános géptan, a vízgépek, az emelőgépek és szállítóberendezések c. tárgyakat.

Műegyetemi oktató munkája mellett részt vett több jelentős műszaki feladat megoldásában. Sümeg, Izsák, Tata-tóváros villamosításában is fontos szerepet kapott. Számptalan középület teher- és személyfelvonóját ter-

vezte, illetve beépítésüket irányította (pl. az Országház, a lillafüredi Palotaszálló felvonója).

Az első világháború után fordult a figyelem hazánkban a földgáz mint új energiahordozó felé, s ő is sokat foglalkozott a hajdúszoboszlói földgáz kitermelésének gépészeti problémáival. Sokat tett azért, hogy a mérnök-képzés mellett szervezett kereteket kapjon a továbbképzés. Kezdeményezésére hozták létre – Európában elsőként –1939-ben a Mérnöki Továbbképző Intézetet.

1937-ben jelent meg nevezetes Gépészeti zsebkönyv c. munkája, amely ma is kézikönyve minden gépészmérnöknek.

1937-től volt a műegyetemi zenekar tanárelnöke. Az 1938/39-es tanévben a József Nádor Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Gépész- és Vegyészmérnöki Karának dékánja. 1942-től a II. világháború végéig a Műegyetemi Sportrepülő Egyesület tanárelnöke.

1945-ben lett a Magyar Tudományos Akadémia levelező tagja, s szerkesztette 1946-tól a Magyar Technika c. szaklapot. Nevét több intézmény viseli: iskolák Győrben, Miskolcon és Sajószentpéteren, valamint egy-egy előadóterem a Budapesti Műszaki Egyetemen és a győri Széchenyi István Egyetemen.

1. A gép fogalma

A hétköznapi gyakorlatban gépnek tekintenek minden olyan ember alkotta szerkezetet ill. eszközt, mely valamilyen hasznos munkát végez vagy alkalmas arra, hogy vele valaki hasznos munkát végezzen. Ez a meghatározás valójában azt rejt magában, hogy a gép energiát fogyaszt (vesz fel) és ennek köszönhetően végez hasznos munkát ill. végezhető vele hasznos munka.

A gép alakja, szerkezete, rendeltetése rendkívül változatos. A csoportosítási szempontok is sokfélék. Kézenfekvő, pl. a rendeltetés szerinti csoportosítása. Így csoportosítva beszélhetünk mezőgazdasági, közlekedési, vegyipari, építőipari stb. gépekről. Természetes az egyes csoportok közötti átfedés mint a melléklet fotón is látható természetes.



A munka minősége szerint beszélhetünk a szállítás és az alakváltoztatás gépeiről.

E csoportokon – alakváltoztató – belül megkülönböztethetők az anyag-, illetve energiaszállítás, valamint a megmunkálás, illetve energiaátalakítás gépei. A gép üzemében főszerepet játszó elemek, illetve közegek minősége szerint megkülönböztethetünk mechanikus (merev szerkezeti elemekkel rendelkező), hidraulikus (folyadékkal, általában vízzel vagy olajjal dolgozó), pneumatikus (gázzal, általában levegővel üzemelő), villamos (az elektromos áram hatásain alapuló) gépeket.

A gépeket szerkezetük szerint csoportosítva beszélhetünk gépelemekről, dugattyús gépekről, forgó alkatrészt tartalmazó, vagy forgó alkatrészt nem tartalmazó gépről stb.

A gépeket nagyság szerint csoportosítva nemcsak kis és nagy gépeket említhetünk, beszélhetünk egyedi gépről, üzembről, iparte-lepről is.



A gépeket leggyakrabban, mérnöki szempontból legcélszerűbben a mechanikai munka átalakulása során játszott szerepük szerint csoportosítjuk.

Az erőgépek a külső (általában természeti) energia felhasználásával mechanikai munkát, legtöbbször forgó tengelyen nyomatékot (M) szolgáltatnak, tehát nem használja fel az energiát – veszteségtől eltekintve – hanem átalakítja.



A közlőművek az erőgép szolgáltatotta mechanikai munkát továbbítják.

A munkagépek a bevezetett mechanikai munkát az adott feladat elvégzésére hasznosítják.

Az erőgép, a közlőmű és a munkagép együtt gépcsoportot alkot.

Működésre képes közlőmű és a munkagép együtt gépcsoportot alkothat. Egy munkagép nem lesz használható, ha hajtásáról nem gondoskodunk, az erőgép tengelyére a termelt mechanikai munkát felhasználó munkagépet kell kapcsolnunk.

Az erőgép – közlőmű – munkagép rendszerbe a motoros fűnyíró géptől gőzturbinával hajtott villamos generátorig a gépeknek az előbbi csoportosításokban megismert sokféle típusa mind besorolható.

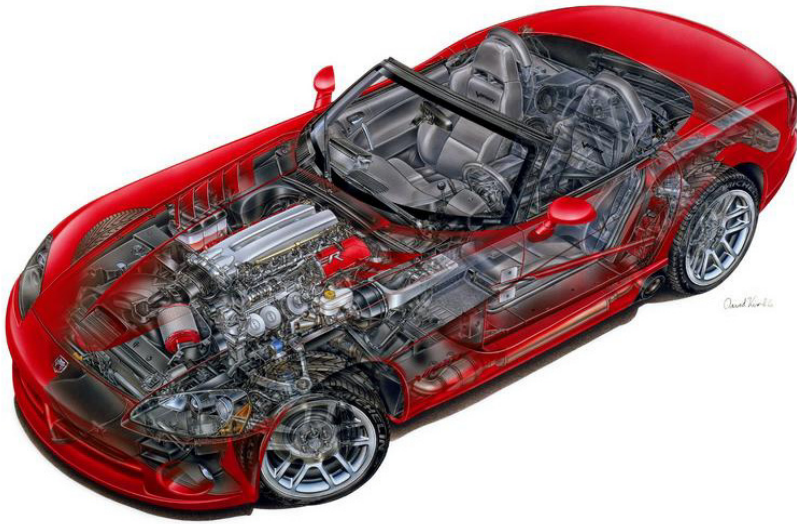
Jegyezzük meg azonban, hogy ugyanaz a gép erőgép, illetve munkagép szerepet is betölthet attól függően, hogy milyen rendszerben vizsgáljuk!

Egy szivattyú, pl. munkagép, ha a tengelyén igényelt mechanikai munka szerint nevezzük, de erőgép, ha a folyadékkal közölt energia szerint vizsgáljuk. Ebben a második esetben azt hangsúlyozzuk, hogy a szivattyú szolgáltatja azt az energiát, amely a folyadéknak a csővezetéken – mint munkagépen – való áthaladásához szükséges.



Egy vasúti mozdonyban megtalálható a belsőégésű motor – hajtómű – hajtott kerekek (futómű) alkotta erőgép – közlőmű – munkagép rendszer. A szerelvény szempontjából azonban az egész mozdony az erőgép, a horogszerkezet a közlőmű és a vagonok az anyagszállítás célját szolgáló munkagépek. Az erőgép – közlőmű – mun-

kagép megkülönböztetés nem mindig lehetséges egyértelműen. További példa erre, hogy az erőművek villamos generátorai – mint munkagépek – elektromos energiát termelnek. A vezetékhálózaton át a villamos motorokhoz juttatott energiából azok mechanikai munkát – forgótengelyen nyomatékot – állítanak elő, tehát a motorok – az előállított mechanikai munka alapján – erőgépek melyek közlőművön keresztül valamilyen munkagépet hajtanak, hasznos munkát szolgáltatnak. Az energiaátvitel során veszteségek keletkeznek, mely hővé alakulva a környezetbe jut.



Ismét más erőgépet találunk egy személygépkocsiban. Az ennek mozgásához szükséges mechanikai energiát egy hőerőgép (kalorikus gép) biztosítja. Ez is energiaátalakítást végez: az üzemanyagban kémiaiilag kötött formában meglévő energiát hő formájában felszabadítja és működése során annak egy részét mechanikai energiává alakítja át. Fontos megemlítenünk a hőerőgépekkel kapcsolatosan, hogy a gép működése során keletkező hő jelentős része nem a veszteségekből származik, hanem azzal a természeti törvénnyel van összefüggésben, mely szerint a hőenergia ideális körülmények között sem alakítható át maradéktalanul mechanikai energiává. Ez a termodinamika második főtétele.

E helyütt kell megemlíteni, hogy mechanikai energia, hasznos munkavégzésre kész formában, a természetben is található, nevezetesen ezek az áramló víz és levegő energiája, melyeket az emberiség már ősidők óta használ munkagépei hajtására.



Már a vizsgált példákon keresztül láthattuk a gépek működése szempontjából három energiaformának van döntő jelentősége.

A mechanikai energia a hasznos munkavégzés energiaformája, hiszen a hasznos munkavégzés anyagátalakítást vagy elmozdítást jelent.

A villamos energia az energiaszállítás és elosztás energiaformája. A hasznos munkavégzéshez szükséges mechanikai energia nagyobb távolságra történő szállítása csak közvetítő közeg (folyadék vagy gáz) csővezeték-

ken történő áramoltatásával oldható meg, ami a villamos energia szállításához képest nehézkes és sok veszteséggel jár.

A hőenergia a mechanikai energia termelésének energiaformája.

A természetben rendelkezésre álló mechanikai energia túlságosan kevés, szeszélyes térbeli és időbeli eloszlású, így mai világunk energiaigényeit azokból kielégíteni nem lehet. Nem véletlen, hogy technikai civilizációnk fejlődése akkor indult meg ugrásszerűen, amikor a XVIII–XIX. század fordulóján sikerült megvalósítani a hőenergia mechanikai energiává történő átalakítását (James Watt gőzgépe), majd a fejlődés akkor kapott új lendületet, amikor a XIX. század végére megvalósult a villamos generátor, a villamos motor és a váltóáramú elektromos hálózat.

Összefoglalva tehát: a gép közvetlenül vagy közvetve emberi szükségletek kielégítésére készített szerkezet, mely működése során energiaátalakítást végez.

A munkagép a kapott mechanikai energiát felhasználja valamilyen hasznos munka elvégzéséhez vagy szolgáltatás nyújtásához, miközben a felvett energia maradéktalanul hővé alakul.

Az erőgép a felvett energia formáját megváltoztatva mechanikai energiát állít elő, melyet továbbít egy munkagépnek vagy közlőműnek.

A közlőmű többnyire az energia formájának megváltoztatása nélkül a felvett mechanikai energia jellemző paramétereit módosítja, hogy azok a hasznos munkavégzéshez a lehető legmegfelelőbbek legyenek.

Önellenőrző kérdések

1. Hogyan osztályozhatók a gépek feladatuk szempontjából általános jelleggel?
2. Hogyan osztályozhatók a gépek a mechanikai munka szempontjából általános jelleggel?
3. Mit kell általánosságban érteni munkagép alatt?
4. Mit kell általánosságban érteni erőgép alatt?
5. Mit kell általánosságban érteni közlőmű alatt?
6. Hogyan osztályozhatók a gépek energetikai szempontból?
7. Definiálja a gép fogalmát általános érvennyel!
8. Milyen kapcsolatban áll egymással a munka és az energia?
9. Sorolja fel azokat az energiaformákat, melyek a gépészmérnöki gyakorlat szempontjából a legfontosabbak!
10. Miért bír nagy fontossággal a hőenergia?
11. Miért bír nagy jelentőséggel a mechanikai energia?
12. Mi a jelentősége a villamos energiának?

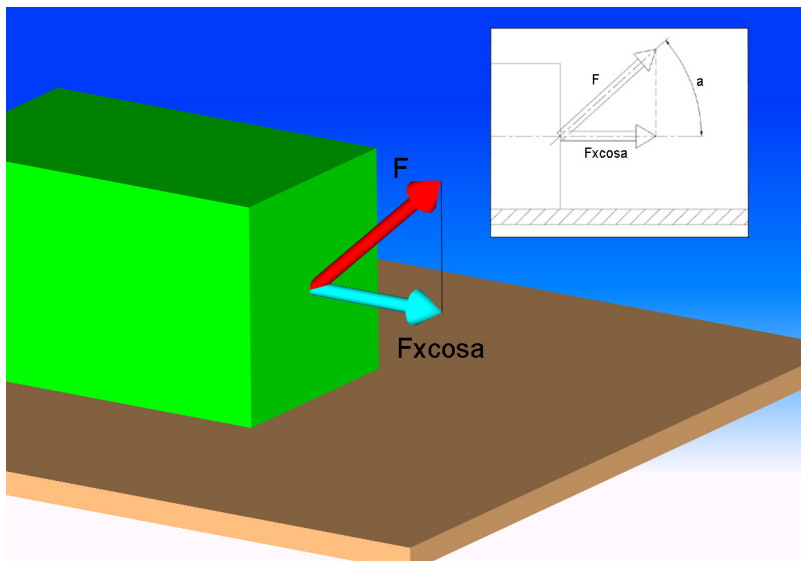
2. A mechanikai munka és átvitele

2.1. Egyenes vonalú és körmozgások rövid áttekintése

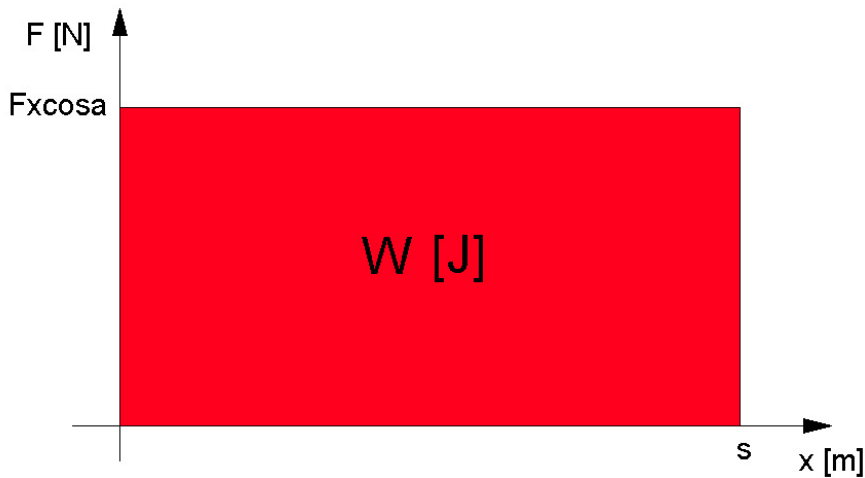
A mindennapos szóhasználat szerint munkát végzünk pl. egy test felemelésekor vagy egy kocsit elhúzásakor, éspedig annál nagyobb az általunk végzett munka, minél nagyobb erő kifejtésre kényszerülünk, és ezen erőt minél hosszabb úton kell kifejtenünk. A mechanikai munka tehát a kifejett erő és az általa létrehozott elmozdulás szorzata:

$$W = F \cdot s \text{ (Nm)}$$

Pontosabban fogalmazva: a mechanikai munka az elmozdulás irányában kifejett erőnek és az elmozdulásnak a szorzata (2.1.a–b. ábra).



2.1.a. ábra



2.1.b. ábra

Nyilvánvaló ugyanis, hogy elmozdulást létre nem hozó erő munkát nem végez! Ahhoz tehát, hogy a mechanikai munkáról, átviteléről, a teljesítményről stb. részletesen tudjunk beszélni, feltétlenül ismernünk kell a különféle mozgásokat. Röviden tehát tekintsük át az egyenes vonalú és körmozgásokkal kapcsolatos legfontosabb tudnivalókat.

2.1.1. Egyenes vonalú mozgás

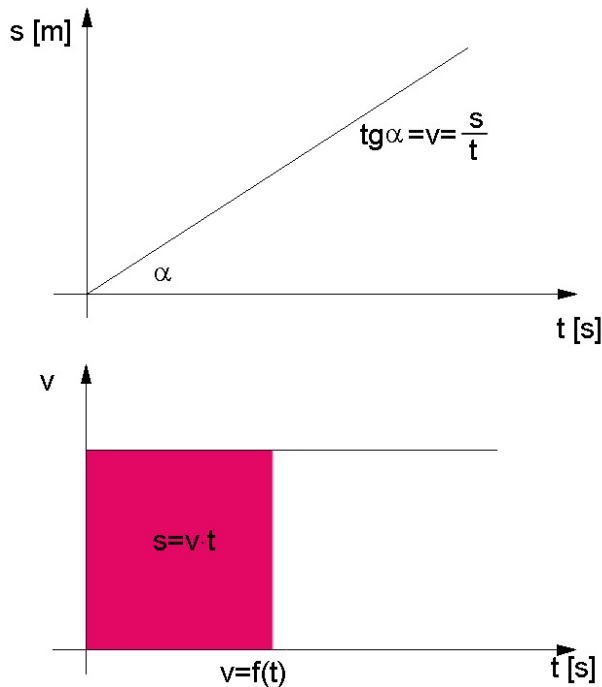
Egyenes vonalú egyenletes mozgás

Egyenes vonalú egyenletes mozgást végez egy test, ha pályája egyenes, és azonos időtartamok alatt azonos úthosszakat fut be. Ezen úthosszak és időtartamok hányadosa tehát állandó; ezt az állandó értékeket az egyenes vonalú egyenletes mozgás sebességének nevezzük.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \text{ (m/s)}$$

Az összefüggés általánosítása céljából differenciális formában:

$$v = \frac{ds}{dt} \text{ (m/s)}$$



2.2. ábra

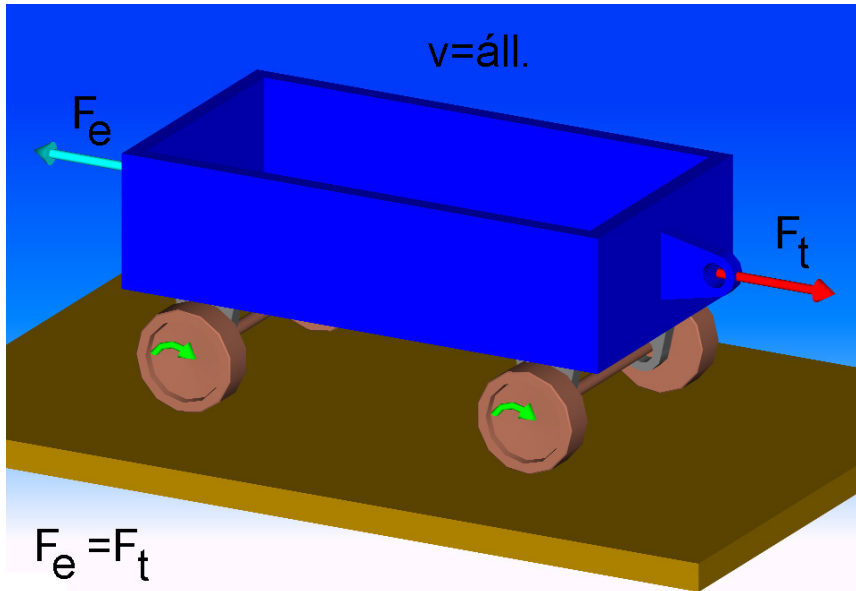
azaz a sebesség az út idő szerinti első differenciáhányadosa. A fenti egyszerű differenciálegyenlet integrálása után a jól ismert

$$v = \frac{s}{t} \text{ (m/s)}$$

összefüggést kapjuk végeredményül. A megtett utat az idő függvényében, valamint a sebességet az idő függvényében a 2.2. ábra szemlélteti. A két diagram kapcsolata a bejelöltek és a differenciáhányados geometriai jelentéséről tudottak alapján nyilvánvaló.

A tapasztalat szerint ahhoz, hogy egyenes vonalú egyenletes mozgást fenn tudjunk tartani egy bizonyos erőt kell kifejtenünk, mégpedig állandó nagyságú erőt. Ennek az erőnek a nagysága szigorúan meghatározott. Nagyobb erő hatására a tárgy sebessége növekedni, kisebb erő hatására csökkenni fog. Mindezt egybevetve Newton II. törvényével, mely szerint a sebesség megváltozásához mindig valamilyen erő szükséges, mondhatjuk hogy egyenes vonalú egyenletes mozgás fenntartásához éppen akkora erőt

kell kifejttenünk (F_e), mely erő a mozgás közben keletkező ellenállási erővel (F_t) éppen egyensúlyt tart (2.3. ábra).



2.3. ábra. Egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás

Amennyiben a sebesség időben nem állandó, hanem növekszik (csökken), úgy gyorsuló (lassuló) mozgásról beszélünk. Eseteinkben a szakaszonként lineárisnak tételezzük fel, vagy legalább szakaszonként lineárisnak.

Írható tehát, hogy:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = a = \text{állandó}. \quad (\text{m/s}^2)$$

Ezt az állandó értéket nevezzük gyorsulásnak. A lassulás negatív előjelű gyorsulásnak tekinthető. Integrálva a fenti egyszerű differenciálegyenletet:

$$a = \frac{v}{t} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

A gyorsulás tehát a sebesség idő szerinti első differenciálhányadosa; az előző fejezetben leírtak következtében, az útnak pedig az idő szerinti második differenciálhányadosa. A megtett út az idő függvényében tehát a:

$$v = a \cdot t \quad (\text{m/s})$$

összefüggés integrálásával kapható meg, ahol az integrálást az idő szerint kell végezni.

$$s = \int_0^t v dt = \int_0^t (a \cdot t) dt$$

$$s = a \cdot \int_0^t t dt = a \cdot \frac{t^2}{2} \text{ (m) feltételezve, hogy } a = \text{állandó}$$

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2 \text{ (m)}$$

amely utóbbi összefüggés szintén ismert.

Az út, a sebesség és gyorsulás időbeni változását a 2.4. ábra szemlélteti. Az út az idő függvényében egy másodfokú parabola szerint változik. A parabola bármely pontjához húzott érintőjének iránytangense éppen az ott érvényes sebességet adja, hiszen:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{ds}{dt} = v$$

A sebesség időbeli változását – mivel a gyorsulás állandó – egy egyenes szemlélteti, melynek iránytangense (2.4. ábra):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dv}{dt} = a$$

Mivel $s = \int v dt$, ezért a t_1 és t_2 időpontok közt eltelt idő alatt megtett út

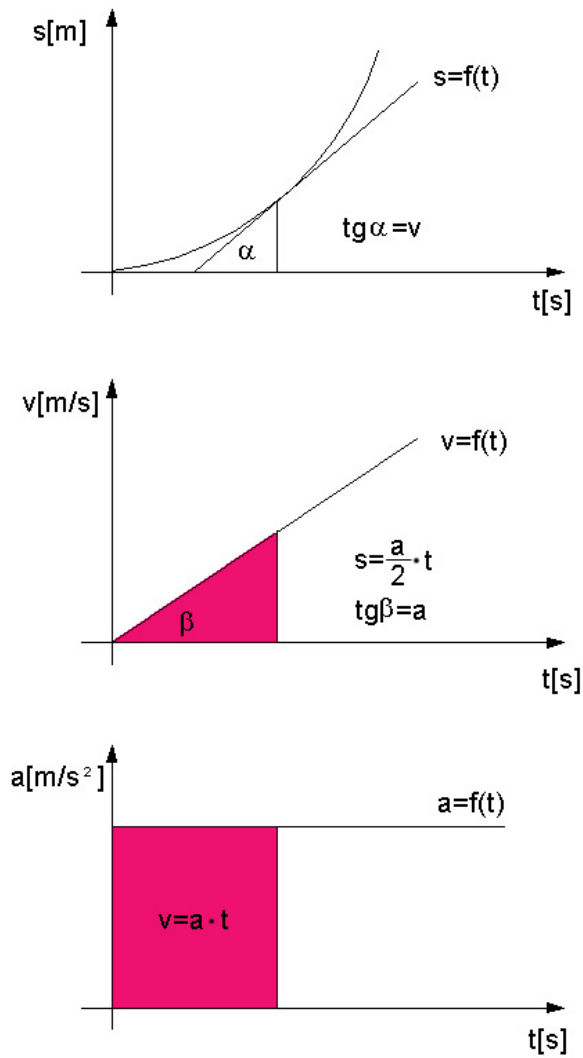
$$\Delta s = \int_{t_1}^{t_2} v dt, \text{ ami a görbe alatti területtel arányos.}$$

A fentebb levezetett összefüggésnek ún. Nulla kezdősebességű mozgásokra vonatkoztak. Amennyiben a mozgó testnek a megfigyelés kezdetekor valamekkora sebessége van (v_0), úgy t idő múlva:

$$v = v_0 \pm a \cdot t \text{ (m/s)}$$

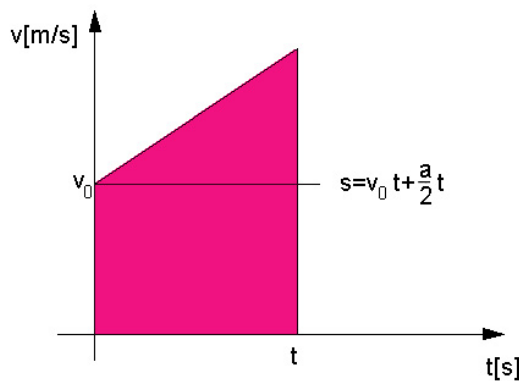
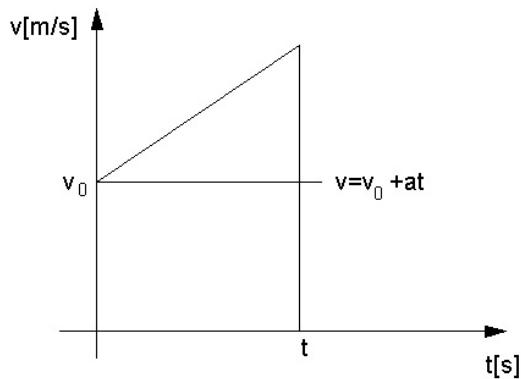
lesz a sebessége, a közben megtett út pedig:

$$s = v_0 \cdot t \pm \frac{a}{2} \cdot t^2 \text{ (m)}$$



2.4. ábra

Szemléletesen belátható ez a 2.5. ábra alapján.



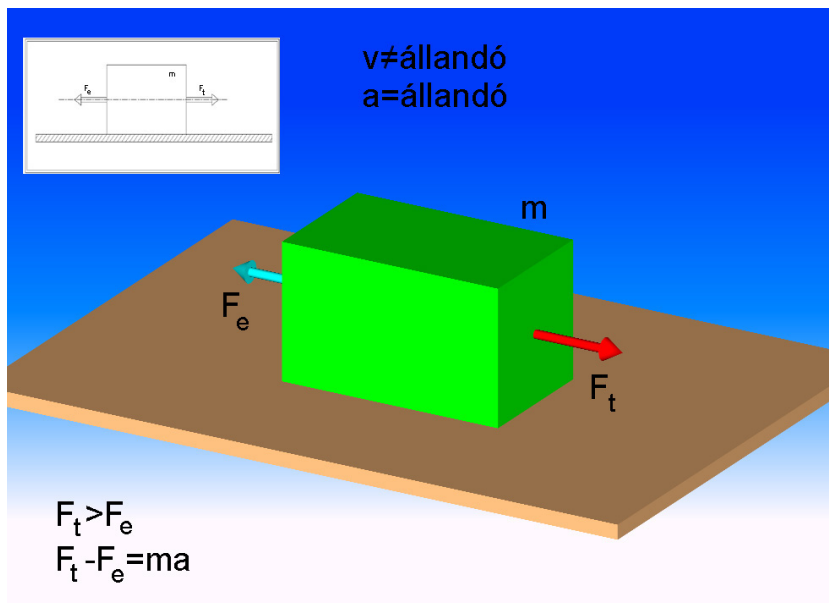
2.5. ábra

Az összefüggésekben a negatív előjel arra az esetre vonatkozik, ha nem gyorsulásról (sebességnövekedésről), hanem lassulásról (sebességcsökkenésről) van szó. Ha a lassulás végén a sebesség zérussá válik, úgy az erre a szakaszra vonatkozó vizsgálatainkat végezhetjük úgy is, hogy a mozgás irányát gondolatban „megfordítjuk”, aminek következtében az egyszerű összefüggésekkel számolhatunk.

Mint korábban megállapítottuk, gyorsuló, ill. lassuló mozgás akkor jön létre, ha a mozgást előidéző erő nagyobb ill. kisebb, mint a mozgást gátolni igyekvő erő. Ez az erőtöbblet (hiány) Newton törvénye értelmében kifejezhető a test tömegének és gyorsulásának (lassulásának) szorzataként. Tehát

$$F = m \cdot a \left(\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = (\text{N})$$

Lásd a 2.6. ábrát. Szavakban kifejezve ezt a törvényt: minden test megmarad nyugalmi állapotában vagy egyenes vonalú egyenletes mozgásában, ha külső erők nem kényszerítik ennek megváltoztatására. Ez azt jelenti, hogy a mozgásállapot minden megváltozása egy erővel kapcsolatos, amely a gyorsulással egyirányú és azzal közvetlenül arányos. Ez a törvény igen nagy sebességek esetét kivéve minden nyugvó ill. egyenes vonalú egyenletes mozgást végző rendszer esetén általános érvényű.



2.6. ábra

2.1.2. Körmozgás

Egyenletes körmozgás

Egyenletes körmozgást végez egy test, ha pályája kör alakú és egyenlő idők alatt egyenlő hosszúságú íveket fut be. Írható tehát, hogy:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{r \cdot d\varphi}{dt} = r \frac{d\varphi}{dt} \left(m \frac{\text{rad}}{s} \right) = \left(\frac{m}{s} \right)$$

Az ív hossza ugyanis a körpálya sugarának és a radiánban mért ívszögnek a szorzata. Mint látjuk, egy új megfogalmazást is tehetünk az egyenletes körmozgásról. Ezek szerint egyenletes a körmozgás, ha az adott test egyenlő időközök alatt egyenlő íveket fut be, ami azt jelenti, hogy:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \text{állandó} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

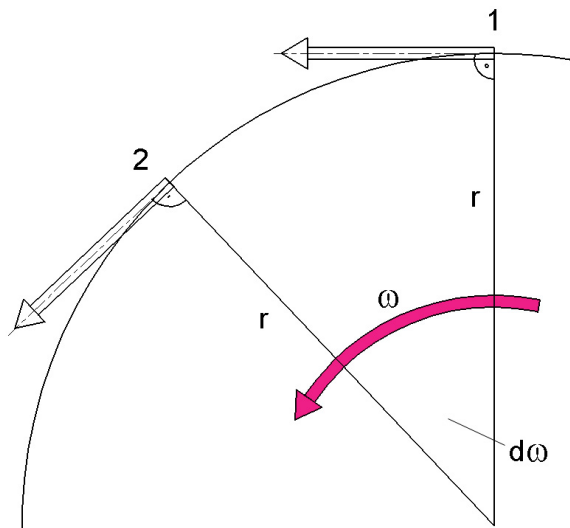
amit ω -val jelölünk és szögsebességnek nevezzük.

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right) = \left(\frac{1}{\text{s}} \right)$$

A fentebb említett sebesség pedig a körmozgás kerületi sebessége.

$$v = r \cdot \frac{d\varphi}{dt} = r \cdot \omega \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

Egyenletes körmozgás esetén azért is jobb a szögsebesség állandóságáról beszélni, és nem a kerületi sebesség állandóságáról, mert a kerületi sebesség szigorúan véve nem állandó. Gondoljunk arra, hogy a kerületi sebességvektor és ennek az iránya mindig az érintő egyenesének irányába mutat, azaz pontról-pontra más, mindamelllett nagysága valóban változatlan. Mindennek következtében léteznie kell egy erőnek, mely erő létrehozza ezt a folytonos sebességváltozást; mint Newton törvénye kimondja, a sebesség megváltozása mindig, kapcsolatban áll valamilyen erővel.



2.7. ábra

Vizsgáljuk meg a 2.7. ábrát. Mint látható, két pont kerületi sebességvektora – mely két pont között $d\varphi$ szög van – között az összefüggés:

$$\bar{v}_2 = \bar{v}_1 + d\bar{v}$$

A felrajzolt háromszögben – mivel a szög differenciálisan kicsi – dx hossza megegyezik egy ívdarab hosszával, mely a következőképpen írható fel:

$$dv = v_1 \cdot d\varphi = r \cdot \omega \cdot d\varphi$$

A sebesség időbeli megváltozása:

$$a_c = \frac{dv}{dt} = r \cdot \omega \cdot \frac{d\varphi}{dt} = r \cdot \omega^2 \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

Ezt a gyorsulást centripetális gyorsulásnak nevezzük. A gyorsulás irányát úgy állapíthatjuk meg, hogy a definiáló egyenlet vektoriálisan írjuk fel,

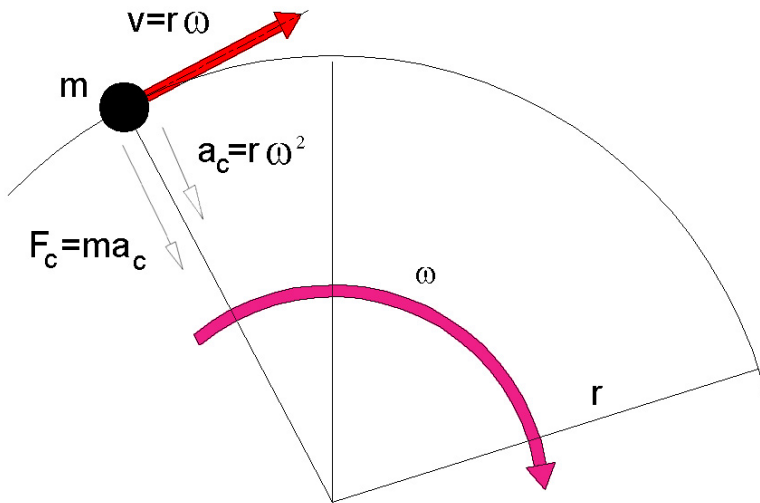
$$\bar{a}_c = \frac{d\bar{v}}{dt}$$

ami azt mutatja, hogy a gyorsulás iránya megegyezik a sebességváltozás vektorának (dx) irányával (2.7. ábra). Ha $d\varphi$ szög kellően kicsiny, akkor dx gyakorlatilag merőleges a kerületi sebesség irányára. Tehát a centripetális gyorsulás a körpálya középpontja felé mutat, amit neve is jelez.

Most már Newton törvénye szerint meghatározhatjuk annak az erőnek a nagyságát, amely erő a test körpályán tartásához szükséges:

$$F_C = m \cdot \bar{a}_C = m \cdot r \cdot \omega^2 = m \cdot \frac{v^2}{r} \text{ (N)}$$

Ez az erő természetesen szintén a körpálya középpontja felé mutat, hiszen irányát a gyorsulás iránya határozza meg (2.8. ábra).



2.8. ábra

Egyenletesen változó mozgás

Természetesen, ha ω nem állandó, hanem az idő függvényében egyenletesen növekszik vagy csökken, úgy egyenletesen gyorsuló, ill. lassuló körmozgásról beszélünk. Ha van szögsebesség változás – amint azt az egyenletesen gyorsuló ill. lassuló mozgásnál is feltételeztük, akkor:

$$\frac{d\omega}{dt} = \neq ll. (1/s^2)$$

Ezen állandó értéket szöggyorsulásnak nevezzük és ε -nal jelöljük:

$$\varepsilon = \frac{\omega}{t} (1/s^2)$$

Már az eddigiek alapján is megfigyelhetünk néhány hasonlóságot az egyenes vonalú és a körmozgások között. A szögsebesség az ívszög első differenciálhányadosa, a szöggyorsulás pedig a második differenciálhányadosa; hasonlóan az egyenes vonalú mozgás sebességéhez és gyorsulásához, melyek az út első, ill. második differenciálhányadosai. További bizonyítás nélkül: az egyenes vonalú mozgásoknál felírt valamennyi összefüggés felírható a körmozgásoknál is, ha v sebesség helyébe ω szögsebességet, s út helyébe φ ívszöget, és a gyorsulás helyébe pedig ε szöggyorsulást írunk.

Tehát egyenletes körmozgásnál:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \text{ (1/s)}$$

egyenletesen gyorsuló körmozgásnál (nulla kezdősebesség)

$$\varepsilon = \frac{\omega}{t} \text{ (1/s}^2\text{)}$$

$$\varphi = \frac{\varepsilon}{2t^2} \text{ (rad)}$$

ill. nem nulla kezdősebesség esetén

$$\varphi = \omega_0 + \varepsilon \cdot t \text{ (1/s)}$$

$$\varphi = \omega_0 \cdot t + \frac{\varepsilon}{2} \cdot t^2 \text{ (rad)}$$

A negatív előjel a lassuló körmozgásra vonatkozik.

Gyorsuló körmozgás esetén beszélhetünk természetesen a kerületi sebesség változásáról is azaz bevezethetjük a kerületi gyorsulás fogalmát

$$a_k = \frac{dv}{dt} = r \cdot \frac{d\omega}{dt} = r \cdot \varepsilon \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Newton törvénye gyorsuló körmozgásra is érvényes, de a gyorsulás helyébe a kerületi gyorsulás írandó

$$F = m \cdot a_k = m \cdot r \cdot \varepsilon \text{ (N)}$$

A gyorsuló körmozgást általában egy, a középpontba ható nyomaték hozza létre, melynek bevezetésével

$$M = F \cdot r = m \cdot r^2 \cdot \varepsilon \text{ (Nm)}$$

Ebben az összefüggésben az mr^2 szorzat a gyorsuló körmozgást végző m tömegű anyagi pont tehetetlenségi nyomatéka, jele Θ , mértékegysége pedig $(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$. Kiterjedéssel bíró test tehetetlenségi nyomatékát integrálás útján határozhatjuk meg

$$\Theta = \int_m r^2 dm \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}$$

ahol az integrálást a teljes tömegre ki kell terjeszteni. A tehetetlenségi nyomaték meghatározását néhány egyszerűbb esetben az adott feladat kapcsán a későbbiek során fogjuk elvégezni.

A tehetetlenségi nyomaték bevezetésével tehát Newton törvényét gyorsuló és lassuló körmozgásokra a következő alakban írhatjuk fel

$$M = \Theta \cdot \varepsilon \text{ (Nm)}$$

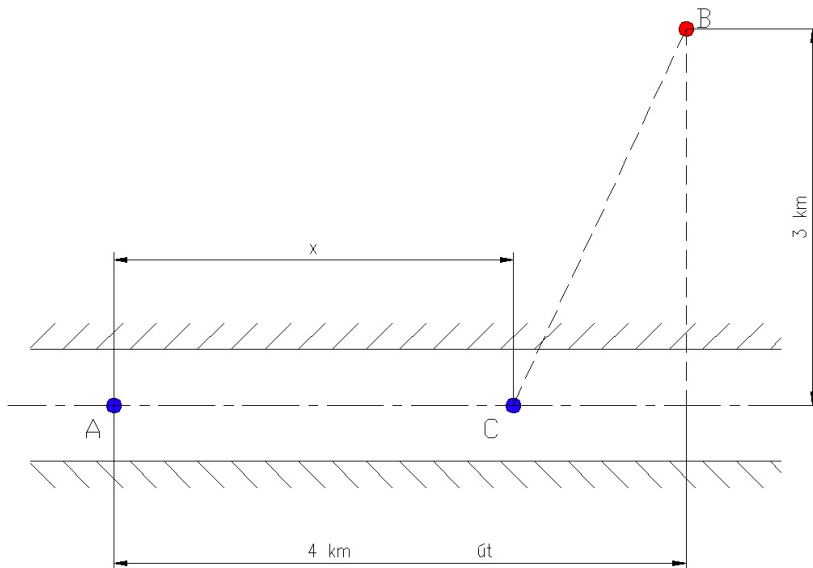
Az egyenes vonalú gyorsuló mozgás $F = m \cdot a$ összefüggésével összevetve látható, hogy az egyenes vonalú mozgás m tömegének forgó mozgásnál Θ tehetetlenségi nyomaték, míg a gyorsulásnak az ε szöggyorsulás felel meg.

Látható tehát, hogy az egyenes vonalú mozgás és körmozgás összes jellemző mozgásegyenletei elvileg teljesen azonosak.

Ezzel rövid áttekintésünket befejezzük, hangsúlyozva, hogy vizsgálatainkban csak azokat a kérdéseket érintettük, melyek előzetes ismerete a továbbiak megértéséhez okvetlenül szükséges. A részletes ismeretek a mechanika c. tantárgy tanulmányozása során szerezhetőek meg.

2.1.3. Típusfeladatok

1. feladat. Motorkerékpáros „A”-ból „B”-be a legrövidebb idő alatt akar eljutni. Az úton legfeljebb 50 km/h, a mezőn pedig 25 km/h sebességgel kell haladni. Az út melyik „C” pontjában kell a motorosnak „B” irányába fordulni, hogy az utat a legrövidebb idő alatt tegye meg? Mekkora az idő?



A $v_{\max} = v_1$ sebességgel haladó motorkerékpár az $AC = x$ utat, t_1 (s) alatt, az $s_2 = CB$ utat, t_2 (s) alatt teszi meg. Az AB út megtételéhez szükséges idő:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{x}{v_1} + \frac{s_2}{v_2},$$

ahol $s_2 = \sqrt{s^2 + (4-x)^2}$ a geometriai adatokból adódik.

Az időtartamnak szélsőértéke, minimuma van, ahol

$$\frac{dt}{dx} = 0, \text{ és } \dots \frac{d^2t}{dx^2} \geq 0$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \frac{ds_2}{dx} = 0$$

$$\frac{ds_2}{dx} = -\frac{v_2}{v_1} = -\frac{25}{50} = -\frac{1}{2}.$$

$$\frac{ds_2}{dx} = \frac{1}{2 \cdot (3^2 + (4-x)^2)^{1/2}} \cdot 2 \cdot (4-x) \cdot (-1) = \frac{4-x}{(9 + (4-x)^2)^{1/2}} = -\frac{1}{2}.$$

az egyenlet rendezve, és megoldva:

$$(4-x)^2 = 3.$$

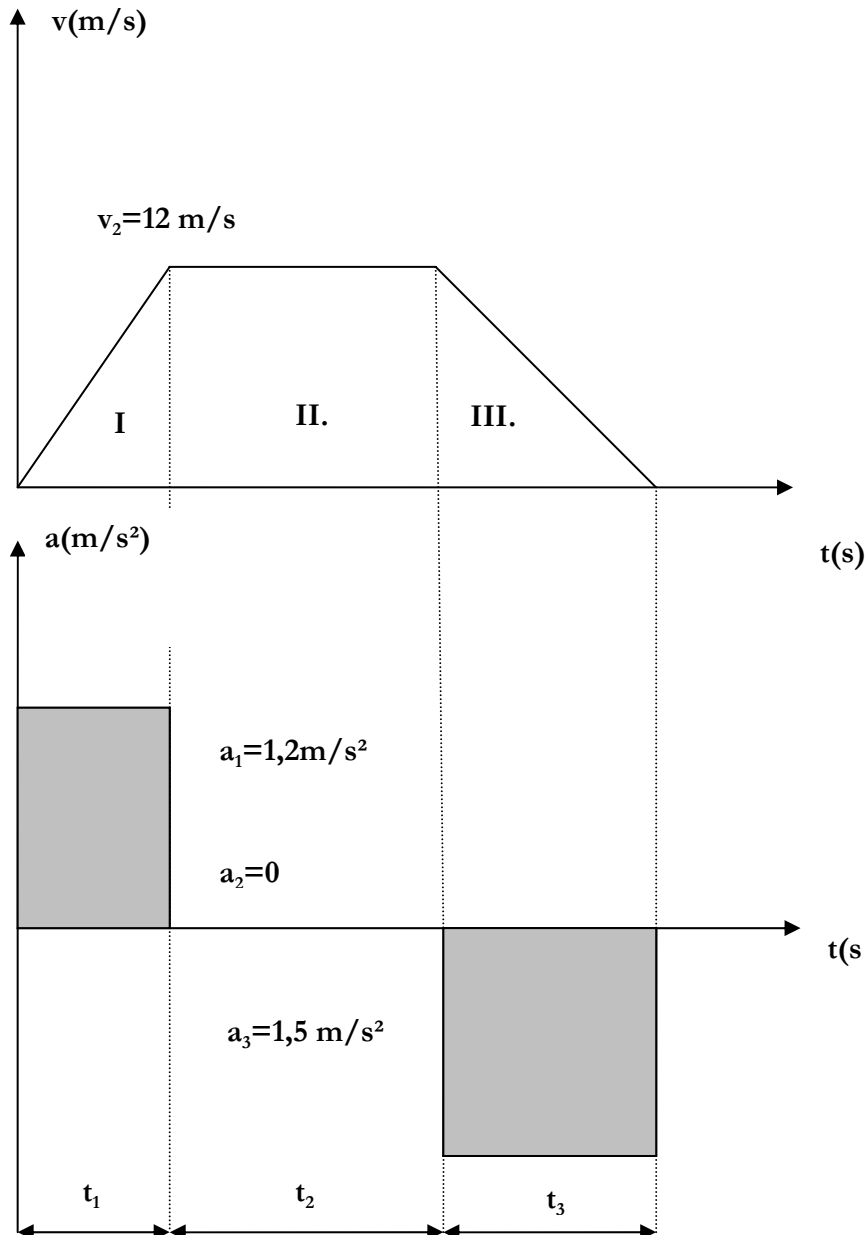
$$x = 4 - \sqrt{3} = 2,268 \text{ km}$$

Az út megtételéhez szükséges idő:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{x}{v_1} + \frac{(3^2 + (4-x)^2)^{1/2}}{v_2} = 0,18364 \text{ h}$$

$$t = 11 \text{ perc } 2 \text{ másodperc}$$

2. feladat. Mennyi ideig tart az 3.1 ábrán a vázolt körülmények között a 420 m mély aknában a szállítómenet, ha a legnagyobb sebesség 12 m/s, az indulási gyorsulás $1,2 \text{ m/s}^2$, a fékezési gyorsulás $1,5 \text{ m/s}^2$?



I. Szakasz:

$$t_1 = \frac{v_1}{a_1} = \frac{12}{1,2} = 10s$$

$$s_1 = \frac{a_1}{2} \dots t_1^2 = \frac{1,2}{2} 10^2 = 60m$$

III. Szakasz:

$$t_3 = \frac{v_1}{a_3} = \frac{12}{1,5} = 8s$$

$$s_3 = \frac{a_3}{2} \dots t_3^2 = \frac{1,5}{2} 8^2 = 48m$$

II. Szakasz:

$$s_2 = 1 - (s_1 + s_2) = 420 - \frac{60}{48} = 312m$$

$$t_2 = \frac{s_2}{v_1} = \frac{312}{12} = 26s$$

A szükséges teljes menetidő:

$$T = t_1 + t_2 + t_3 = 44s$$

3. feladat. Egy 35 cm sugarú körpályán állandó gyorsulással mozgó pont az első körülfordulást 3 másodperc alatt teszi meg.

- Mekkora a pont szöggyorsulása,
- Kerületi gyorsulása,
- Kerületi sebessége a harmadik perc végén,
- Centripetális gyorsulása a 20. másodpercben?

Megoldás:

a) A pont szöggyorsulása, ha $\varphi = 2\pi$ (egy körülfordulás):

$$\varepsilon = \frac{2\varphi}{t^2} = 1,396 = 1/s$$

b) A kerületi gyorsulás:

$$a_k = \mathfrak{R} \cdot \varepsilon = 0,489m / s^2$$

c) A kerületi sebesség a kérdéses időpillanatban

$$\omega = \varepsilon \cdot t = 251 = 1/s$$

$$v_k = \mathfrak{R} \cdot \omega = 87,8 = m/s$$

d) A centripetális gyorsulás a 20, másodpercben

$$\omega = \varepsilon \cdot t = 27,92 = 1/s$$

$$a_{cp} = \mathfrak{R} \cdot \omega^2 = 272 = m/s^2$$

Önellenőrző kérdések

1. Mi az egyenes vonalú egyenletes mozgás jellemzője?
2. Mit értünk az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás gyorsulása alatt.
3. Ábrázolja a $s = v_0 \cdot t \pm \frac{a}{2} \cdot t^2$ függvényt.
4. Mi a szögsebesség és a szöggyorsulás?
5. Newton törvénye szerint mely erő az amely a test körpályán tartásához szükséges és hogyan számolható?
6. Mi a tehetetlenségi nyomaték, és kiterjedéssel bíró test esetén hogyan határozható meg?
7. A tehetetlenségi nyomaték bevezetésével hogyan tudjuk Newton törvényét gyorsuló és lassuló körmozgásokra alkalmazni?

2.2. A mechanikai munka átvitele egyenletes sebességű üzem mellett

Ebben a fejezetben azokkal az esetekkel foglalkozunk, amikor a gép üze me egyenletes, ami megnyilvánulhat abban, hogy haladási sebessége állandó, vagy egy másik gép esetén valamelyik tengelyének fordulatszám a változatlan stb. Ennek következtében nem foglalkozunk egyelőre az indítás, gyorsítás, lassítás és megállás eseteivel. Ezek tárgyalását a következő fejezetben végezzük el.

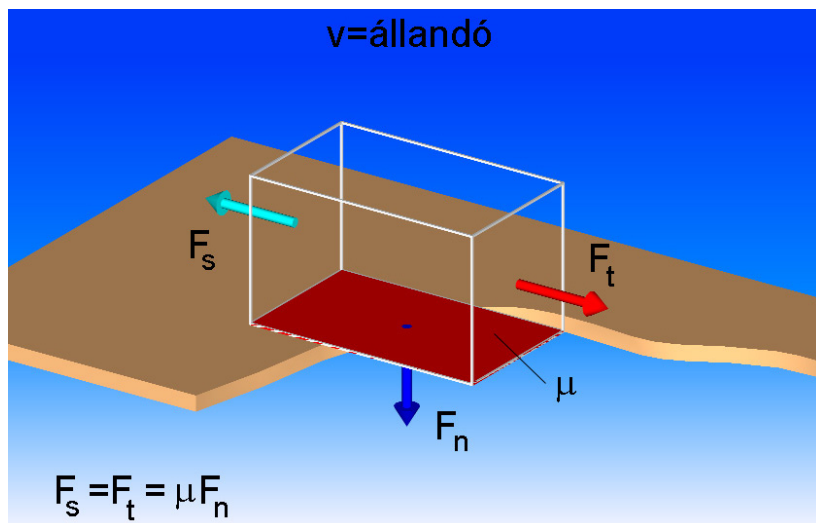
A gyakorlatban egyenletes sebességű üzem viszonylag ritkán fordul elő, ellenben az esetek jó részében az üzemmódot közelítőleg egyenletesnek tekinthetjük. Ilyenkor beszélhetünk arról, hogy a vasúti szerelvény vagy más jármű egy bizonyos utat állandó sebességgel tett meg; az emelőgép emelési sebessége állandó stb. Figyelmen kívül hagyjuk tehát az indulási és megállási szakaszt, melyek ezekben az esetekben nem jellemzőek a mozgásra. Más esetekben, pl. dugattyús gépek esetén éppenséggel az állandó sebességváltozás a jellemző a dugattyú mozgására és a gép üzemére, itt már nem lehet figyelmen kívül hagyni a sebességváltozást.

2.2.1. Súrlódás és gördülő ellenállás

Ha egy tárgyat valamilyen pályán elcsúsztatunk, és pedig állandó sebességgel, azt tapasztaljuk, hogy erőt kell kifejtenünk. Azt az erőt, melynek legyőzésével tudjuk csak fenntartani az egyenletes mozgást, súrlódási erőnek nevezzük.

A súrlódási erő mindig ellentétes a mozgás irányával, és mindig a pálya érintőjében hat. A súrlódási erő nagysága elméletileg nem függ az érintkező felületek nagyságától, a mozgás sebességétől, csakis az egymáson elcsúszó felületek anyagától és minőségétől, valamint az érintkező felületre merőleges erő nagyságától. A súrlódási erő tehát:

$$F_s = \mu \cdot F_N \text{ (N)}$$



2.9. ábra

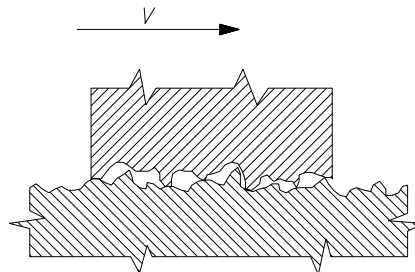
ahol μ a csúszási súrlódási tényező, F_n az érintkező felület normálisában ható erő (2.9. ábra).

A súrlódási tényező kísérleti úton határozható meg, táblázatok, szakkönyvek tartalmazzák értékeit különböző anyag párok esetén.

Az imént csúszási súrlódási tényezőről beszéltünk, ugyanis mozgás közben fellépő súrlódásról volt szó. Némileg más a helyzet, ha nyugalomban lévő testet akarunk elmozdítani csúsztatással. A tapasztalat szerint a nyugalomból való kimozdításhoz nagyobb erő szükséges, mint ahhoz, hogy ugyanezen testet állandó sebességgel csúsztassuk. Ezen erő meghatározása teljesen hasonlóan történik a mozgásbeli súrlódási erő meghatározásához, a különbség a súrlódási tényezőben van. Ebben az esetben ugyanis a μ_0 tapadási súrlódási tényezőt használjuk, melynek értéke némileg nagyobb a megfelelő μ értéknél

$$F_{s0} = \mu_0 \cdot F_N \text{ (N)}$$

Néhány fontosabb μ és μ_0 értéket az 1. táblázatban foglaltunk össze.



2.10. ábra

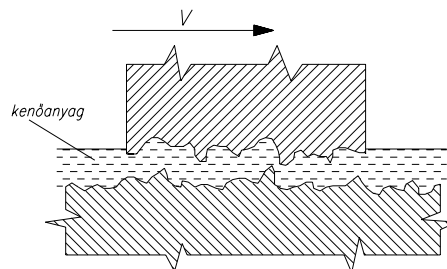
A csúszási súrlódás a felületek egyenetlenségeinek tulajdonítható (2.10. ábra). A leggondosabban lecsiszolt felületek is érdesek – legalábbis mikroszkopikusan – tehát súrlódási erő létezik, de nagysága a felületi megmunkálás finomságának növelésével csökkenthető (ez a súrlódási tényező csökkentését jelenti). A tapadás esetén vizsgálva azt tapasztaljuk, hogy az igen gondosan lecsiszolt felületek kitűnően tapadnak egymáshoz.

A csúszási súrlódási tényező értéke jelentősen csökkenthető kenőanyagok, pl. olajok alkalmazásával. Ekkor a szilárd testek súrlódása helyébe a lényegesen kisebb folyadéksúrlódás lép (2.11. ábra).

2.1. táblázat

Csúszási és tapadási súrlódási tényezők
(tájékoztató irányértékek)

	csúszási súrlódási tényező		tapadási súrlódási tényező	
	szárazon	kenve	szárazon	kenve
Acél A 38				
acélon	0,12	0,08	0,15	0,12
öntöttvason	0,18	0,06	0,19	0,1
fehérfémén	-	0,05	-	-
bronzon	0,18	0,07	0,19	-
fán	0,05	0,08	0,56	0,11
Bőrszíj				
fémén	0,48	0,15	0,6	0,1
öntöttvason	0,46	0,12	0,48	0,12
fán	0,4	-	0,47	-
Fékszalag				
acélon	0,45	-	-	-
Gumi				
aszfalton	0,5	-	0,7	-
Ferrodol				
öntöttvason ill. acélon	0,35	-	-	-
Kenderkötél				
fán	0,5	-	0,58	-
acélon	0,22	-	0,25	-



2.11. ábra

Maga a csúszási súrlódás elkerülhető pl. kocsiknál kerekek, tengelyeknél gördülőcsapágyak alkalmazásával, ill. az általában lényegesen kisebb gördülési ellenállással helyettesíthető.

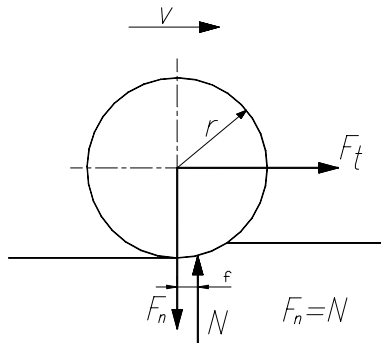
Egy pályán gördülő kerék esetén a kerék kisebb-nagyobb mértékben belenyomódik a pályába (2.12. ábra). A kerék tehát nem egy ponton, hanem egy felület mentén érintkezik a pályával. Ezen felület mentén egy megoszló erőrendszer tart egyensúlyt a pályára merőleges F erő hatásvonalától. Egyenletes sebességű haladás esetén az így fellépő lassító nyomaték egyenlő kell, hogy legyen a mozgást előidéző F_t erő nyomatékával

$$N \cdot f = F_n \cdot f = F_t \cdot r$$

tehát

$$F_t = F_n \cdot \frac{f}{r} \text{ (N)}$$

Egy kerék egyenletes sebességű gördítéséhez szükséges erő egyenlő a normális irányú erőnek (F_n) és egy tényezőnek a szorzatával (f/r). Ezt a tényezőt gördülő-ellenállási tényezőnek nevezzük (μ_g).



2.12. ábra

A gyakorlatban az alábbi összefüggés szerint dolgozunk

$$F_t = F_g = F_n \cdot \mu_g \text{ (N)}$$



Gördülőcsapágyak

A gördülő-ellenállási tényezőről mondottakból következik, minél jobban belenyomódik a kerék a pályába, annál nagyobb, minél nagyobb a kerék átmérője, annál kisebb az egyenletes sebességű vontatáshoz szükséges erő. Mindez jó egyeztetést mutat a gyakorlati tapasztalatokkal. Néhány fontosabb μ_g értéket a 2.2. táblázatban foglaltuk össze.

Érdemes megjegyezni, hogy néhány esetben μ_g helyett f értéke adott pl. cm-ben. Ilyenkor természetesen az ellenállási erő meghatározásához a kerék sugarának ismerete is szükséges.

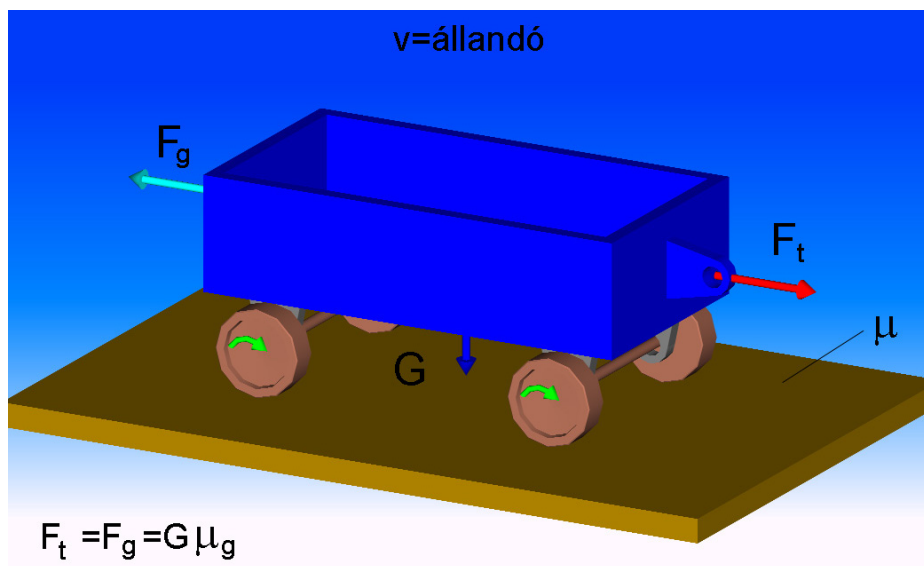
1.2. táblázat

Gördülőellenállási tényezők (tájékoztató irányértékek)

	. μ_g)
Vasúti kocsi	
vasúti sínen (kis sebességnél)	0,0025
vasúti sínen (nagy sebességnél egyéb ellenállásokkal együtt)	0,004
Gépjármű	
jó aszfaltúton	0,015
jó kőburkolaton	0,018
jó makadám országúton	0,03
száraz, kemény és jó földúton	0,05
közönséges földúton	0,1

2.2.2. Tehervontatás vízszintes pályán

Vízszintes pályán történő egyenletes sebességű vontatás esetén, mivel a test súlypontjának magassága nem változik - éppen akkora erőt kell kifejtenünk, amekkora az ellenállási erők összege (gördülő-ellenállás, súrlódás, légellenállás). A továbbiakban a légellenállást figyelmen kívül hagyjuk, valamint a gyakorlati életben gyakrabban előforduló gördülő-ellenállással foglalkozunk. Mint a fentebb elmondottakból kitűnik a súrlódás és a gördülő-ellenállás kezelése között mindössze a tényezőben van eltérés, jöhetnek a két jelenség egymástól jelentősen eltér.



2.13. ábra

Vízszintes pályán vontatott kocsit mutat a 2.13. ábra. Mint korábban említettük, a vontatáshoz szükséges erő (F_t) éppen egyenlő az ellenállási erővel (F_g):

$$F_t = F_g$$

Az ellenállási erő ebben az esetben:

$$F_g = G \cdot \mu_g \text{ (N)}$$

mivel vízszintes pályára merőleges erő éppen a kocsi súlyereje.

Valamely s hosszúságú úton történő vontatás esetén

$$W_t = F_t \cdot s \quad (\text{N} \cdot \text{m}) = (\text{J})$$

munkát kell végeznünk. Ez a munka természetesen egyenlő az ellenállási erő által felemésztett munkával:

$$W_s = F_g \cdot s \quad (\text{J})$$

Ez a munkamennyiség a mozgás során súrlódási hővé alakul át. Ha SI mértékegység-rendszerben számolunk, akkor a hőmennyiséget szintén joule-ban mérjük, tehát semmiféle átszámításra nincs szükség. A technikai mértékrendszerben a munka mértékegysége kpm volt, ami a technikai mértékrendszerben érvényes hőmennyiség-egységre, a kcal-ára az alábbi egyenlet szerint számítható át:

$$1 \text{ kcal} = 427 \text{ mkp}$$

Nem mellékes szempont az, hogy ezt a munkamennyiséget mennyi idő alatt végezzük el. Fontos jellemző tehát az elvégzett munkának az idő egységére eső hányadosa, amit teljesítménynek nevezünk.

$$P_t = \frac{W_t}{t} \quad \left(\frac{\text{J}}{\text{s}} \right) = (W)$$

Ha az összefüggést kissé kifejtjük:

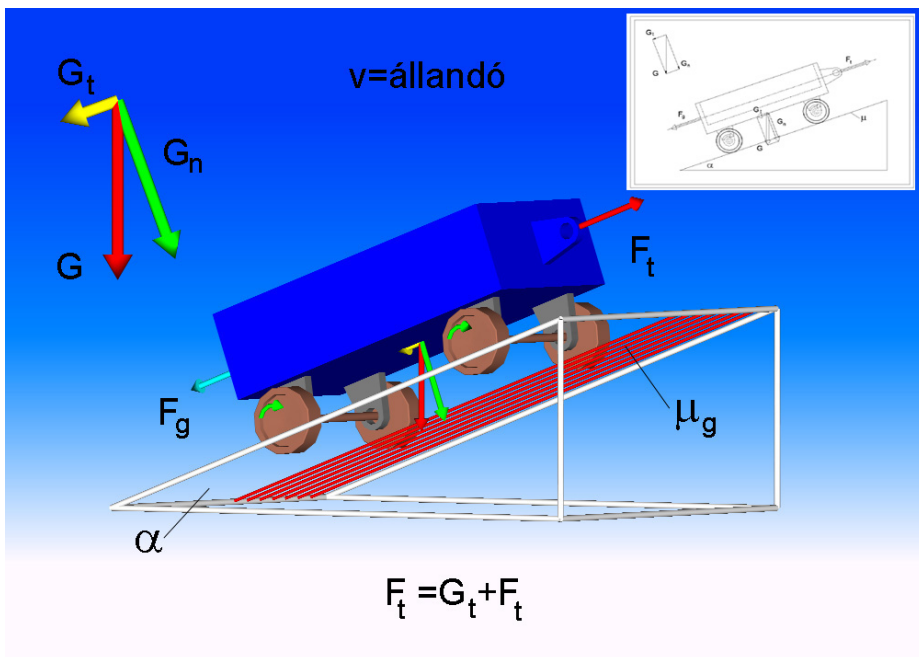
$$P_t = \frac{F_t \cdot s}{t} = F_t \cdot v$$

$$\left(\text{N} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = \left(\frac{\text{J}}{\text{s}} \right) = (W)$$

azaz a vontatóerő teljesítménye egyenlő a vontatóerő és a vontatási sebesség szorzatával. Természetesen az ellenállás teljesítménye a vontatás teljesítményével megegyezik

2.2.3. Tehervontatás lejtőn

Ha az említett kocsi nem vízszintes, hanem lejtős pályán kell vontatnunk, úgy a kocsi erőjátéka a 2.14. ábra szerint alakul. A kocsi súlyereje felbontható egy lejtőre merőleges és egy lejtővel párhuzamos komponensre. A merőleges szárú szögpárok segítségével a lejtővel párhuzamos komponens



2.14. ábra

$$G_t = G \cdot \sin \alpha \text{ (N)}$$

és a lejtőre merőleges komponens

$$G_n = G \cdot \cos \alpha \text{ (N)}$$

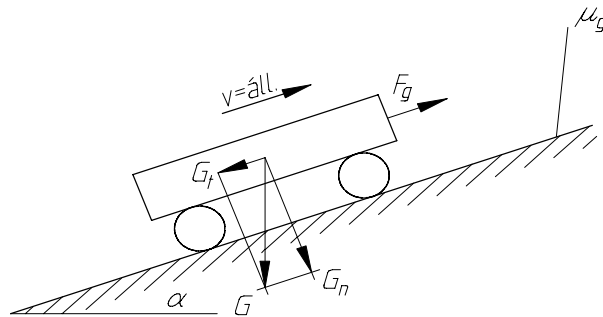
Az ellenállási erő ennek következtében

$$F_g = G_n \cdot \mu_g = G \cdot \mu_g \cdot \cos \alpha$$

A vonóerőnek pedig nyilvánvalóan a G_t és F_g erők összegével kell egyensúlyt tartania egyenletes sebességű vontatás esetén.

$$F_t = G_t + F_g = G \cdot (\sin \alpha + \mu_g \cdot \cos \alpha) \text{ (N)}$$

Ha a kocsit egészen egyszerűen csak áll a lejtőn, úgy elképzelhető a következő három eset (2.15. ábra):



2.15. ábra

1. $G_t = G \cdot \sin \alpha < F_g = G \cdot \mu_g \cdot \cos \alpha$ a kocsni nyugalomban marad a lejtőn,
2. $G_t = G \cdot \sin \alpha = F_g = G \cdot \mu_g \cdot \cos \alpha$ a kocsni állandó sebességgel legördül a lejtőn,
3. $G_t = G \cdot \sin \alpha > F_g = G \cdot \mu_g \cdot \cos \alpha$ a kocsni gyorsulva gördül le a lejtőn.

Az 1. esetben a lefelé vontatáshoz is vontatóerő szükséges, mégpedig

$$F_t = F_g - G_t = G \cdot (\mu_g \cdot \cos \alpha - \sin \alpha) \text{ (N)}$$

A 3. esettel a későbbiekben még részletesen foglalkozunk, itt csak annyit jegyezzünk meg, hogy ezen gyorsuló legördülés megakadályozásához éppen

$$F_f = G_t - F_g = G \cdot (\sin \alpha - \mu_g \cdot \cos \alpha) \text{ (N)}$$

nagyságú fékezőerőt kell befektetnünk.

A 2. esettel kapcsolatban útmutatást találhatunk a μ_g tényező kísérleti meghatározására.

Ugyanis

$$G \cdot \sin \alpha = G \cdot \mu_g \cdot \cos \alpha$$

tehát

$$\mu_g = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

Ez annyit jelent, hogy ha egy változtatható hajlásszögű lejtőre helyezett kocsi esetén a lejtő hajlásszögét addig növeljük, amíg a kocsi éppen elindul és egyenletes sebességgel legördül, a megmért szög tangense éppen a μ_g tényezőt eredményezi. Nyilvánvaló az is, hogy ugyanilyen módon a μ súrlódási tényező is meghatározható. Vigyázni az utóbbi esetben azért kell, mert egy bizonyos határszög tangense éppen a tapadási súrlódási tényezőt szolgáltatja. A csúszási súrlódási tényező meghatározásához azt a hajlásszöget kell megkeresni, melynél a lecsúszó test sebessége állandó!

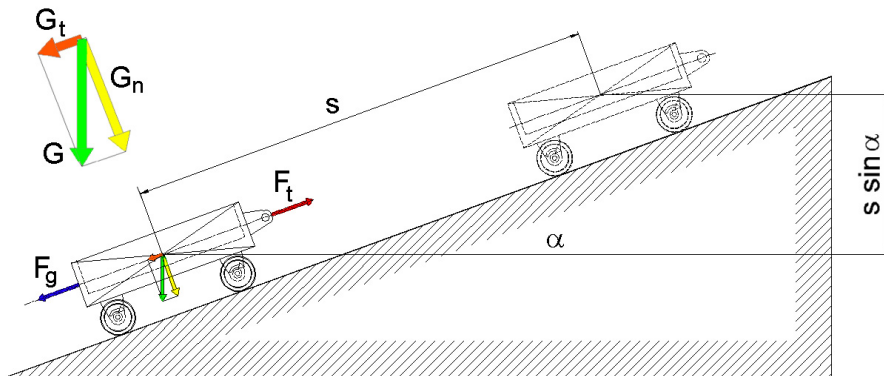
Lejtőn történő tehervontatáskor valamely s úton végzett munka (2.16. ábra)

$$W_t = F_t \cdot s \text{ (J)}$$

Ez a munka azonban nem alakul teljes egészében súrlódási hővé, hiszen

$$W_t = G_t \cdot s + F_g \cdot s = G \cdot s \cdot \sin \alpha + F_g \cdot s \text{ (J)}$$

azaz a súrlódási hő csak a második tagból lesz. Az első tag éppen a helyzeti energiának a növekedése, ezt a munkamennyiséget pedig a kocsi képes visszaszolgáltatni.



2.16. ábra

A teljesítmény az általános összefüggés szerint

$$P_t = \frac{W_t}{t} = F_t \cdot v = (G_t + F_g) \cdot v \text{ (W)}$$

Abban az esetben, amikor a fékezőerő működtetésével érjük el, hogy a kocsى egyenletes sebességgel gördüljön le a lejtőn, fékezési teljesítményről beszélünk:

$$P_f = F_f \cdot v = G \cdot (\sin \alpha - \mu_g \cdot \cos \alpha) \cdot v \quad (\text{W})$$

amely hőteljesítmény teljes egészében a fékeket terheli; természetesen mechanikus fékezés esetén (nem motorfék alkalmazásánál).

A gyakorlatban a lejtők igen sokszor nem szögükkel adottak, hanem lejtésükkel, jele: i , százalékban (%) vagy ezrelékben (‰). Ilyen esetekben, hacsak a számítás nem igényel nagy pontosságot, a következő módon járhatunk el.

A százalékban vagy ezrelékben megadott lejtés mindig a lejtő szögének tangensével egyezik meg. Ha a lejtés százalékos értéke nem nagyobb 9%-nál, vagy éppen ezrelékben adott, úgy alkalmazhatjuk a következő egyszerűsítést

$$i = \tan \alpha \approx \sin \alpha$$

aminek következtében

$$\cos \alpha \approx 1$$

Tehát összefüggéseink változatlanul felhasználhatók, azonban annyiban egyszerűsödnek, hogy $\sin \alpha$ helyében i , $\cos \alpha$ helyében pedig 1 írható.

Így például

$$F_f = G \cdot (\sin \alpha - \mu_g \cdot \cos \alpha) \quad (\text{N})$$

összefüggésünk

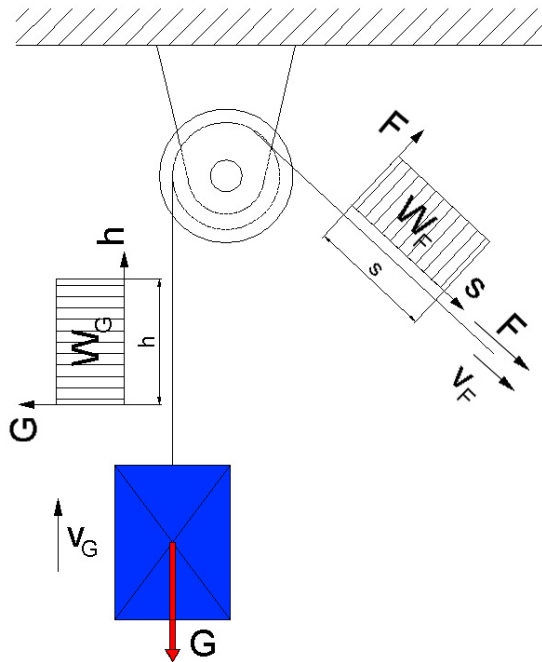
$$F_f = G \cdot (i - \mu_g) \quad (\text{N})$$

alakra egyszerűsödik.

2.2.4. Teheremelés. Csigá és csigasor

A teheremelés az emelőgép munkája. A felemelt test a teher (súlya G), melyet valamelyet függesztő elem segítségével valamely h magasságra emelünk.

Az emelőgép legegyszerűbb alakja a 2.17. ábrán vázlatosan bemutatott állócsiga. Mint látható, az állócsiga a húzóerőt átvivő kötelet eltereli, amivel elérhető, hogy a húzóerő a munkavégzés szempontjából kedvezőbb irányú legyen.



2.17. ábra

Ha minden veszteségtől eltekintünk, úgy az egyenletes sebességű emelés feltétele $G = F$. Nyilvánvaló, hogy adott h magasságra történő súlyemelés esetén a végzett munka éppen a helyzeti energia megváltozásával egyenlő

$$W_G = E_h = m \cdot g \cdot h = G \cdot h \quad (1)$$

Az F erő, mint mondtuk egyenlő a G erővel, munkája

$$W_F = F \cdot s \quad (2)$$

ahol szükségképpen $s = h$ mivel a kötelet nyújthatatlannak tekintjük.

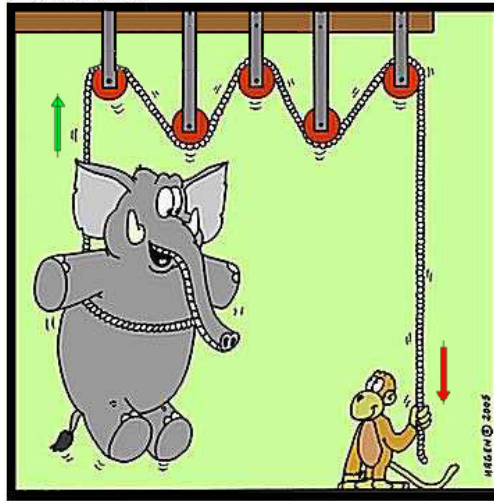
Mint a 2.17. ábrán a munkaterületekkel szemléltetve látható,

$$W_F = F \cdot s = G \cdot h = W_G \quad (3)$$

A teheremelés teljesítménye pedig, ha v_G az emelés sebessége

$$P_G = G \cdot v_G = F \cdot v_F = P_F$$

természetesen veszteségmentes esetben.



Alright, alright, you've won your bet:
You can lift me with one hand...

A teherművelés folyamata egyenletes sebességű üzem esetén mindössze annyiban különbözik a fent leírtaktól, hogy ebben az esetben a mozgási energia apadásáról kell beszélnünk, tehát a G súlyerő végzi a munkát az F erő ellenében.

Mint a 2.17. ábra kapcsán láttuk az állócsiga segítségével módosítottuk a munkát végző erő irányát. Ha a terhet a 2.18. ábra szerint mozgó csigára függesztjük, úgy elérhetjük a munkát végző erő nagyságának módosítását is. Az ábrán feltüntetett állócsiga az erő irányát módosítja, mint tudjuk az erő nagyságára nincs befolyása.

Könnyen megállapíthatjuk, hogy a mozgócsiga két kötelében egyaránt $G/2$ erő hat. Az egyik erő a felfüggesztési pontban adódik át valamely szerkezetre, míg a másik erőt a munkát végző F erő egyensúlyozza ki. Tehát

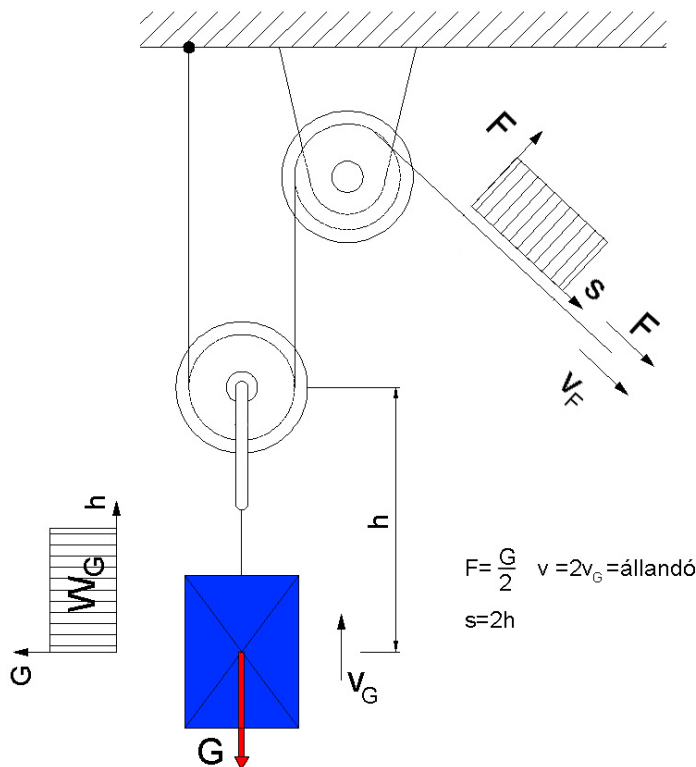
$$F = \frac{G}{2}$$

ami egyben az egyenletes sebességű emelés feltétele. Ha meggondoljuk, hogy adott h magasságra történő emeléshez

$$E_h = W_G = G \cdot h = W_F = F \cdot s = \frac{G}{2} \cdot s \quad (\text{Nm}) = (\text{J})$$

ahonnan

$$s = 2 \cdot h$$



2.18. ábra

Tehát elértük az erő nagyságának módosítását, de természetesen munkát nem takarítottunk meg. Mindezt szemléletesen is beláthatjuk a 2.18. ábra alapján.

A megvalósított módosítás: a mozgatóerő a teher nagyságának a fele, mivel a teher nagyságát megfeleztük. Ennek azonban az ára az, hogy kétszer hosszabb úton kell kifejtenünk a mozgatóerőt, valamint a teheremelés sebessége mindössze fele a mozgatóerő sebességének:

$$v_G = \frac{v_F}{2}$$

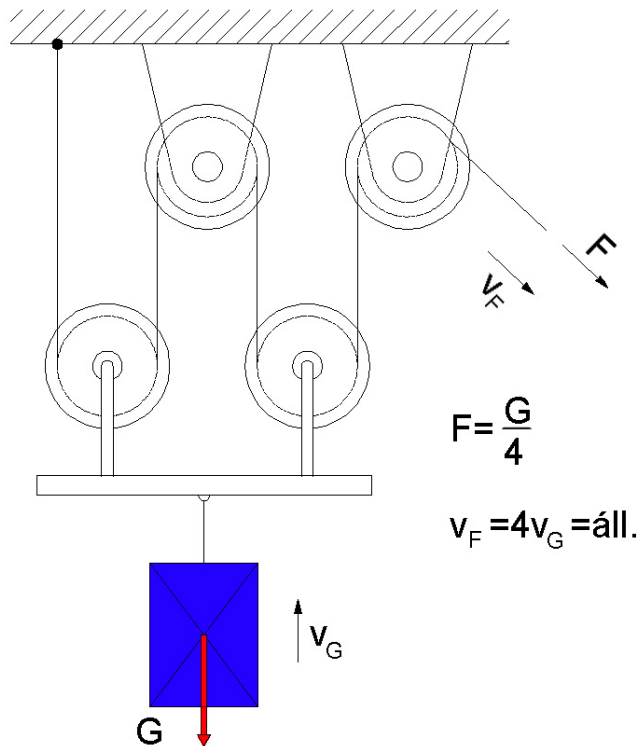
Mindez könnyen belátható, ha arra gondolunk, hogy szükségképpen a mozgatóerő és a teher teljesítménye egyenlő, ha továbbra is feltételezzük, hogy veszteségmentes az emelőszerkezet. Ekkor ugyanis felírható a következő egyenlet:

$$P_G = G \cdot v_G = F \cdot v_F = P_F$$

Nem hagyva figyelmen kívül azt, amit korábban a súlyerő és a mozgatóerő viszonyára vonatkozóan megállapítottunk, ebből más nem következik, mint amit belátni kívántunk:

$$v_G = \frac{v_F}{2}$$

Egy mozgó csigával tehát kétszeres módosítást értünk el. Nyilvánvaló, ha a 2.18. ábrán bemutatott szerkezetet kibővítjük oly módon, hogy az álló-csiga után egy újabb mozgó csigát iktatunk be, és a terhet a 2.19. ábrán bemutatott módon egy teherelosztó gerenda segítségével mindkét mozgó-csigára felfüggesztjük, úgy a módosítás már négyszeres lesz. Ez belátható oly módon is, hogy a G súlyú teher immár négy kötélágban oszlik meg, és ezek közül csak az egyik kötélágban fejtjük ki az F erőt.



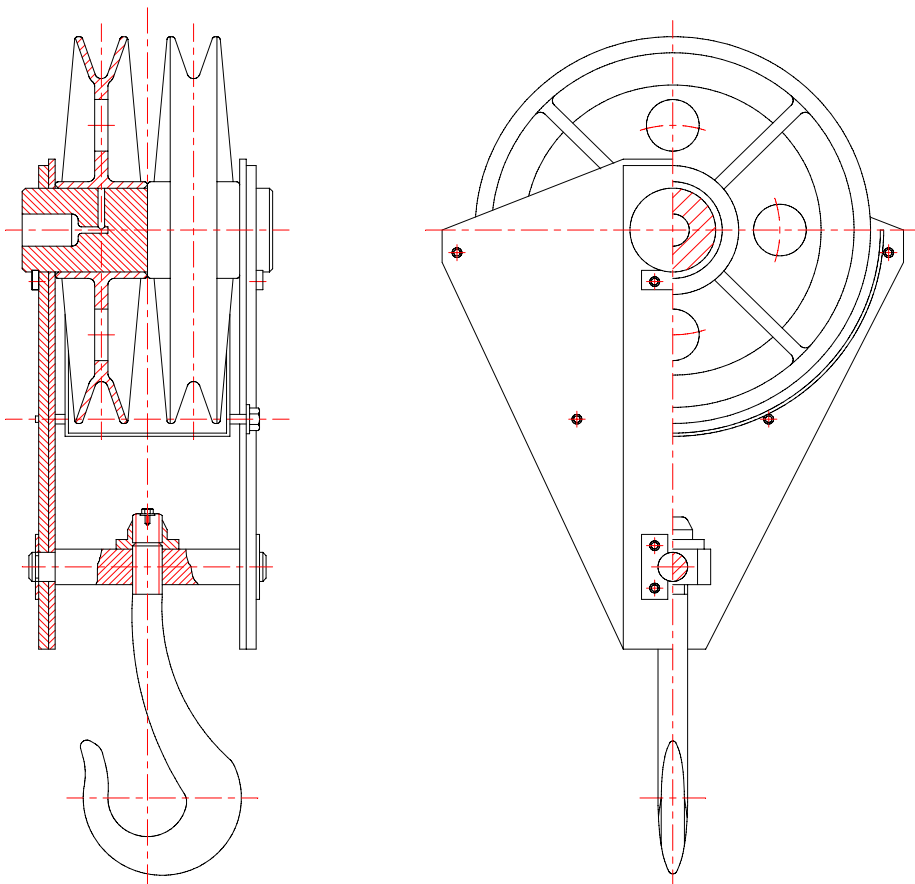
2.19. ábra

Belátható azonban oly módon is, hogy a 2.19. ábrán egy kétszeres módosítást adó szerkezet után egy újabb kétszeres módosítást adó szerkezetet építünk be, tehát a teljes módosítás nyilván $2 \cdot 2 = 4$.

Természetesen a teheremelési sebessége a mozgatóerő sebességéhez képest még jobban elmarad, mégpedig

$$v_G = \frac{v_F}{4}$$

Ennek bizonyítására nem térünk ki, a korábban bemutatott úton minden nehézség nélkül elvégezhető.



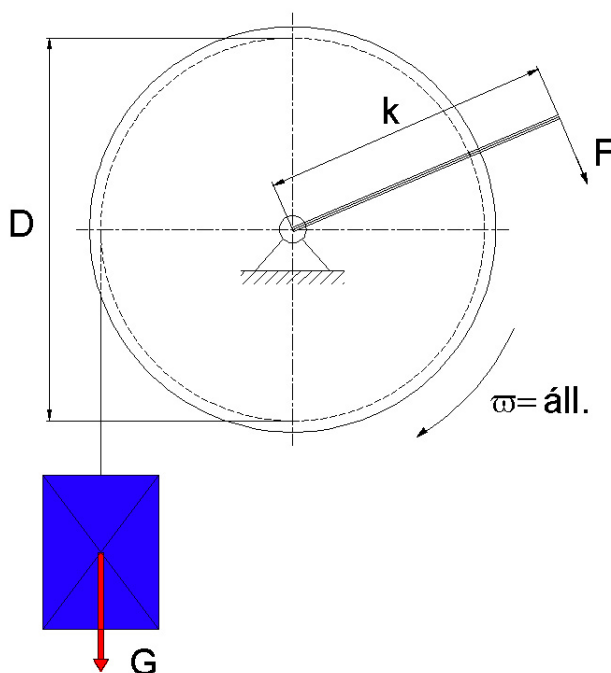
2.20. ábra

Az egy mozgó csigával megvalósított teherfelfüggesztést 2 kötélágas, a két mozgó csigával megvalósított 4 kötélágas teherfelfüggesztésnek is szokás nevezni. A gyakorlatban a mozgó csigák nem rendelkeznek külön tengellyel, hanem egy közös tengelyen vannak egymás mellé helyezve (2.20. ábra). A szükséges állócsigák szintén egy közös tengelyre kerülnek, így jelentősen csökkenthető a szerkezet helyigénye.

A gyakorlatban a legalárendeltebb esetektől eltekintve mindenhol 2,4 esetleg több kötélágas felfüggesztést alkalmaznak. Ez ugyanis egy olyan egyszerű módosítás, mellyel jelentősen csökkenthető az egy kötélágban ható erő, miáltal az emelőgép teherbírása növelhető anélkül, hogy túlságosan nagy átmérőjű acélsodrony alkalmazása válna szükségessé. A kisebb átmérőjű kötélt olcsóbb, könnyebb, és könnyebben hajlítható, ami a veszteségek és az élettartam szempontjából egyáltalán nem mellékes.

2.2.5. A mechanikai munka átvitele forgó mozgással, az áttétel

Mint ezt az előző fejezetben megállapítottuk, az állócsiga segítségével a munkavégzés irányát módosítottuk, kedvezőbbé tettük a munkát végző ember számára. A mozgócsigák segítségével pedig az erő nagyságát módo-



2.21. ábra

sítottuk. Mindkét esetben azonban a munkát végző erő egyenes pályán haladt. A munkavégzés szempontjából még kedvezőbb helyzet áll elő, ha a hajlékony vonóelemet (kötél) nem egyenes pályán mozgatjuk, hanem a végét egy ún. kötéldobra csévéljük, a kötéldobot pedig a tengelyére ékelt hajtókar segítségével forgatjuk. Az említett szerkezet vázlatát a 2.21. ábra mutatja. Mivel a gyakorlatban a vázolt szerkezet igen elterjedt, vizsgáljuk meg egyenletes sebességű üzemét.

Az egyenletes sebességű üzem annyit jelent, hogy a teher (G) vagy az emelőerő (F) sebessége állandó. Az F erő esetében ez azt jelenti, hogy a kerületi sebesség nagysága állandó,

$$v = k \cdot \omega \left(\frac{m}{s} \right)$$

ahol k a hajtókar hossza. Mivel ez állandó, a kerületi sebesség állandósága az ω szögsebesség állandóságát is jelenti. Mivel a szögsebesség – ami az egy másodpercre eső radiánban kifejezett szögelfordulás – mérése igen nehéz, ezért a forgó mozgás jellemzésére a szögsebesség helyett bevezették a fordulatszámot. A fordulatszám az egy másodperc alatt megtett fordulatok számát fejezi ki, n betűvel jelöljük, mértékegysége (1/s). A gyakorlati életben általánosan elterjedt szokás az egy perc alatt megtett fordulatok számáról beszélni, így a fordulatszám mértékegysége 1/min. A szögsebesség és az 1/min-ban kifejezett fordulatszám az alábbiak szerint van összefüggésben egymással.

Egy körülfordulással a tengely 2π szöget ír le, tehát egy perc alatt $2\pi \cdot n$ a szögelfordulás. Ennek pedig egy másodpercre eső része a szögsebesség. Tehát

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} \approx \frac{n}{9,55} \left(\frac{1}{s} \right)$$

ahol n a fordulatszám (1/min)-ban, ω pedig a szögsebesség (1/s)-ban.

A továbbiakban – széles körű elterjedtsége miatt – a fordulatszám mértékegységeként az 1/min-t használjuk.

Tehát az F erő sebessége, a kerületi sebesség

$$v_F = k \cdot \omega = k \cdot \frac{2\pi \cdot n}{60} \left(\frac{m}{s} \right)$$

Az F erő teljesítménye pedig

$$P_F = v_F \cdot F = k \cdot \frac{2\pi \cdot n}{60} \cdot F \left(\frac{Nm}{s} \right) = (W)$$

Korábbi vizsgálataink szerint veszteségmentes és egyenletes sebességű üzem esetén ez a teljesítmény egyenlő a teher által elfogyasztott teljesítményével. Ha a teher emelkedésének sebessége v_G

$$P_G = P_F = v_G \cdot G \quad (W)$$

A teher sebességét azonban felírhatjuk a következő módon

$$v_G = \frac{2\pi \cdot n}{60} \cdot \frac{D}{2} \left(\frac{m}{s} \right)$$

Ugyanis a teher emelkedési sebessége természetesen a D átmérőjű kötéldob kerületi sebességével egyezik meg. Az pedig egészen nyilvánvaló, hogy a dob és a hajtókar fordulatszáma azonos, hiszen azonos tengelyre vannak ékelve! Ezek után felírható, hogy

$$P_G = \frac{2\pi \cdot n}{60} \cdot \frac{D}{2} \cdot G = \frac{2\pi \cdot n}{60} \cdot k \cdot F = P_F$$

A lehetséges egyszerűsítés után

$$\frac{D}{2} \cdot G = k \cdot F$$

Eredményünk azt jelenti, hogy a vizsgált esetben az egyenletes sebességű üzem feltétele, hogy a közös tengelyre számított nyomatékok egymással egyenlők legyenek, hiszen a bal oldalon a G teher nyomatéka, a jobb oldalon az F erő nyomatéka állandó.

$$M_G = M_F \quad (Nm)$$

Ha újra szemügyre vesszük a 2.21. ábrát és annak megfelelően

$$k > \frac{D}{2}$$

akkor a nyomatékok egyenlőségéből következik, hogy

$$F < G$$

mégpedig

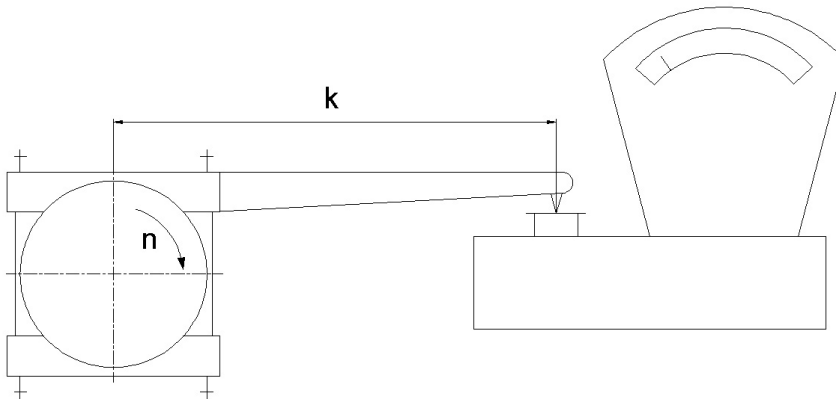
$$\frac{k}{D} = \frac{G}{F}$$

Tehát itt is módosítottuk az erő nagyságát, mint a mozgó csiga esetén.

A teher és a hajtóerő nyomatékának bevezetésével a teljesítményt a következő, forgó mozgásoknál szokásos alakban írhatjuk fel

$$P = \frac{2\pi \cdot n}{60} \cdot M = \omega \cdot M \quad (\text{W})$$

Tehát a teljesítményt a nyomaték és a szögsebesség (vagy a fordulatszám) egyértelműen meghatározza. Azaz ha megmérjük egy erőgép tengelyének fordulatszámát és nyomatékát, abból meghatározhatjuk a gép teljesítményét.



2.22. ábra

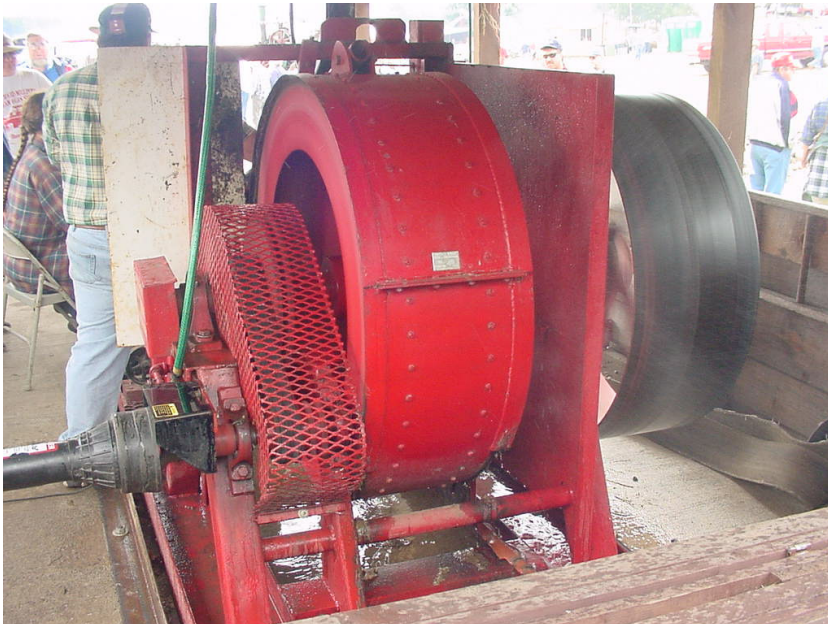
Egy ilyen gyakorlati mérési eljárást szemléltet a 2.22. ábra, ahol Prony-fékkal történő mérés vázlatát láthatjuk. Az erőgép tengelyére szorítópofákat helyezünk. A pofák szorossága állítható, miáltal különböző fékező nyomaték állítható be, hiszen a súrlódási erő más és más lesz. Ennek a nyomatéknak a meghatározása céljából a fékberendezéshez egy kar van erősítve, mely egy erőmérő mérleg tányérjára támaszkodik. A 2.22. ábrán jelzett k karhosszhoz megmérhető az F erő értéke leolvasható a mérleg skálájáról. Ezen két mennyiség szorzata adja a keresett nyomatékot

$$M = k \cdot F \quad (\text{Nm})$$

A fordulatszám vagy mérőórával vagy számlálással (kisebb fordulatszámoknál) határozható meg. Ezekből az adatokból a gép teljesítménye a már ismert úton számítható.

A fékezés nemcsak mechanikusan történhet, hanem hidraulikusan, vagy villamos úton is. Az előbbi esetben vízfékről, az utóbbi esetben pedig ún. örvényáramú fékről beszélünk.

A leadott teljesítmény mérése a gyakorlatban valóban a fenti elvek szerint történik. Minden fékkel történő teljesítménymérés során a gép leadott teljesítménye hővé alakul és veszendőbe megy, a féket hűteni kell. Olyan helyeken, ahol rendszeresen nagyteljesítményű gépek fékezéses mérése történik, a keletkező hulladékhő hasznosítására a helyi viszonyoktól függően gondolni kell (pl.: melegvíz előállítás).



Prony-fék

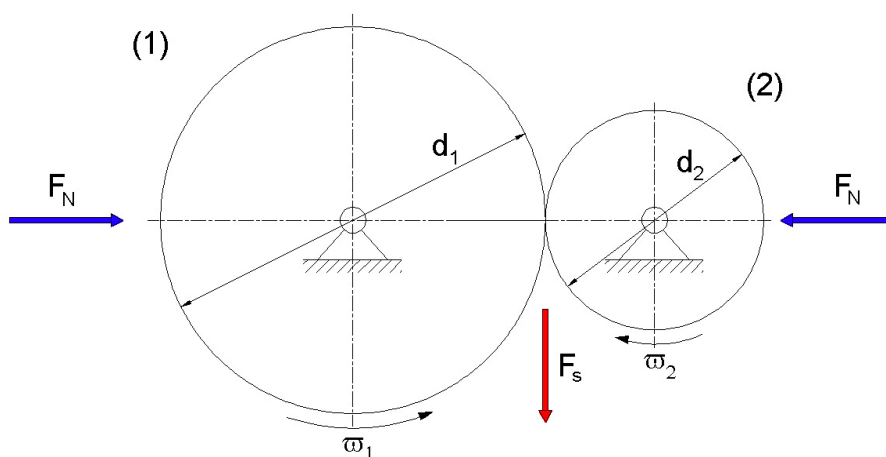
2.2.6. Közlőművek. Dörzshajtás, szíjhajtás, lánchajtás, fogaskerék-hajtás

Az erőgépek döntő többsége forgó mozgás alakjában szolgáltatja a mechanikai munkát. Az erőgép teljesítménye az ún. főtengelyen jelentkezik forgó mozgás formájában. Ahhoz, hogy ezt a teljesítmény egy munkagép hajtására felhasználhassuk, az erőgép tengelyét össze kell kapcsolnunk a

munkagép tengelyével. További probléma lehet, hogy az erőgép fordulatszáma vagy nyomatéka nincs összhangban a munkagép jellemzőivel, valamint az erőgép több munkagépet hajt.

A fordulatszám és a nyomaték módosítása, ill. a mozgás jellegének megváltoztatása a közlőművekre hárul. A következőkben ismerkedjünk meg a legalapvetőbb mechanikai közlőművekkel.

a) A legegyszerűbb közlőmű lényegében két tárcsából áll, amelyek közül az egyik az erőgép, a másik a munkagép tengelyére van ékelve (2.23. ábra).



2.23. ábra

A mechanikai munka a két tárcsa között keletkező súrlódási erő közvetítésével kerül át. Ezért ezt dörzshajtásnak is nevezzük. A két kerék átmérője nem azonos. Vizsgáljuk meg, hogyan alakul a munkagép tengelyének fordulatszáma. Az 1. jelű kerék kerületi pontjainak sebessége:

$$v_1 = \frac{d_1}{2} \cdot \omega_1 = \frac{d_1 \cdot \pi \cdot n_1}{60}$$

Ha feltételezzük, hogy a két kerék egymáson csúszásmentesen gördül le, akkor a kerületi sebességeknek meg kell egyezniük. Ezt a feltételezést első közelítésben megtehetjük, hiszen célunk az, hogy a munkagép tengelyére ékelte kerék mozgása kövesse a hajtó kerék mozgását.

$$v_2 = \frac{d_2 \cdot \pi \cdot n_2}{60} = \frac{d_1 \cdot \pi \cdot n_1}{60} = v_1$$

Az egyszerűsítések után:

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

tehát a tárcsaátmérők viszonya fordított arányban áll a fordulatszámok viszonyával. Ezt a viszonzszámot módosításnak nevezzük, és i betűvel jelöljük. A szögsebességekkel is kifejezhető az áttétel. A 2.23. ábrán vázolt dörzshajtás esetén a fordulatszám i -szeresére csökkent, azaz a gép forgása lelassult.

Az 1. tengelyen jelentkező P_1 teljesítmény:

$$P_1 = M_1 \cdot \omega_1$$

Ez a teljesítmény a súrlódási erő révén adódik át a 2. tengelyre. Ez a súrlódási erő, mint kerületi erő jelentkezik az 1. tengelyre ékelt tárcsán.

$$P_1 = F_1 \cdot \frac{d_1}{2} \cdot \omega_1$$

F_1 -nek a súrlódási erővel kell megegyeznie a csúszásmentes legördülés esetén, de akkor F_2 is egyenlő ezekkel az erőkkel:

$$F_1 = F_S = F_2$$

A 2. keréken jelentkező teljesítmény:

$$P_2 = F_2 \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \omega_2 = M_2 \cdot \omega_2 = P_1$$

Ezek szerint:

$$M_2 \cdot \omega_2 = M_1 \cdot \omega_1$$

ahonnan

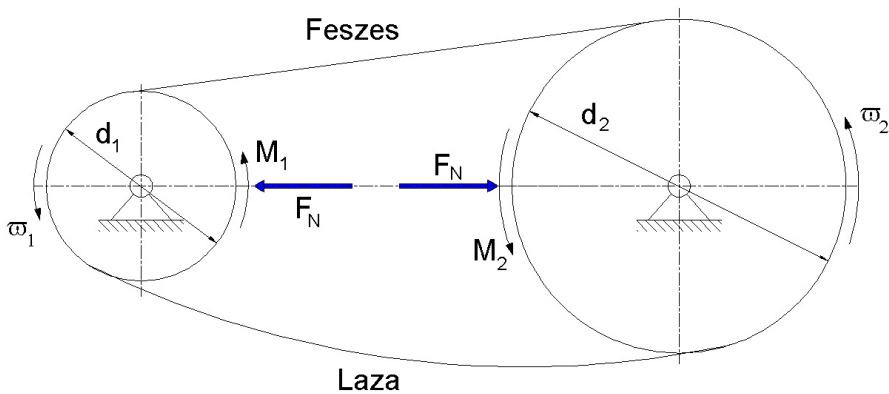
$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{M_1}{M_2} = i$$

Csúszásmentes legördülés esetén az áttétel a nyomatékok viszonyával is kifejezhető, tehát itt az M_1 nyomatéki-szeresére növekedett. Feltételeztük, hogy a két tengelyen lévő teljesítmény megegyezik, ezáltal a gép üzeme egyenletes, hiszen a munkasebesség állandó.

A 2.23. ábrán látható, hogy az adott kerületi erő átviteléhez szükséges súrlódási erő létrehozásához

$$F_N = \frac{F_S}{\mu_0}$$

nagyságú, a két tárcsát összeszorító erő szükséges. Ez az erő igen nagy is lehet, olyannyira, hogy ilyen módon a hajtás nem oldható meg. Éppen ezért az ilyen hajtást csak kis teljesítményeknél használjuk.



2.24. ábra

b) A 2.24. ábrán egy szíjhajtás látható. Lényege, hogy a hajtó ill. a hajtott tengelyekre ékelt tárcsákon hajlékony vontatóelemet, szíjat vetettünk át.

Súrlódási erőt akkor kapunk, ha a szíj mindkét ágát megfeszítjük F_N erővel. Ezáltal a szíj két ágában két különböző erő keletkezik. A feszes ágban, amely maga után vonja a 2. tárcsát, T_1 erő, a laza ágban T_0 erő keletkezik. Ezáltal:

$$F_N = T_1 + T_0$$

A 2. tengelyt terhelő M_2 nyomaték legyőzése csak úgy lehetséges, ha a feszes ágban lévő T_1 erő T_0 -hoz képest annyira megnövekszik, hogy a nyomaték egyensúlya beállhasson. Tehát:

$$\frac{d_2}{2}(T_1 - T_0) = M_2$$

Az átvitt kerületi erő:

$$F_k = T_1 - T_0$$

Az 1. tengelyre ékelt tárcsára is felírható, hogy:

$$\frac{d_1}{2}(T_1 - T_0) = M_1$$

A szíjhajtás áttétele csúszásmentes esetben az alábbi egyenletből kifejezhető:

$$v_2 = \frac{d_2 \cdot \pi \cdot n_2}{60} = \frac{d_1 \cdot \pi \cdot n_1}{60} = v_1$$

Tehát:

$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

Az áttétel a nyomatékok viszonyával is kifejezhető:

$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{M_2}{M_1}$$

$$P_1 = M_1 \cdot \omega_1 = M_2 \cdot \omega_2 = P_2$$

A tengelyt terhelő erő úgy határozható meg, ha ismerjük a T_1 - T_0 viszonyát, ami a gyakorlatban:

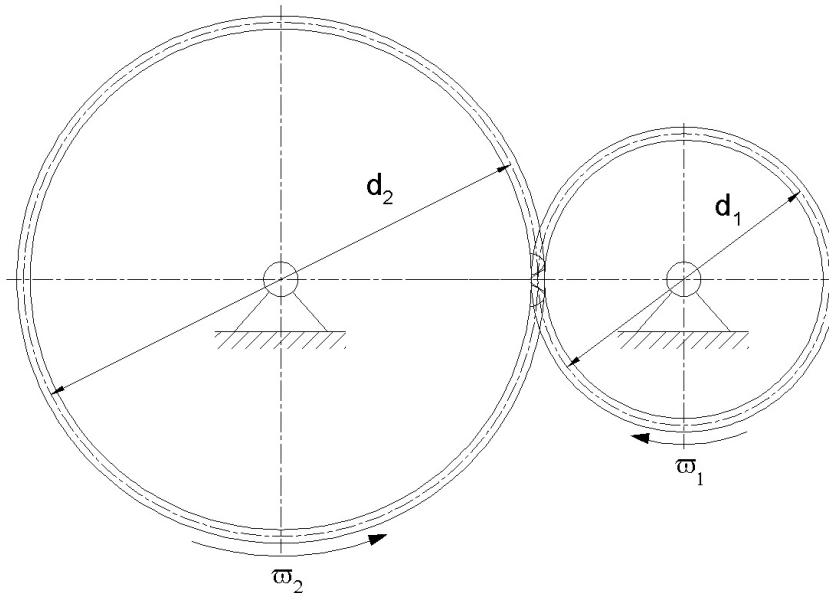
$$\frac{T_1}{T_0} \cong 2$$

Ezt a viszonyt feszültségi viszonynak is nevezzük. Ilyen esetben a megcsúszás, ami a gyakorlatban mindig van, minimális értéken tartható.

Kötélhajtás esetén:

$$\frac{T_1}{T_0} \cong 3$$

Az eddig tárgyalt eseteket súrlódó-hajtásoknak is nevezzük. Hátrányuk, hogy megcsúszás mindig van, és a tengelyeket merőlegesen terhelő erő szükséges a kapcsolathoz.



2.25. ábra

c) A 2.25.ábrán fogazott kerekék kapcsolódása látható. Általában evolvens fogprofilat használnak, így ugyanis a két kerék elvileg csúszásmentesen gördül le egymáson. Mindenkör igaz, hogy:

$$v_1 = v_2$$

$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

A d_1 és a d_2 átmérő nem a külső átmérője a fogaskeréknek, hanem az ún. osztókör átmérő, melyen a kapcsolat létrejön. Számításainkban ezt használjuk.

A módosítás a fogszámok viszonyával is kifejezhető:

$$d_1 \cdot \pi = z_1 \cdot t,$$

$$d_2 \cdot \pi = z_2 \cdot t, \quad (t = \text{fogosztás})$$

$$\frac{d_2}{d_1} = i = \frac{z_2}{z_1}$$

d) Lánchajtás: Két fogazott lánckerékből, és a rajtuk átvetett, szemekből kialakított, végtelenített láncból áll. A lánc egyes szemei illeszkednek a lánckerék fogaira. Csúszásmentes kapcsolat valósítható meg lánchajtással. A módosítás a lánckerekek fogszámainak viszonyával fejezhető ki.

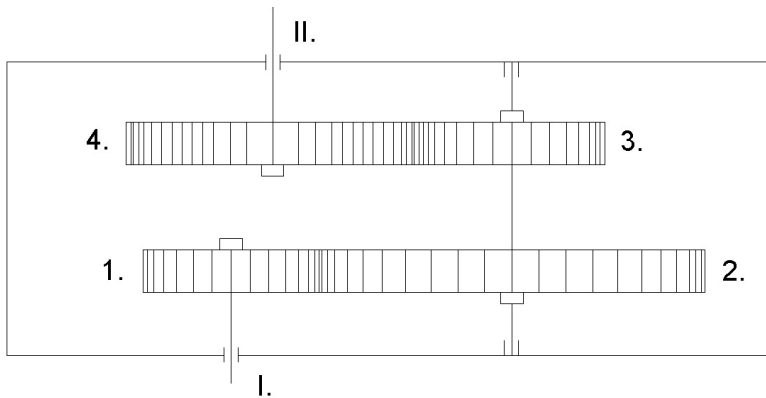
Fogaskerék és lánchajtás esetén a tengelyekre merőlegesen kifejtett lényegesen kisebb, hiszen a mozgás átvitele nem súrlódás révén történik, hanem merev kapcsolattal. A surlód hajtásokat alárendelt esetben alkalmazták, ill., olyankor, ha a megcsúszás nem zavaró, sőt még kívánatos is, hogy a hajtómű ne legyen túlterhelhető, ugyanis adott feszítés esetén egy bizonyos teljesítménynél nagyobb nem lehet vele átadni. Kis tengelytávnál a dörzskerékpár, nagy tengelytávnál a szíjhajtás alkalmazható. A szíj anyagától függően gumi-, bőr-, műanyagszíj hajtásról beszélünk. A szíj keresztmetszetétől függően lapos vagy ékszíjhajtásról beszélünk.

Fogaskerék- és lánchajtást alkalmazunk abban az esetben, ha a megcsúszás nem kívánatos, valamint, ha az átviendő teljesítmény nagyon nagy.

Fogaskerék-hajtóművek

Alapvető fontosságú szerkezet, mely hivatott a mechanikai munka átvitelére, a fordulatszám és nyomaték módosítására.

Szerkezete: hegesztett acél vagy öntöttvas (esetleg Al.) házban elhelyezkedő egy vagy több, egymással kapcsolódó fogaskerékből áll. A fogaskerék-párok számát az eredő módosítás határozza meg. Egy fogaskerék-hajtómű vázlatos rajzát mutatja a 2.26.ábra. Az erőgép az I. tengelyen adja be a teljesítményt a hajtóműbe, amelyből a munkagép a II. tengelyen át kapja ugyanezt a teljesítményt, ha a veszteséget figyelmen kívül hagyjuk.



2.26. ábra

Tehát:

$$P_I = P_{II}$$

$$M_I \cdot \omega_I = M_2 \cdot \omega_2$$

$$\frac{\omega_I}{\omega_{II}} = \frac{M_{II}}{M_I} = i_s$$

(i_s = eredő módosítás)

A fordulatszám változása:

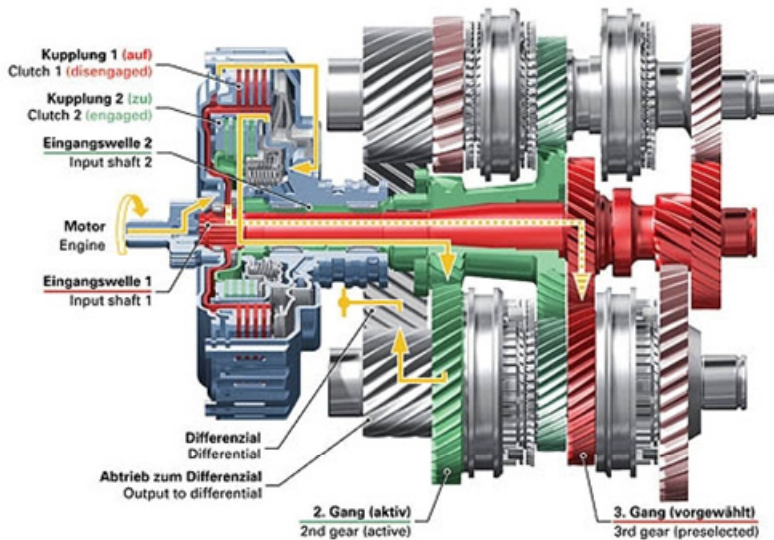
$$i_1 = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\omega_I}{\omega_k}$$

$$i_2 = \frac{d_4}{d_3} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{\omega_k}{\omega_{II}}$$

$$\omega_k = i_2 \cdot \omega_{II}$$

$$i_1 \cdot i_2 = \frac{\omega_I}{\omega_{II}}$$

$$i_s = i_1 \cdot i_2$$



Az eredő módosítás a részmódosítások szorzatával egyezik meg. Az eredő módosítást tetszés szerint oszthatjuk fel, szem előtt tartva, hogy egy fogaskerékpár esetén max. 5-7 legyen a módosítás, és lehetőleg kevés legyen a fokozatok száma. Ún. homlokfogazású kerekekből három fokozatnál többet nem szoktak alkalmazni egy hajtóműben. Ha ez nem lenne elég, akkor csigakerékes hajtást alkalmaznak, amely egy csigából és ennek tengelyére kitérően, de merőlegesen elhelyezkedő csigakerékből áll. A fogazatok speciális kialakításúak.

Módosítás: Ha a csiga egy bekezdésű, akkor egy fordulattal a csigakerék egy fognyi elfordulást végez.

Tehát a csiganak z -szer kell körülfordulnia ahhoz, hogy a csigakerék 1-szer körülforduljon. (csigakerék fogainak száma: z) Ezért:

$$i = \frac{z}{1} = \frac{n_{\text{csiga}}}{n_{\text{csigakerék}}}$$

A csiga lehet 2 vagy 3 bekezdésű is:

$$i = \frac{z}{2}, \text{ ill. } i = \frac{z}{3}$$

Ilyen esetben a módosítás 200-300 is lehet.

A csigakerekes hajtás egyirányú, ami azt jelenti, hogy csak a csiga hajtja a csigakereket, mert a szerkezet önzáró. A nagy súrlódás miatt hő keletkezik, amelyet bő olajozással, esetleg az olaj hűtésével lehet elvezetni. A hajtás legfőbb hátránya a nagy fogsúrlódás miatti alacsony hatásfok.

A fogaskerék-hajtóművek kialakításuk, áttételük szerint igen sokfélék lehetnek. Egyes típusok a gyártó cég katalógusából kiválaszthatók.

2.2.7. Veszteségek a gép üzemében, a gép hatásfoka

Az eddigiekben feltételeztük hogy veszteségek nem lépnek fel. Ez a valóságban nincs így. A gépek üzemét mindig kisebb-nagyobb veszteségek kísérik, melyeket az üzemeltetés során fedeznünk kell, azaz a gép által végzett hasznos munkánál több, mégpedig a veszteségek értékével több munkát kell a gépbe bevezetnünk.

Már megismerkedtünk a súrlódással és a gördülő ellenállással, amelyek mindig fellépnek, amennyiben két érintkező alkatrész egymáshoz képest elmozdul. Pl.: csapágyak, dugattyúk stb. A veszteségek igen jelentős részét a súrlódási veszteségek jelentik. Pl. a hajtóműbe érkező teljesítmény egy része a tengelyek csapágyazásain fellépő súrlódás fedezésére fordítódik, továbbá a kapcsolódó fogaskerekek a valóságban csúsznak egymáson, ami további teljesítményvesztést jelent. Tehát a kimenő teljesítmény a bemenő teljesítménynek csak egy része lehet. A veszteség hővé alakul és a környezetnek adódik át.

Létezik súrlódás folyadékokban és gázokban is, valamint ezen közegek és a határoló szerkezetek között is. Mindez szintén teljesítményvesztést jelent, ami itt is hővé alakul, és számunkra haszontalanná válik.

Veszteségek azonban nemcsak a súrlódás következtében léphetnek fel. Vegyük pl. a súrlódó hajtásokat. Ezeknél a súrlódási erő kifejezetten hasznos, hiszen ennek segítségével valósítjuk meg a hajtást. Itt a veszteség a megcsúszás vagy slip. Tehát a hajtott tárcsa kerületi sebessége elmarad a hajtó tárcsa kerületi sebességével (v_1 -hajtó):

$$s = \frac{v_1 - v_2}{v_1}$$

$$v_2 < v_1$$

$$P_2 = F_k \cdot v_2 < F_k \cdot v_1 = P_1$$

$$v_2 = (1-s) \cdot v_1$$

$$P_2 = F_k \cdot v_1 \cdot (1-s) = P_1 \cdot (1-s)$$

$$P_2 = P_1 \cdot (1-s)$$

A hajtott tárcsa tengelyén a hajtó teljesítménynek éppen $(1-s)$ -szerese vehető le. A veszteség, mint hő a környezetnek adódik át. A veszteségnek számos más fajtája létezik. Sok esetben igen nehéz meghatározni, hogy mekkora veszteség keletkezik.

Vezessünk be a η tényezőt, amit hatásfoknak nevezünk.

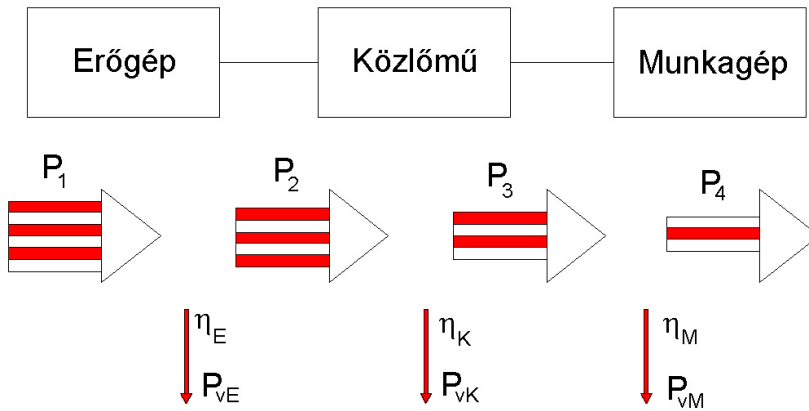
$$P_2 = P_1 \cdot \eta \quad \eta = \frac{P_2}{P_1}$$

A hatásfok a hasznos teljesítmény és a bevezetett összes teljesítmény hányadosa. Ez a viszonyszám jellemző lesz a gép üzemére. Értéke minden esetben kisebb mint egy, a veszteségek miatt. A hatásfokot százalékban is meg lehet adni, így a max. értéke 100%.

Mindezt általánosíthatjuk minden gépre.

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{\textit{kimenő}}{\textit{bemenő}} \quad \eta = \frac{\textit{hasznos}}{\textit{bevezetett}}$$

Ezen munkák, teljesítmények jól mérhetők, ill. kiszámíthatók. A hatásfok ismeretében számítani tudjuk a veszteséget. Ennek az egyszerűsítésnek az a hátránya, hogy a veszteségek keletkezéséről semmit nem mond, ennek következtében arról sem, hogyan lehetséges a veszteségek csökkentése, egyáltalán lehetséges-e a csökkentés. A hatásfok lehetőséget nyújt arra, hogy vele a gép jóságát megítéljük, veszteségeit kiszámítsuk, de mindemellett nem nélkülözhetjük annak átgondolását, hol és minek következtében keletkeznek a veszteségek.



2.27. ábra

A 2.27. ábra egy gépláncot ábrázol, amely erőgépből (E), közlőműből (K), és egy munkagépből (M) áll. A bevezetett teljesítmény lehet villamos teljesítmény, vagy üzemanyag által képviselt energia, ill. teljesítmény. Ennek η_E -szerese lép ki a gépből, ahol η_E az erőgép hatásfoka, így

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_E$$

A közlőmű módosítja a fordulatszámot és a nyomatékot. Veszteség itt is fellép.

A közlőműből kilépő teljesítmény:

$$P_3 = P_2 \cdot \eta_K$$

A munkagép a közlőmű felől érkező teljesítményt hasznos munkává alakítja, de csak részben, így

$$P_h = P_3 \cdot \eta_M$$

Természetesen felírhatjuk a hatásfokkal az egyes veszteségeket is.

Nyilvánvaló, hogy az erőgép vesztesége:

$$P_{vE} = P_1 - P_2 = P_1 - \eta_E \cdot P_1 = P_1 \cdot (1 - \eta_E)$$

Hasonlóképpen

$$P_{vK} = P_2 \cdot (1 - \eta_K) \quad P_{vM} = P_3 \cdot (1 - \eta_M)$$

A 2.27. ábrán vázolt elvi szerkezet összhatásfoka:

$$\eta_{\ddot{o}} = \frac{P_h}{P_1}$$

A hasznos teljesítmény:

$$P_h = P_1 - P_{vE} - P_{vK} - P_{vM}$$

Behelyettesítve a veszteségteljesítményeket:

$$P_h = P_1 - P_1(1 - \eta_E) - P_2(1 - \eta_K) - P_3(1 - \eta_M)$$

Tudjuk, hogy

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_E$$

valamint

$$P_3 = P_2 \cdot \eta_K = P_1 \cdot \eta_E \cdot \eta_K$$

Tehát

$$P_h = P_1 - P_1(1 - \eta_E) - P_1 \cdot \eta_E(1 - \eta_K) - P_1 \cdot \eta_E \cdot \eta_K(1 - \eta_M)$$

A zárójeleket felbontva, az összevonásokat elvégezve:

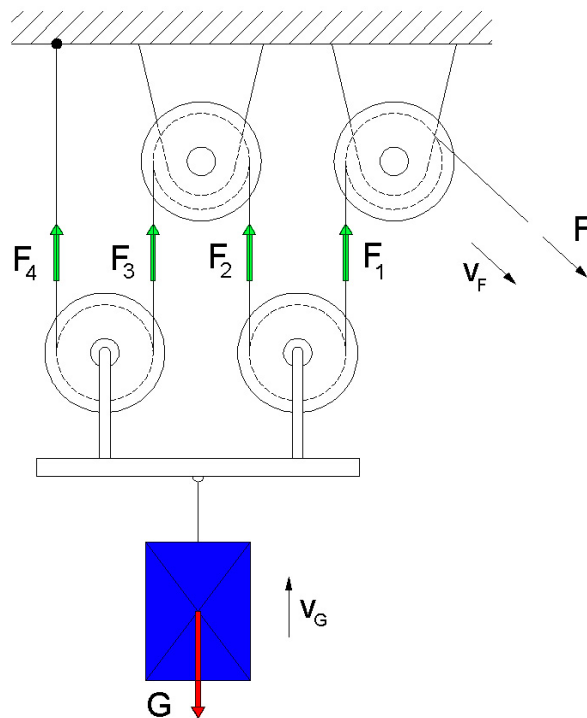
$$\frac{P_h}{P_1} = \eta_E \cdot \eta_K \cdot \eta_M$$

Az összhatásfok a részhatásfokok szorzata:

$$\eta_{\ddot{o}} = \eta_E \cdot \eta_K \cdot \eta_M$$

2.2.8. Teheremelő szerkezetek

A terhet emelő vagy vontató hajlékony vonóelem (pl. köté) mozgatására szolgáló szerkezeti egységet csörlőnek nevezzük. A csörlők általában a köté felcsévélésére szolgáló kötédobból, hajtásból és a közöttük elhelyezett áttételekből, valamint a fékből állnak. Kivételük szerint igen különbözőek lehetnek, attól függően, hogy a csörlőt milyen célra használják. (építési-, vontató-, hajócsörlő.) A csörlők kötélcsigasorral vannak kiegészítve.



2.28. ábra

A 2.28. ábra 4 kötélágas teherfelfüggesztést szemléltet.

$$F = \frac{G}{4} \quad v_G = \frac{v_F}{4}$$

Az emeléshez szükséges erő a teher negyedrésze, az emelőerő sebessége a szükséges emelkedési sebesség négyszerese. (Veszteségmentes esetben)

Ha feltételezzük a súrlódás létét a csigák tengelyeinél, akkor a csigára felfutó ill. arról lefutó kötélben ható erő nem azonos. Vegyük szemügyre a 2.28. ábrát.

A fentiek szerint:

$$F \neq F_1 \text{ és } F > F_1$$

Bevezetünk egy jellemzőt ($\delta < 1$, a csigák csapágyazásainak jósága):

$$\frac{F_1}{F} = \delta \quad \delta < 1$$

Ha minden csapágyazás azonos, akkor:

$$F_1 = F \cdot \delta$$

$$F_2 = F_1 \cdot \delta = F \cdot \delta^2$$

$$F_3 = F_2 \cdot \delta = F \cdot \delta^3$$

$$F_4 = F_3 \cdot \delta = F \cdot \delta^4$$

Ez egy mértani sorozat, melynek az összege a G súly

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = G$$

A mértani sor összegére vonatkozó matematikai összefüggés alkalmazásával

$$G = F \frac{1 - \delta^4}{1 - \delta} \cdot \delta$$

i db csiga esetén (az ábra elrendezésével!)

$$G = F \frac{1 - \delta^i}{1 - \delta} \cdot \delta$$

Tehát általában

$$F \neq \frac{G}{i}$$

hacsak a csapágyazás nem kifogástalan.

Mivel $\delta=1$ nem helyettesíthető az összefüggésbe, hiszen a nevező zérussá válna, eredményünk helyességét csak a határérték-számítás törvényeinek segítségével ellenőrizhetjük.

Feltételezzük, hogy a kötélnyújthatatlan, akkor a szerkezet kinematikája nem változik meg, tehát az ábra szerint

$$v_F = 4 \cdot v_G$$

A teher által elfogyasztott teljesítmény:

$$P_G = G \cdot v_G$$

A teher emeléséhez felhasznált teljesítmény:

$$P_F = G \cdot v_F$$

A kettő hányadosa a csigasor keresett hatásfoka:

$$\frac{P_G}{P_F} = \frac{G \cdot v_G}{F \cdot v_F} = \eta$$

Az így kapott hatásfok egy csigasorral kiegészített csörlős szerkezet összhatásfokának csak egyik részhatásfoka. A példa óva int attól, hogy nem hatásfok értelmű mennyiséget hatásfokként kezeljünk. Gondoljunk a η jellemzőre, amit ha hatásfoknak neveztünk volna, akkor az összhatásfok a részhatásfokok szorzata lenne, ami itt teljesen hamis eredményt adott volna.

Kézi és gépi meghajtású csörlők

Kézi meghajtású csörlő jellegzetes példája az ún. építőipari csörlő, mely nevét onnan nyert, hogy az ilyen és ehhez hasonló kialakítású csörlőket építőipari szereléseknél alkalmazzák általában. A szokásos teherbírás 2–50 kN között változik, kötélcsigasorral kiegészítve, ennél nagyobb terhek emelésére is alkalmas.

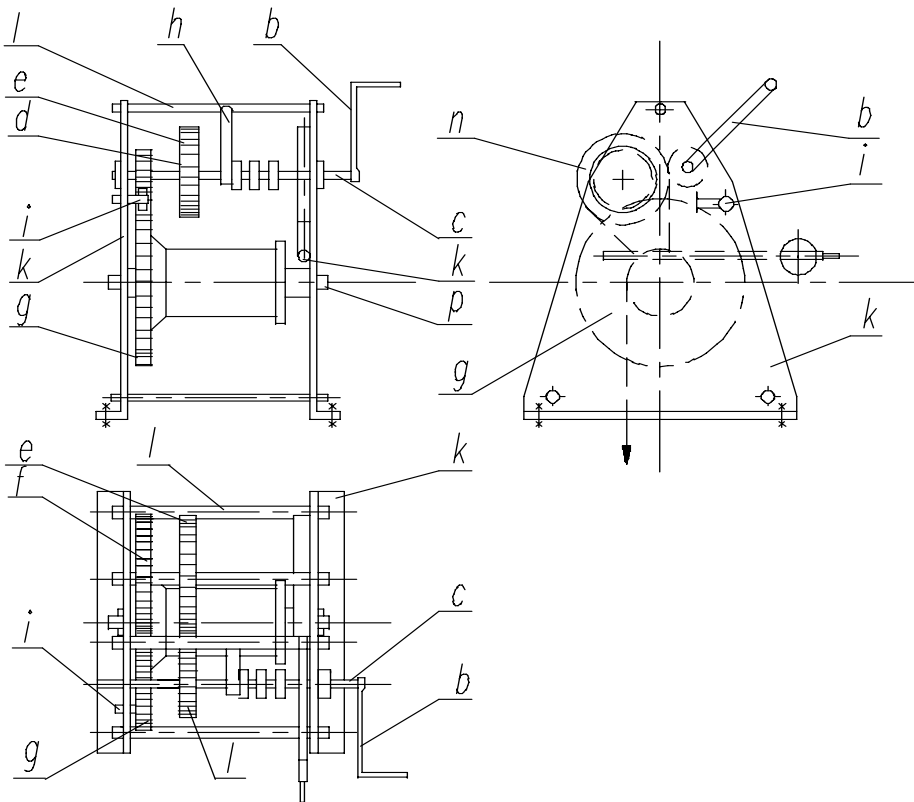


Kézi hajtású építőipari csörlőt látunk a 2.29. ábrán. A csörlő két fogaskerekből áll.

Főbb részei: a dob (p), a kézi forgattyúkar (c) és a kettő közé beépített változtatható fogaskerék áttétel, mely a (e), (f), (g), (l) fogaskerekekből áll. Az áttétel olyan módon változtatható, hogy a forgattyúkar tengelyén lévő

(l) fogaskerék elcsúsztatható a tengely mentén, így a hajtás a (e) fogaskerekre jut, majd a vele közös tengelyen lévő (f) fogaskeréken át a dobbal közös tengelyre ékelt (g) fogaskerekre és így a dob tengelyére; vagy pedig a (l) fogaskerékről közvetlenül a (g) fogaskerekre és így a dob tengelyére.

Az első eset súlyosabb terhek emelésekor használatos (nagy áttétel), a második esetben kisebb terhek emelhetők (kisebb áttétel, nagyobb emelési sebesség). A (l) és (f) fogaskerekek tengelyét előtétengelynek nevezzük. Az előtét tengellyel kapcsolatban meg kell jegyeznünk, hogy erre a tengelyre van ékelve a fékkorong, amelynek kerületére fekszik fel a fékszalag, melyet teherműködéskor a fékkar lenyomásával a fékkoronghoz szorítanak, így fékezve a teher süllyedését. (Ilyenkor a (l) fogaskerék a (e) és (f) fogaskerekek között áll, hogy a süllyedő teher ne forgassa a hajtókart!)



2.29. ábra



A csörlő fel van szerelve rögzítő-fékkal, aminek segítségével a teher függő helyzetben rögzíthető. A csörlőnek van olyan kialakítása is, amikor a hajtókar tengelyének másik végén is elhelyeznek egy hajtókart, miáltal két munkás hajthatja a csörlőt.

Röviden vizsgáljuk meg a csörlő működését. Ha az egyes fogaskerekek fogszáma z_3, z_4, z_5, z_6 , úgy az áttételek:

$$i_1 = \frac{z_4}{z_3} \text{ és } i_2 = \frac{z_6}{z_5}$$

Ha minden fogaskerék be van kapcsolva, akkor az összmódosítás:

$$i = i_1 \cdot i_2 = \frac{z_4 \cdot z_6}{z_3 \cdot z_5}$$

Kiseb terhek emelésekor az előtét tengely kiiktatása miatt a módosítás:

$$i = \frac{z_6}{z_3}$$

Ha a munkás a hajtókar végén F erőt fejt ki, és a hajtókar hossza k , úgy a nyomaték a hajtókar tengelyén:

$$M_k = F \cdot k \text{ (Nm)}.$$

Ha hajtókar fordulatszáma n_k , akkor a teljesítmény:

$$P_k = M_k \cdot \frac{n_k}{9,55} \text{ (W)},$$

A módosítás következtében a dobtengely fordulatszáma:

$$n_d = \frac{n_k}{i},$$

ahol i az összmódosítás, amely a fentiek szerint kétféle lehet. Ha becslés alapján a hatásfok η , ami összetevődik a csapágyazások és a kapcsolódások hatásfokaiból, akkor a teheremelésre fordított teljesítmény a dob tengelyén:

$$P_d = \eta \cdot P_k = M_d \cdot \frac{n_d}{9,55} \text{ (W)}.$$

Ezek után meghatározható a dobátmérő (d) ismeretében az emelt teher súlya és a teheremelés sebessége:

$$G = \frac{M_d}{d} \cdot 2 \text{ (N)}, \text{ illetve}$$

$$v = \frac{d}{2} \cdot \frac{2 \cdot \Pi \cdot n_d}{60} = \frac{d}{2} \cdot \frac{n_d}{9,55} \left(\frac{m}{s} \right)$$

A kézi hajtású csörlővel kapcsolatban néhány fontos dolgot figyelembe kell vennünk. Mivel a csörlő karját ember forgatja, annak kialakítása nem lehet akármilyen.

Különböző vizsgálatok alapján megállapították, hogy a forgattyúkar hossza akkor ideális, ha:

$$k = 30 \dots 40 \text{ (cm)}.$$

A forgattyúkar fordulatszámát sem vehetjük fel tetszés szerint. Ugyancsak megállapították, hogy tartós üzem esetén:

$$n_k \cong 30 \text{ (ford./min.)}$$

fordulatszám vehető számításba. A hajtókar végén kifejtett erőre vonatkozóan, ugyancsak tartós üzem esetére:

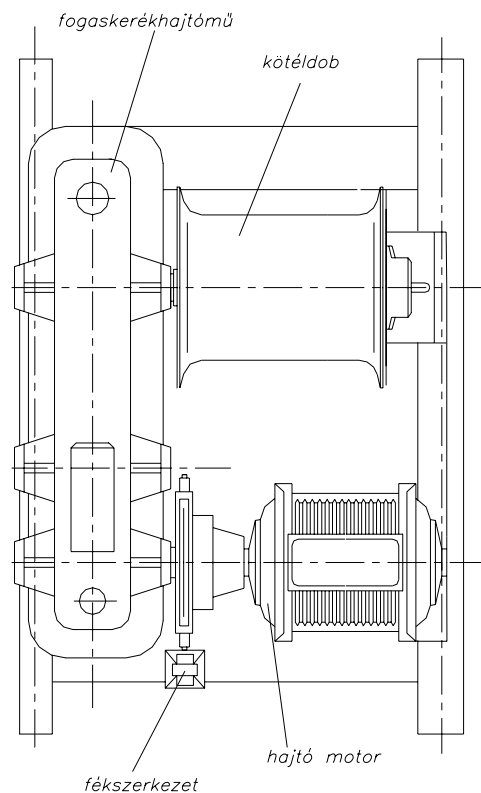
$$F_{\max} \cong 100 \text{ (N)}$$

számítható. Ezen értékkel a hajtóteljesítmény értéke durva közelítéssel:

$$P_k \cong 100 \text{ (W)}$$

nagyságúnak tekinthető.

A kézi hajtást nagyobb terhek emelésére csak szükségmegoldásnak lehet tekinteni, mint a fenti adatokból is kitűnik. Az erősen korlátozott teljesítmény és az igen alacsony emelési sebesség, továbbá az emberi munkaerő viszonylag magas költségei miatt.



2.30. ábra

Ezen hátrányok kiküszöbölésére alkalmazzák a villamos hajtású kötélcsör-lőket. A 2.30.ábra egy egyszerű felépítésű, könnyen áthelyezhető villamos kötélcsör-lőt mutat. A kötélcsör-lő ugyanazon szerkezeti elemekből, tehát hajtásból (villamos motor), áttételekből (fogaskerék-hajtómű) és kötél-dobból, valamint fékszerkezetből áll.

Villamos hajtású kötélcsör-lő tervezésekor adott a teherbírás (G) és az emelési sebesség (v), melyek segítségével az emelési teljesítmény meghatározható:

$$P_e = G \cdot v \text{ (W)}.$$

Ha meg tudjuk becsülni tapasztalati adatok alapján a gép hatásfokát (η), akkor meg tudjuk határozni a kötélcsör-lő hajtásához szükséges villamos-motor teljesítményét:

$$P_m = \frac{P_e}{\eta} = \frac{G \cdot v}{\eta} \text{ (W)}.$$

Mivel a villamosmotorok fordulatszáma meglehetősen kötött értékeket vehet csak fel, és egy adott teljesítményű motor megválasztásával adott a fordulatszám is (n_m), így meghatározhatjuk a fogaskerék-hajtómű összmódosítását a dobtengely és a motortengely fordulatszámának viszonyából:

$$i = \frac{n_m}{n_d}.$$

A dobtengely fordulatszáma az emelési sebesség és a dob átmérőjének ismeretében:

$$n_d = \frac{60 \cdot v}{2 \cdot \pi \cdot d} \cdot 2 = \frac{60 \cdot v}{d \cdot \pi} \text{ (ford./min.)}.$$

Meg kell jegyeznünk, hogy mind a kézi, mind a villamos meghajtású kötélcsör-lő esetén alkalmazható több kötélágas teherfelfüggesztés is (lásd korábban). Ilyenkor a dob kerületi sebessége nem egyezik meg az emelési sebességgel, hanem két kötélágas felfüggesztés esetén annak kétszerese négy kötélágas felfüggesztés esetén pedig négyszerese stb. Ez azonban mit sem változtat a teljesítmény kiszámítására adott összefüggésünkön.

Ha ismerjük a fogaskerék-hajtómű módosítását, az már felbontható a kapcsolódó fogaskerékpárok módosításaira, a fogaskerék-hajtóművekről

korábban mondottak szerint (2.2.6.1. fejezet), illetve választható a fogaskerék-hajtómű az összmódosítás és a teljesítmény ismeretében katalógusból is.

Villamos emelődob

Kézi hajtású és villamos hajtású kötélcsörlők helyett egyre növekvő mértékben alkalmaznak villamos emelődobot. A villamos emelődob olyan emelőszerkezet, amelynél az emelőmotor, a fogaskerék-módosítások, a kötél Dob és a fékszerkezet zárt egységet képez. A 2.31. ábra egy ilyen villamos emelődobot szemléltet. Az emelődob minden része lemezburkolattal van ellátva.

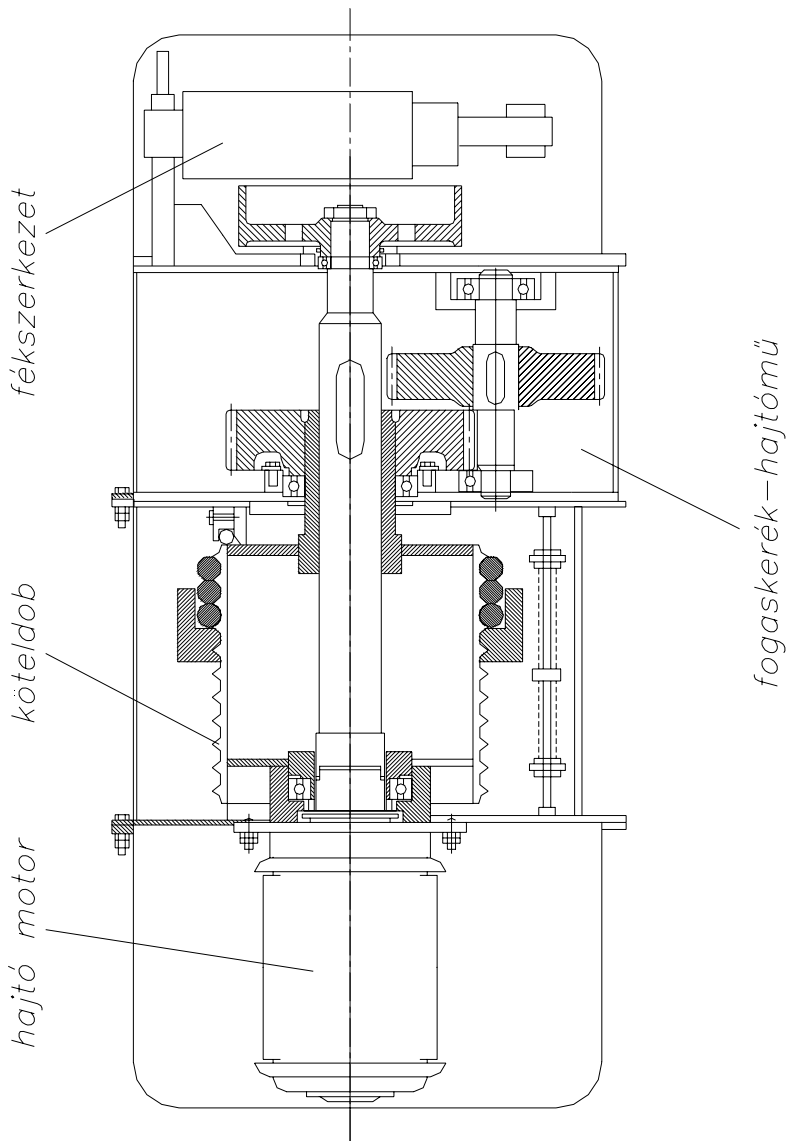
Mint látható, az emelődob szerkezeti egységei megegyeznek a villamos kötélcsörlő szerkezeti egységeivel, mindössze kivitelükben különböznek attól. Ennek következtében a szükséges számítások a villamos kötélcsörlőnél elmondottak szerint végezhetők el.

A villamos emelődob fő előnyei: kis helyszükséglet, védett, zárt kivitel, kis önsúly, egyszerű kezelés és karbantartás. Felhasználásuk igen széles körű, így sorozatban gyártják.

A leggyakoribb alkalmazását mutatja a 2.32. ábra, mely egy I tartón alulfutó villamos emelődobot mutat. Az emelődob irányítása a lelógó kábelek végén elhelyezett nyomógombokkal lehetséges. Az ábrázolt emelődob fel van szerelve villamos továbbítóművel, melynek működtetése az emelődobéhoz hasonlóan lehetséges. A villamos továbbítómű villamosmotorból és fogaskerék-hajtóműből áll, melyek a kis helyfoglalás érdekében szorosan össze vannak építve.

Meg kívánjuk itt jegyezni – bár részletesebben nem foglalkozunk velük –, hogy minden daru emelőműve alapvetően a már ismert szerkezeti egységekből épül fel, azaz hajtómotorból, fogaskerék-hajtóműből, kötél Dobból és fékszerkezetből. A fékszerkezetről csak annyit, hogy a kézi hajtású kötélcsörlő kivételével – ahol az is kézi működésű – minden esetben elektromágnes üzemelteti a következő módon. Az emelőmű bekapcsolásakor az elektromágnes meglazítja a fékező szerepet betöltő, tárcsán átvett szalagot, így lehetővé teszi a Dob megindulását.

Az áram megszakításakor vagy esetleges megszakadásakor az elektromágnes „elenged” és megfeszíti a szalagot, mely súrlódás révén megállítja a Dob forgását. A féktárcsát az esetek többségében a legnagyobb fordulatszámú tengelyen helyezik el, hiszen itt szükséges a legkisebb fékező nyomaték a szerkezet megállításához.

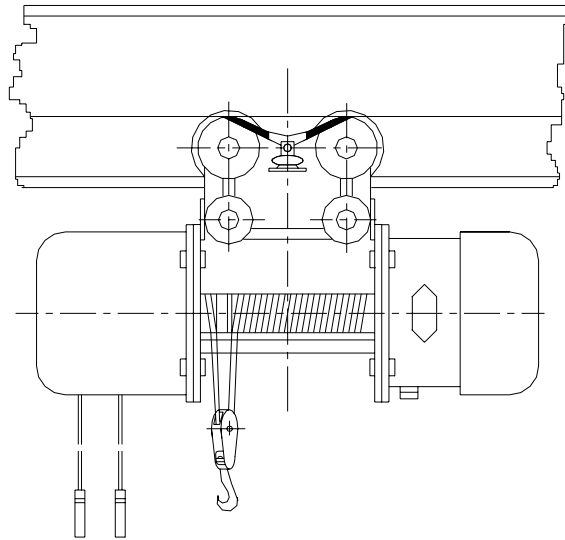


2.31. ábra

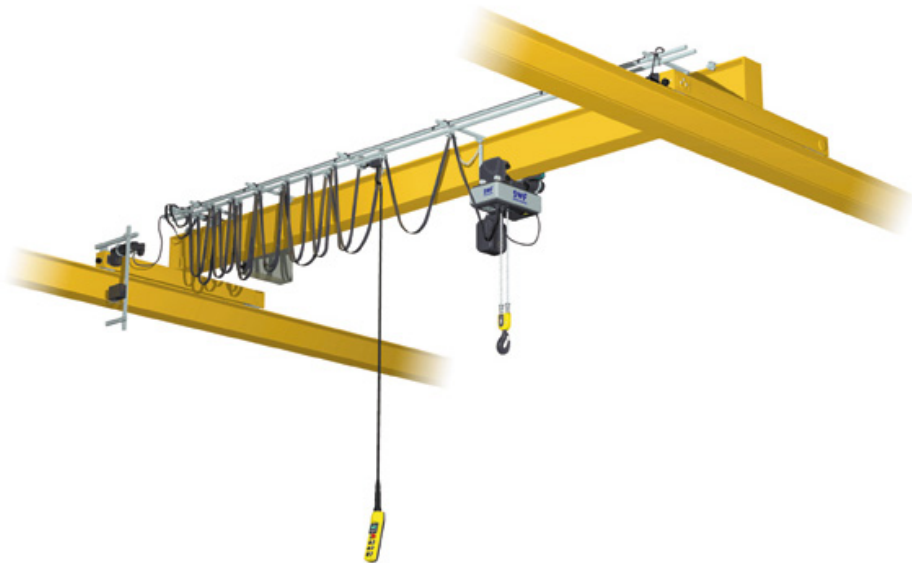
A felvonó

A felvonó olyan emelőgép, mely függőleges pályán két vagy több állomás között időszakosan vagy folyamatosan fel-le közlekedve rögzített vezetősíneken mozgatott járószékben szállít személyeket vagy terhet. A hajtógép terhelésének csökkentése céljából a járószék és a hasznos teher súlyának

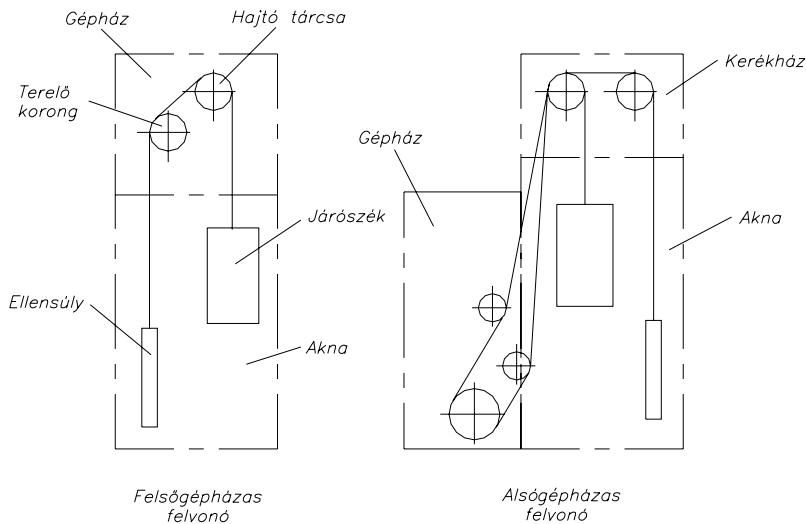
egy részét ellensúly egyenlíti ki. Az ellensúly a felvonó-berendezés egyik jellegzetes eleme. Attól függően, hogy a hajtó gép alul vagy felül helyezkedik el, alsó-, ill. felsőgépházas felvonóról beszélünk (2.33. ábra).



2.32. ábra



Futómacska



2.33. ábra

Vizsgáljuk meg az ellensúly szerepét a 2.34. ábrán vázolt elvi elrendezés esetén. G -vel jelöltük a járószék és a hasznos teher összes súlyát, G_e -vel az ellensúlyt. A dobtengelyre kifejtett két nyomaték ellentétes irányú, azaz az ellensúly – nagyságától függően – bizonyos mértékig kiegyensúlyozza a járószéket és a hasznos terhet. Amennyiben

$$G = G_e$$

úgy teljes kiegyensúlyozásról beszélünk, ilyenkor tehát a hajtómotornak pusztán a súrlódási veszteségek által felemésztett munkát kell befektetnie. Általában az ellensúly a járószék súlyán felül a hasznos teher felét egyensúlyozza ki, mert a hasznos teher változó nagyságú. A felvonógépnek tehát két – kötélhúzással átvitt – kerületi erő különbségével arányos munkát kell végeznie, ez az erő pedig lényegesen kisebb kötélterők bármelyikénél. Ezzel szemben viszont a kötelek igénybevétele és a kötélevetetés ellenállása mindkét oldalon a teljes kötélhúzással arányos.

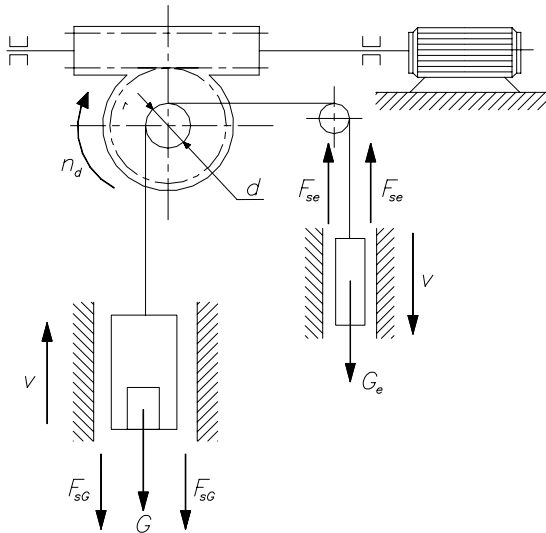
Elvileg tehát

$$(G - G_e) \cdot \frac{d}{2} = M \quad (\text{Nm})$$

nyomaték szükséges a dob tengelyén. A dob fordulatszámának ismeretében, ami az emelési sebességből (v) kiszámítható

$$P = M \cdot \frac{n_d}{9,55} = (G - G_e) \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{n_d}{9,55} \text{ (W)}$$

a terhemelésre fordított teljesítmény.



2.34. ábra

Ha a gép hatásfokát (η) ismerjük, úgy a motor teljesítménye

$$P_m = \frac{P}{\eta} \text{ (W)}.$$

Ezzel a hatásfokkal azonban csak magának a gépnek a veszteségeit vettük figyelembe. Nézzük meg, hogyan változnak a viszonyok, ha számításba vesszük a járószék és az ellensúly vezetőkeiben ébredő súrlódások hatását is. Mint említettük, ezek a veszteségek a teljes kötélfűzással arányosak, ami azt jelenti, hogy felfelé haladó járószék esetén a járószék oldalán a kötélfűzés nem G , hanem annál nagyobb, éppen a súrlódási erő (F_{sG}) értékével, azaz

$$G + F_{sG}.$$

Tapasztalat alapján a kötélfeszesség kb. $\mu_a = 5\text{--}10\%$ -a eredményezi az F_{sG} értékét, amelynél a μ_a tényező az akna veszteségi tényezője, amivel

$$F_{sG} = \mu_a \cdot G \text{ (N)},$$

tehát a kötél erő

$$K_G = (1 + \mu_a) \cdot G \text{ (N)}$$

a járószerk oldalán.

Az ellensúly oldalán a súrlódási erő (F_{se}) lazítja a kötelet, tehát a kötél erő az akna veszteségi tényezőit felhasználva

$$K_e = (1 - \mu_a) \cdot G_e \text{ (N)}.$$

Meg kell jegyeznünk, hogy az ellensúly oldalán, az ellensúly vezetékében a veszteségi tényező nagyobb, mint a járószerk aknájában, mivel itt a kenés mindig tökéletlenebb.

A két kötélfűzés különbsége

$$K_G - K_e = (1 + \mu_a) \cdot G - (1 - \mu_a) \cdot G_e \text{ (N)}$$

a nyomaték pedig

$$M = \left((1 + \mu_a) \cdot G - (1 - \mu_a) \cdot G_e \right) \cdot \frac{d}{2} \text{ (Nm)}$$

másként írva

$$M = \left(G - G_e + (G + G_e) \cdot \mu_a \right) \cdot \frac{d}{2} \text{ (Nm)},$$

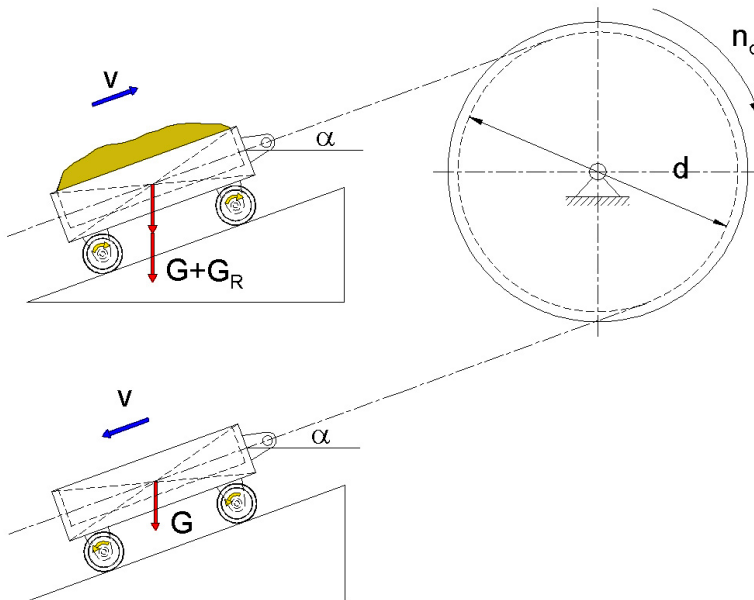
amiből világosan kitűnik, hogy lényegesen nagyobb nyomaték terheli a dob tengelyét, mint ezen veszteségek figyelembevételével, hiszen

$$G + G_e$$

tetemes nagyságú erő, és ennek 5–10%-a elegendő ahhoz, hogy a kerületi erő 2-3-szorosára, és ezzel a nyomaték is 2-3-szorosára növekedjék. A teljesítmény arányos növekedése következtében, összevetve az elméleti

értékkel (P) magyarázatot ad a felvonó-berendezések igen alacsony 25–30%-os hatásfokára. Ha figyelembe vesszük a felvonógép összhatásfokát is, a gazdasági hatásfok

$$\eta_g = \frac{(G - G_e) \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{n_d}{9,55}}{(G - G_e + (G + G_e) \cdot \mu_a) \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{n_d}{9,55}} \cdot \eta$$



2.35. ábra

Az ellensúly alkalmazásának más területe például a kétvágányú siklópálya (2.35. ábra), amit a bányászatban alkalmaznak. Itt az ellensúly szerepét az üresen lefelé haladó kocsi tölti be. Hasonlóan a felvonóhoz, itt is két kötélfűzés különbségének megfelelő kerületi erőből származó nyomaték terheli a dob tengelyét. A számítások a lejtős pályán történő vontatásról elmondottaknak megfelelően végezhetők el (lásd 2.3. fejezet). Természetesen nemcsak felfelé, hanem lefelé történő anyagszállításra is berendezhető a siklópálya.

2.2.9. A gép veszteségei és hatásfoka változó terhelésnél

A gép veszteségeit és hatásfokát rendszerint a teljes terhelésre, vagyis arra teljesítményre szokás vonatkoztatni, amelyet a méretezés alapjául kijelölünk. Ennek a hatásfoknak – mint üzemi jellemzőnek – a jelentősége csak akkor domborodik ki, ha a gép valóban teljes terheléssel üzemel. A gépek azonban nemcsak teljes terheléssel, hanem bizonyos ideig annál kisebb terheléssel vagy éppen terheletlenül járnak. Ez utóbbi esetet nevezzük üresjárásnak. Ilyenkor hasznos munkavégzés nincs, a gép csak annyi munkát végez, amennyi a terheletlen gép saját veszteségeinek pótlására elegendő. Nyilvánvaló, hogy üresjárásnál a gép hatásfoka zérus, mivel hasznos munkavégzés nincs, de a gép energiát fogyaszt. Nyilvánvaló ezek után az is, hogy az üresjárat és a teljes terhelés között a hatásfok nem maradhat állandó, hiszen

$$\eta = \frac{P_h}{P_{\dot{s}}} = \frac{P_h}{P_h + P_V} = \frac{1}{1 + \frac{P_V}{P_h}}$$

ahol a

$$\frac{P_V}{P_h}$$

tört értéke minden terhelési pontban más értéket ad.

A hatásfok mellett a gép üzemének jellemzésére szolgál még a veszteség tényező (jele: γ) is, ami a pillanatnyi veszteségek és az összes bevezetett teljesítmény viszonyát adja. Azaz

$$\gamma = \frac{P_V}{P_{\dots}}$$

Természetesen értéke mindig kisebb mint egy, és a hatásfokkal a következő módon áll kapcsolatban:

$$\gamma = \frac{P_{\dots} - P_h}{P_{\dots}}$$

ahonnan

$$\gamma = 1 - \eta$$

Az egyenletből következik az is, hogy a hatásfokhoz hasonlóan a veszteségi tényező sem lehet állandó a terhelés változása közben. Üresjárásnál értéke éppen egy, hiszen ekkor a hatásfok zérus.

A viszonyok szabatosabb megítéléséhez a veszteségek jellegét kell tüzetesebben megvizsgáljunk.

A gépek veszteségei két nagy csoportba sorolhatók: állandó és változó veszteségek (a terhelés függvényében). Állandó veszteség egy közlőmű csapsúrlódása, ha a terheléstől független erők ébresztik. Ilyenek például a súlyerők, de ilyen két szíjhúzás összege a szíjhajtásnál. A feszes és a laza ágban levő erők ugyan változnak, de összegük – ami a csapágyazást terheli – gyakorlatilag állandó, egyenlő az előfeszítő erővel.

A változó veszteségek három csoportba sorolhatók, attól függően, hogy a változás jellege a terhelés függvényében milyen:

- a változás lineáris, pl. a mechanikai elven működő gépeknél és hőerőgépeknél;
- a változás másodfokú parabola szerint történik, pl. a villamos gépeknél
- a változás harmadfokú függvénnyel írható le, pl. léggépek, vízgépek.

Mindezek számítások és mérések útján is megállapíthatók, igazolásukra nem térünk ki.

Miután a veszteségek fajtáit tisztáztuk, próbáljuk megállapítani, hogyan változik a hatásfok értéke adott esetekben.

Legelőször vizsgáljunk meg egy olyan gépet, melynek csak állandó veszteségei vannak, pl. mechanikus közlőmű. A 2.36. ábrán egy olyan koordinátarendszert vettünk fel, melynek vízszintes tengelyére a hasznos teljesítményt, függőleges tengelyére pedig az összes teljesítményt vittük fel. A hasznos teljesítmény zérustól P_1 maximális teljesítményig változik. A hasznos teljesítmény változását egy 45° -os egyenes jellemzi, mely az origóból indul ki. A hasznos teljesítmény zérus értékénél (üresjárás) az összes teljesítmény éppen P_{vo} üresjárási teljesítmény. Mivel kikötöttük, hogy a gépnek csak állandó veszteségei vannak, ezért minden hasznos teljesítményértékhez ugyanakkora P_{vo} metszékét kell hozzáadnunk. Tehát a $P_o = f(P_h)$ függvény képe szintén egyenes lesz, mégpedig 45° -os egyenes, mely a P_{vo} értékről indul.

Hogyan változik a hatásfok?

Az ábrán bejelölt α szög tangense:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{P_h}{P_V + P_h}$$

a görbe bármely pontjánál, azaz éppen a hatásfokkal egyezik meg:

$$\operatorname{tg}\alpha = \eta = \frac{P_h}{P}$$

A hatásfok tehát az α szög tangensével változik, azaz P_1 teljesítményhez közeledve a hatásfok egyre növekszik α növekedése miatt. Előbb meredekebben nő a hatásfok, később egyre csökkenő mértékben. Az ilyen gép tehát annál jobb hatásfokkal működik, minél nagyobb a terhelés, minél jobban megközelítjük a P_1 maximális terhelés értékét. Esetleges túlterhelés (a megengedett mértékig) további hatásfok javulást eredményez.

Hasonló megállapítást tehetünk, ha csak a veszteségek változását szemléljük, mégpedig a terhelés függvényében, melyet egy x változóval jelöltünk

$$x = \frac{P_h}{P_1}$$

ahol P_1 a maximális hasznos teljesítmény, P_h pedig az aktuális hasznos teljesítmény. Így az x változik zérustól 1-ig. Ez a diagram is a 2.36. ábrán található.

A bejelölt β szög tangense

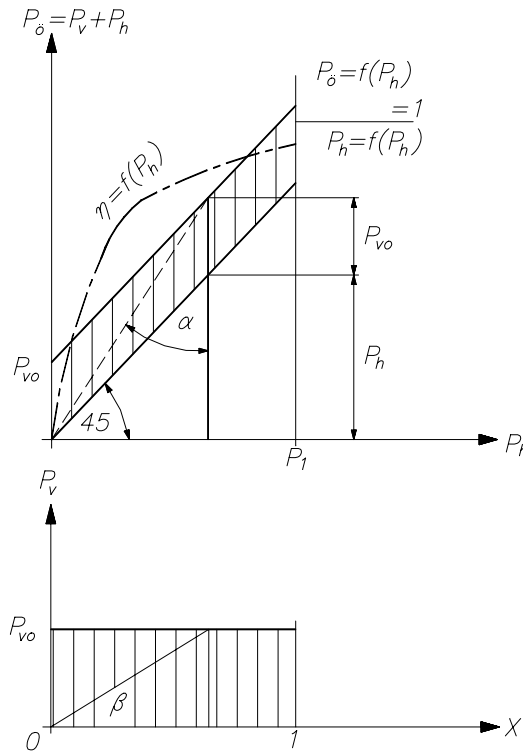
$$\operatorname{tg}\beta = \frac{P_{V0}}{P_h}$$

Ha ezt összevetjük a hatásfokra felírt összefüggésünkkel

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{P_V}{P_h}}$$

akkor:

$$\eta = \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \beta}$$

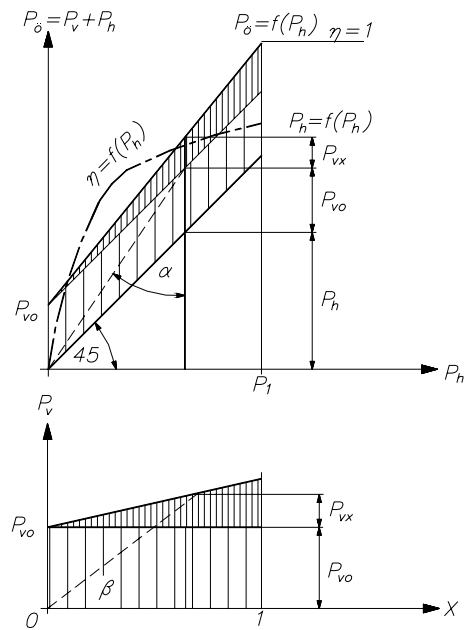


2.36. ábra

A tört értéke és ezzel a hatásfok növekszik, ha a nevező azaz $\operatorname{tg} \beta$ csökken, ami β csökkenésével bekövetkezik. Ha a különböző terhelési pontokhoz tartozó veszteségeket ábrázoló pontokat összekötjük az origóval, eredményül azt kapjuk, hogy $\operatorname{tg} \beta$ egyre csökken, tehát a hatásfok javul, ahogy közeledünk az $x = 1$ pont által reprezentált teljes terheléshez. Ez a megállapítás teljes összhangban van korábbi eredményünkkel.

Ha az itt elmondottak alapján mechanikus elven működő gépekre is felrajzoljuk a két diagramot, a 2.37. ábrán látható képet nyerjük.

Mint korábban mondtuk, az ilyen gépek üzemét állandó és lineárisan változó veszteségek is terhelik. Az ábrán sűrűn vonalkázott rész a változó veszteségek alakulását szemlélteti.



2.37. ábra

Figyelemmel arra, hogy

$$\eta = \operatorname{tg} \alpha,$$

valamint, hogy

$$\eta = \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \beta}$$

mindkét ábra alapján megállapíthatjuk, hogy a terhelés növekedésével α , ill. β értéke növekszik, ill. csökken, azaz a hatásfok a terhelés függvényében egyre javul, bár kisebb mértékben, mint a csak állandó veszteséggel üzemelő gépek esetén.

Villamos gépek esetén a változó veszteségek a terhelés függvényében négyzetesen változnak. Megrajzolva a diagramokat, a 2.38. ábrát nyerjük. Figyelemmel kísérve α , ill. β változását, szemléletesen beláthatjuk, hogy α előbb növekszik, majd egy bizonyos érték elérése után csökken. Tehát a hatásfok is csak egy bizonyos értékig javul (maximuma van), majd csökkenni kezd. Ez a maximum geometriailag ott helyezkedik el, ahová az origóból érintőt húzhatunk a $P_o = f(P_n)$ görbéhez.

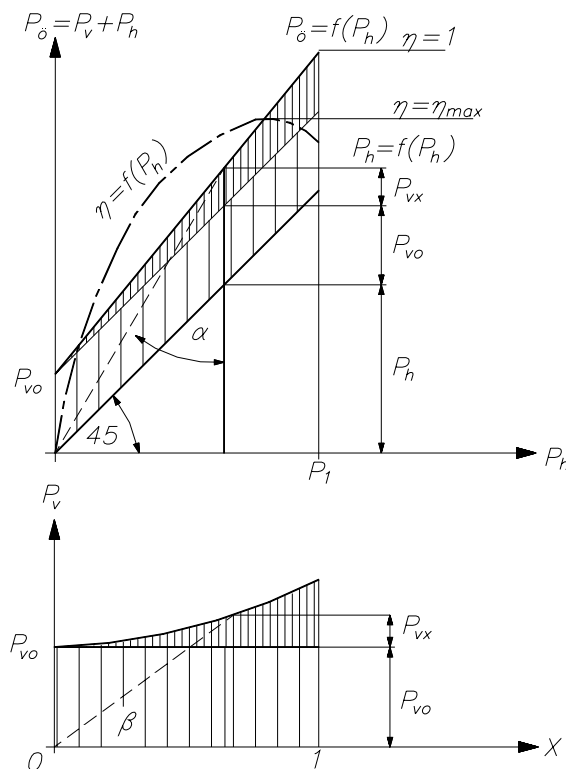
Hasonló következtetésre juthatunk a veszteségteljesítmény változását szemléltető diagram vizsgálata alapján is. Itt azonban β előbb csökken,

majd növekedni kezd. β értékének minimuma, ahol a hatásfok maximális, a fent leírtak szerint könnyen kijelölhető.

A hatásfokgörbe alakja rendkívül kedvező. „Lapos háta” miatt viszonylag széles tartományban (nagy terhelésingadozás) nagyjából azonos hatásfokkal működik a villamos gép.

A víz- és léggépekre vonatkozóan nem rajzoltuk meg a diagramokat, ugyanis alig térnek el a villamos gépekre megrajzoltaktól. A változó veszteségek harmadik hatvány szerinti növekedése miatt itt is lesz hatásfok maximum, de utána a hatásfok-görbe meredekebben esik, mint a villamos gépeké.

Meg kívánjuk itt jegyezni, hogy villamos gépek esetén a hatásfok maximuma ott van, ahol a villamos gép állandó és változó veszteségei éppen egyenlők. Ez a hatásfok-maximum víz- és léggépek esetében ott helyezkedik el, ahol a változó veszteségek éppen az állandó veszteségek felét teszik ki.



2.38. ábra

Ennek bizonyítására: a veszteségteljesítmény görbéje általánosságban

$$P_V = P_{V0} + P_{V1} \cdot x^n$$

ahol P_{v0} az üresjáratú veszteség, P_{v1} pedig a teljes terhelésnél érvényes veszteség. Az

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{P_V}{P_h}}$$

összefüggésbe behelyettesítve és P_h helyébe

$$P_h = x \cdot P_1$$

összefüggést írva, hiszen bármely terhelési pontban így kaphatjuk meg a hasznos teljesítményt a maximális hasznos teljesítményből.

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{P_{V0} + P_{V1} \cdot x^n}{x \cdot P_1}}$$

ahol mi a

$$tg\beta = \frac{P_{V0} + P_{V1} \cdot x^n}{x \cdot P_1}$$

minimumát keressük.

Deriválva a fenti kifejezést:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{P_{V0} + P_{V1} \cdot x^n}{x \cdot P_1} \right) = \frac{n \cdot P_{V1} \cdot x^{n-1} \cdot x \cdot P_1 - P_1 \cdot (P_{V0} + P_{V1} \cdot x^n)}{x^2 \cdot P_1^2}$$

ami akkor zérus, ha a számláló zérus, tehát

$$n \cdot P_{v1} \cdot x^{n-1} \cdot x \cdot P_1 - P_1 \cdot (P_{v0} + P_{v1} \cdot x^n) = 0$$

Egyszerűsítések és összevonások után

$$P_{v1} \cdot x^n \cdot (n-1) = P_{v0}$$

ahol $P_{v1} \cdot x^n$ éppen a változó veszteség nagysága a keresett terhelési pontban, azaz

$$\frac{P_{V0}}{P_{Vx}} = n - 1$$

Az eredményül kapott összefüggésben n értéke vagy 2 vagy 3, attól függően, hogy az adott gépnél a veszteségek hogyan változnak, négyzetesen, vagy köbösen. Ha $n = 2$, úgy villamos gépről van szó, és valóban igaz, amit korábban állítottunk, azaz hogy a hatásfok maximuma ilyenkor ott van, ahol a változó és az állandó veszteségek egymással egyenlők.

A víz- és léggépek maximális hatásfokának helyéről mondottak az összefüggés segítségével könnyen ellenőrizhetők.

Az erőgép fajlagos fogyasztása

Az erőgép fajlagos fogyasztása alatt értjük azt a mutatót, mely megadja, hogy az erőgép időegység alatt elfogyasztott üzemanyag-mennyisége és a gép hasznos teljesítménye hogyan viszonylik egymáshoz, azaz

$$b_t = \frac{B_t}{P_h} \left(\frac{\text{kg}}{\text{kWh}} \right)$$

Ahol tehát B_t (kg/h) az időegység alatt elfogyasztott üzemanyag és P_h (kW) a hasznos teljesítmény. Természetesen számos más mértékegységben is megadhatjuk a fajlagos fogyasztás értékét. Szokásos megadási mód pl. légnemű közegek esetén a (m^3/kWh) megadás is.

Ebből a fajlagos fogyasztásból természetesen a gép hatásfoka is könnyen kiszámolható. Az erőgép esetén ugyanis a bevezetett összes teljesítményt az üzemanyagból felszabadítható összes hőmennyiség jelenti. Ez pedig – ha tudjuk, hogy 1 kg üzemanyagból hány joule hő keletkezik (ismerjük az üzemanyag fűtőértékét) – a következőképpen írható fel:

$$P_{bc} = F \cdot B_t \text{ (J/h)}$$

Itt tehát F (J/kg) a fűtőérték.

A hatásfok definíciószerűen

$$\eta = \frac{P_h}{P_{be}}$$

ahová most már behelyettesíthetünk, persze gondosan ügyelve arra, hogy a hasznos teljesítményt

$$P_h = \frac{B_t}{b_t} \text{ (kW)}.$$

mértékegységben; a befektetett teljesítményt pedig meglehetősen furcsán (J/H) mértékegységben kaptuk, azaz szükséges a két mértékegység közül valamelyiknek az átalakítása.

$$\eta = \frac{P_h}{P_{be}} = \frac{1}{F \cdot B_t} \cdot C = \frac{1}{F \cdot b_t} \cdot C$$

Itt a $C = 3,6 \cdot 10^6$ J/kWh, ha F (J/kg) és b_t (kg/h) mértékegységben adott. Természetesen C értéke attól függően, hogy F , ill. b_t milyen mértékegységben adott, más és más lehet.

Vizsgáljuk meg röviden az $F \cdot b_t$ szorzatot. Ez a szorzat mértékegységére nézve (J/kWh); szavakban kifejezve: 1 kWh munka szolgáltatásához elfogyasztott hőmennyiség. Ez tehát egy újabb jellemzője lehet az erőgép üzemének, melyet a fajlagos fogyasztás mintájára fajlagos hőfogyasztásnak nevezhetünk.

$$w = F \cdot b_t \text{ (J/kWh)}$$

Ezzel a jelöléssel tehát az erőgép hatásfoka a következő módon fejezhető ki

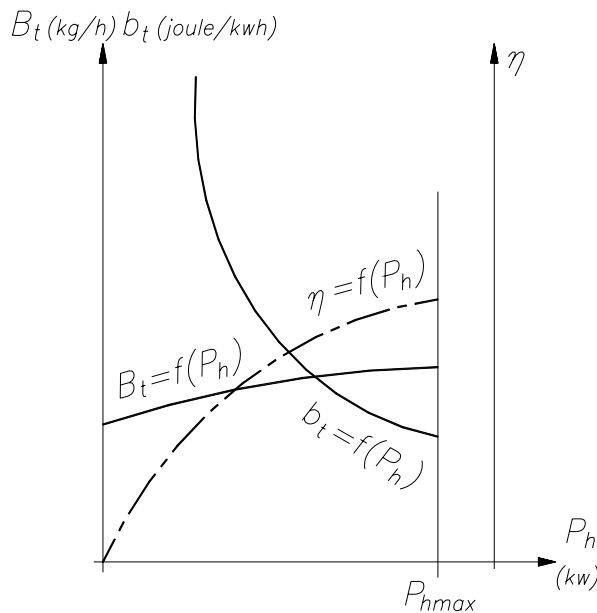
$$\eta = \frac{1}{w} \cdot C$$

Amennyiben egy erőgép esetén néhány terhelési pontban (teljes-, háromnegyed- és fél-terhelés) ismert a gép üzemanyag-fogyasztása, úgy a $B_t = f(P_h)$ görbe egyszerűen megszerkeszthető, ez ugyanis legalábbis jó közelítéssel lineáris (2.39 ábra). Ebből a görbéből a fentebb elmondottak szerint minden nehézség nélkül meghatározható a fajlagos üzemanyag-fogyasztás (b_t) és a fajlagos hőfogyasztás (w) változása a hasznos teljesít-

mény függvényében. Ezen utóbbi görbe reciprokának konstans-szorosa a hatásfok változását mutató görbét eredményezi.

Ha az elmondottakat összevetjük az előző fejezetben a mechanikai elven működő gépekről és hőerőgépekről mondottakkal, megállapíthatjuk, hogy a 2.39. ábrán felrajzolt – hasznos teljesítmény függvényében a fogyasztás mutató – görbe (B) csak léptékben tér el a 2.37. ábrán felrajzolt $P_o = f(P_h)$ görbétől (hiszen az elfogyasztott üzemanyag képviseli az összes teljesítményt!)

Megfigyelhetjük, hogy a 2.39. ábrán a fajlagos hőfogyasztás görbéjének segítségével meghatározott hatásfokgörbe jellegre azonosan fut a 2.37. ábra $\eta = f(P_h)$ görbéjével. Megállapíthatjuk ezek után, hogy jelen vizsgálatunk eredménye a 2.2.10. fejezetben a mechanikai elven működő gépekről és a hőerőgépekről általánosságban mondottakkal megegyezik.



2.39. ábra

A gép üzemének gazdaságossága

Eddigi vizsgálataink során a gép minőségének egyetlen fokmérője a hatásfok volt. Minél jobb a gép, ill. üzem hatásfoka, annál kisebb üzemanyagfogyasztás árán tudja munkáját elvégezni. Ez egyúttal azt is jelenti, hogy ugyanolyan feladat elvégzéséhez kevesebb élő, ill. holt munka felhasználá-

sa szükséges. Így a gép (üzem) hatásfoka – ha eltekintenénk az előállítására fordított munkától – megegyezne gazdaságosságával. Természetes, hogy a gép előállítására fordított munkától eltekinteni nem lehet, ezért a gazdaságosság a hatásfoknál összetettebb közgazdasági fogalom. Gazdaságosságon a közgazdasági irodalomban az eredményeknek és a ráfordításoknak a viszonyát értik.

A gazdaságosság számszerű értékelésénél tehát a ráfordítás különböző elemeit kell összehasonlítani és megállapítani, hogy a tervezett gép (üzem) ugyanazt a feladatot mekkora élő-, ill. holtmunka-ráfordítással valósítja meg.

A gazdaságosság problémája egy új gép (üzem) beállításánál a következőképpen merül fel.

Minél jobb a gép (üzem) hatásfoka – ún. műszaki gazdasági paraméterei –, feladatát annál kisebb üzemanyag-fogyasztással végzi el. A jó hatásfokú gép tehát üzemanyagot, ezáltal az üzemanyag-kitermelés munkáját takarítja meg. Ugyanakkor a korszerűbb gép konstrukciója általában bonyolultabb, előállítása több munkába kerül.

A gazdaságosság vizsgálatánál tehát a gyakorlatban a következő kérdésre kell választ kapnunk: a korszerű, és ezért jó hatásfokú gép alkalmazásából fakadó megtakarítások nagyobbak-e, mint azok a többletráfordítások, melyeket a korszerűbb gép előállítása igényel. Ha ez az egyenlőtlenség fennáll, akkor az új, korszerűbb gép beállítása gazdaságos, mert az összegezett társadalmi munkaráfordítások csökkentek.

A gazdaságosság értékelése céljából szükség van a ráfordítások különböző elemeinek számbavételére. A ráfordítások két fő típusát különböztetjük meg:

- a) egyszeri ráfordítások: ilyenek a gép (üzem) létesítésének vagy beszerzésének költségei, amit beruházási költségeknek nevezünk. A beruházási költségek még az üzem megindulása előtt jelentkeznek. Nagyságukat forintban mérjük.
- b) folyamatos ráfordításoknak nevezzük mindazokat, amelyek a gép üzemeltetéséhez szükségesek. Ezek évről-évre ismétlődnek és ezért nagyságukat Ft/év-ben mérhetjük

A folyamatos költségek elemei a következők:

Az anyagköltségek, melyeken az egy évi üzemhez szükséges összes anyag (nyersanyag, félkész áru, segédanyag stb.) és energia (villamos energia, tüzelőanyagok stb.) költségeket értjük. Ezek beszerzési forrásaikat

tekintve belföldi vagy import anyagköltségként jelentkeznek. A munkabérköltségen a gép üzemeltetéséhez szükséges összes dolgozók (munkások, műszakiak, adminisztratívok) munkabérét értjük. Az értékcsökkenési leírás azt fejezi ki, hogy a gép munka közben elhasználódik.

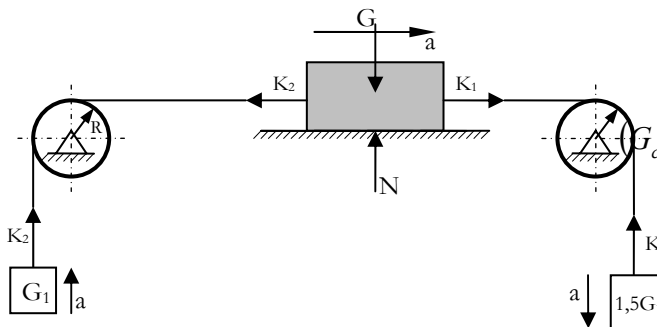
Mint látjuk, műszaki jóság mellett számos immár gazdasági tényező is befolyással bír a gép megítélésére. Az itt felsoroltakon kívül még további tényezők figyelembevétele is szükséges lehet, ami mindenesetre arra figyelmeztet minden mérnököt, hogy a gép tervezése, beszerzése esetén igen körültekintően kell eljárni. A gazdaságosság kérdésének részletes tárgyalása a makró-, ill. a mikroökonómia témakörébe tartozik. Ez a hely sem nem alkalmas, sem nem elégséges többre, mint a probléma összetettségének megvilágítására.

2.2.10. Típusfeladatok

4. feladat

Teljesen sima vízszintes síkra helyezett G súlyú test két végéhez nyújthatatlan kötelet erősítünk, amit 30cm sugarú, elhanyagolható tömegű, ellenállás nélkül forgó korongokon vetünk át, s végükre 200N illetve 300N súlyú testet akasztunk (ábra).

Mekkora a G súly, ha a korongok nyugalmi helyzetből indulva 5 másodperc alatt körülfordulást végeznek?



Megoldás:

A „ G ” súlyt gyorsító erő nagysága:

$$F = 1,5 G_1 - G_1 = 0,5 G_1 = 100\text{N}$$

A gyorsított teljes rendszer tömege:

$$m = \frac{1,5G_1 + G_1 + G}{g} = \frac{500 + G}{g} \text{ kg}$$

Az 5 körfordulás alatt a G súlyú test által megtett út:

$$s = 2R\pi n = 3\pi \text{ (m)}$$

A rendszer gyorsulása:

$$s = \frac{a}{t} t^2, \text{ így } a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 3}{5^2} = 0,754 \text{ m/s}^2$$

A gyorsító erő:

$$F = ma = \frac{500 + G}{g} a \text{ egyenlet megoldva, a „G” súly értéke: } G=640\text{N}$$

5. feladat

Egy felsőgépházás felvonó járószékének tömege 550 kg, a szállítható hasznos teher 320 kg, az ellensúly a szokásos méretű. Az akna súrlódási tényező a járószék, ill. az ellensúly vezető sínjénél 0,1-szeresül.

- Mekkora erő ébred a két kötélágban teljes terhelés esetén teheremeléskor és teheresüllyesztéskor?
- Mekkora a 0,52 m átmérőjű kötél dob tengelyét terhelő nyomaték teheremeléskor?
- Mekkora a teheremelés a teljesítményszükséglete, ha a kötél dob fordulatszáma 26/min, és a hajtómű hatásfoka 89%?

Megoldás:

a) Teljes terhelésnél ébredő kötél erő teher emelésekor:

$$S_1 = (G + Q)g \cdot \mu = (580 + 320)g \cdot 0,1 = 863\text{N}$$

$$S_2 = (G + \frac{Q}{2})g \cdot \mu = 706\text{N}$$

$$F_{k1} = (G + Q)\mu + S_1 = 9,49\text{kN}$$

$$F_{k2} = (G + \frac{Q}{2})g - S_2 = 6,35\text{kN}$$

Teher süllyesztésekor:

$$F_{k1} = (G + Q)g - S_1 = 7,77kN$$

$$F_{k2} = \left(G + \frac{Q}{2}\right)g + S_2 = 7,77kN$$

b) Terhelő nyomaték nagysága teheremeléskor:

$$F_R = F_{k1} - F_{k2} = 9,49 - 6,35 = 3,14kN$$

$$M = F_R \cdot \frac{D}{2} = 816Nm$$

c) Teheremelés teljesítményszükséglete:

$$w = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi 26}{60} = 2,72 \text{ l/s}$$

$$P = \frac{M \cdot w}{\mu_\delta} = \frac{2,72 \cdot 816}{0,89} = 2,49kW$$

6. feladat

$\alpha = 14^\circ$ -os lejtésű kétvágányú siklópályán két kocsi közlekedik, amelyeket súrlódásmentesen csapágyazott, 0,8m sugarú korongon átvezetett nyújthatatlan kötél kapcsol össze.

Az egyik kocsi terheletlen, önsúlya 50kN, a másik kocsi önsúlya ugyanekkora és 20kN terhet szállít. Az ellenállások mindkét kocsinál 600N erővel vehetőek számításba.

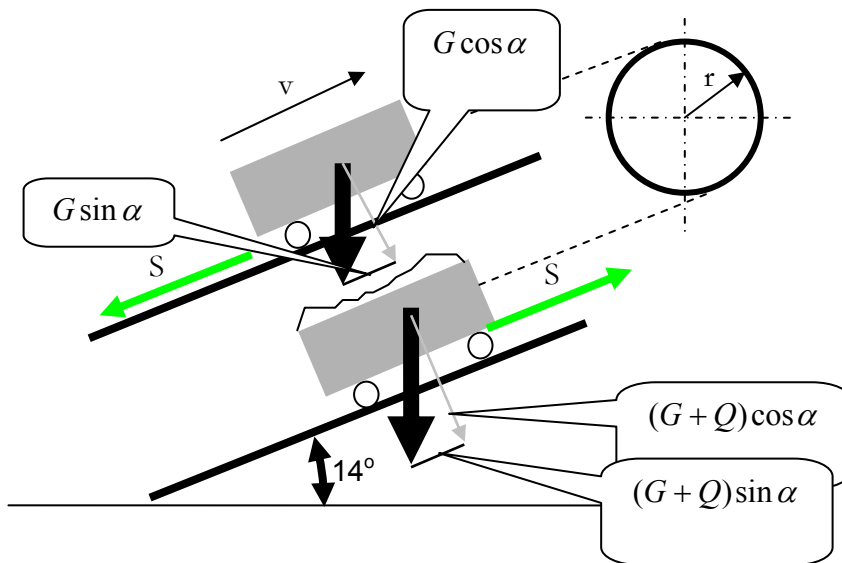
- Mekkora gyorsulással mozognak a kocsik?
- Indulástól számítva mennyi idő alatt gyorsulnak fel 12 m/s sebességre?
- Üzem menetben mekkora fékezőnyomatékot kell a kötélhorony tengelyére kifejteni, hogy a kocsik egyenletes sebességgel mozogjanak?

Megoldás:

- Szabad gyorsulás esetén a két kötélágban ébredő erő megegyezik, vagyis:

$$K_1 = K_2$$

Erőábrák alapján a kocsikra ható erők (ábra)



Terheletlen, lefelé haladó kocsinál:

$$K_1 = \frac{G}{g} a + S + G \cdot \sin \alpha$$

Terhelt, lefelé haladó kocsinál:

$$K_1 = (G + Q) \sin \alpha - \frac{Q + G}{g} a - S$$

A két egyenlet összetevéséből és rendezéséből számítható a gyorsulás nagysága:

$$a = \frac{Q \sin \alpha - 2S}{2G + Q} = 0,298 \text{ m/s}^2$$

b) A $v=12\text{m/s}$ sebességre való felgyorsulás időszükséglete:

$$t = \frac{v}{a} = 40,26 \text{ s}$$

c) Egyenletes sebesség feltétele: $a=0$, így a kötélterők meghatározhatók.

$$K_1 = S + G \sin \alpha = 12,7 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$K_2 = (G + Q) \sin \alpha - S = 16,34 \cdot 10^3 \text{ N}$$

A fékezőnyomaték

$$M_f = (K_2 - K_1)r = 2,912 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

7. feladat

Egy lejtőn 60 km/h sebességgel haladó vasúti szerelvényt a sebesség tartása érdekében (ún. sebességtartó fékezés) fékezni kell. A kerekeket két féktuskóval fékezzük.

A kerékabroncs és a féktuskók közti súrlódási tényező 0,13.

- Mekkora a kerék fordulatszáma és szögsebesség, ha átmérője 910mm?
- Mekkora a kerékre ható fékező nyomaték, ha a tuskókat 6000N erővel szorítjuk a kerékhez?
- Mekkora a fékezés teljesítménye?
- Mennyi hő fejlődik 20 s alatt a fékberendezésben?

Megoldás:

a) A vasúti jármű kerekének fordulatszáma

$$v_k = \frac{2r\pi n}{60}$$

$$n = \frac{60 \cdot v_k}{D\pi} = 379 \text{ l / p}$$

szögsebessége:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = 39,67 \text{ l / s}$$

b) A fékezéshez szükséges súrlódási erő:

$$F_s = \mu F = 6000 \cdot 0,13 = 780 \text{ N}$$

A keletkező fékező nyomaték:

$$M_s = F_s \cdot D = 780 \cdot 0,91 = 709,8 \text{ Nm}$$

c) A fékezés teljesítménye két féktuskó esetén:

$$\begin{aligned} P_f &= 2F_s \cdot v_k = 2F_s \cdot \frac{2r\pi n}{60}, \text{ ahol } \frac{2\pi n}{60} = \omega \\ &= 2F_s \cdot r \cdot \omega = 2rF_s \cdot \omega = D \cdot F_s \cdot \omega \\ &= M_s \cdot \omega \end{aligned}$$

8. feladat

Egy emelőgép max. teherbírása 25kN. A teheremelés sebessége 0,5m/s. Az emelőgépet hajtó villamos motor üresjáratú vesztesége 0,4kW, teljes terheléskor, az összes veszteség 1,4kW. A közlőmű állandó vesztesége 0,2kW.

- Számítás alapján szerkesszük meg a hajtó motor veszteség és hatásfok ábráját.
- Határozzuk meg a hajtómotor max. hatásfokát.
- Számítás alapján határozzuk meg az emelőgép veszteségének és hatásfokának változását.
- Határozzuk meg az emelőgép hatásfok szempontjából vett legkedvezőbb terhelést.

Megoldás:

a) A hajtómotor legnagyobb hasznos teljesítménye az emelő maximális teherbírásának és emelési sebességének az ismeretében a következőképpen határozható meg:

$$P_{h\max} = F \cdot v = 25000 \cdot 0,5 = 12,25 \text{ kW}$$

A motor üresjáratú vesztesége:

$$P_{v0} = 0,4 \text{ kW}, \text{ míg teljes terheléskor}$$

$$P_v = 1,4 \text{ kW}, \text{ így a változó veszteségek nagysága teljes terheléskor:}$$

$$P_{v\max} = 1,0 \text{ kW}$$

Mivel a villamos motor változó veszteségei a kihasználtsági fok négyzetével arányosak, így a változó veszteségek az alábbi összefüggéssel fejezhetőek ki:

$$P_{vx} = P_{v\max} \cdot x^2 = 1,0 \cdot x^2 \text{ (kW)}$$

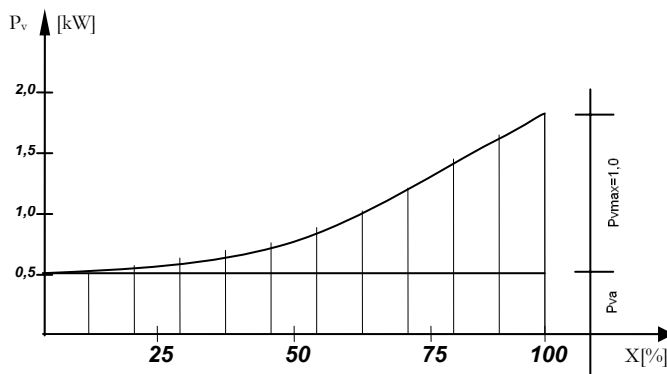
A motor x kihasználtsági fok mellett mért hatásfokát az

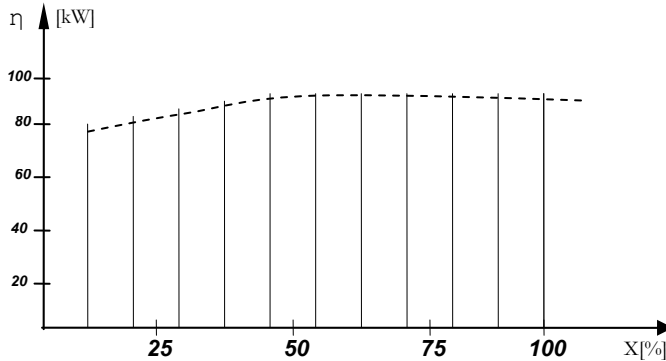
$$\eta_x = \frac{xP_{h\max}}{xP_{h\max} + P_v}$$

összefüggésből számíthatjuk, és az értékeit szintén az előző táblázat tartalmazza.

A táblázat alapján a veszteség és hatásfok a 1. ábra szerint felrajzolható. A hajtómotor veszteségeit táblázatba foglaljuk:

$x = \frac{P_h}{P_{h\max}}$	P_{v0} (kW)	x^2P_{vx} (kW)	P_v (kW)	$P_h=xP_{h\max}$	$xP_{h\max}+P_v$	η_m
0.1	0.4	0.01	0.41	1,225	1,635	0,775
0.2	0.4	0.04	0.44	2,45	2,89	0,857
0.3	0.4	0.09	0.49	3,675	4,165	0,887
0.4	0.4	0.16	0.56	4,5	5,06	0,892
0.5	0.4	0.25	0.65	6,125	6,775	0,904
0.6	0.4	0.36	0.76	7,35	8,11	0,905
0.7	0.4	0.49	0.89	8,575	9,465	0,904
0.8	0.4	0.64	1,04	9,8	10,84	0,9
0.9	0.4	0.81	1,21	11,025	12,235	0,898
1.0	0.4	1.0	1.40	13,25	13,65	0,896





b) A motor akkor dolgozik a legjobb hatásfokkal, ha az állandó és változó veszteségei egyenlők egymással:

$$P_{vo} = P_{vx}$$

Mivel:

$$P_{vx} = x^2 P_{vx\max} = 1,0 \cdot x^2, \text{ így}$$

$$P_{vo} = 1,0 \cdot x^2, \text{ amelyből}$$

$$x = \sqrt{P_{vo}} = \sqrt{0,4} = 0,63$$

A motor tehát, 63%-os kihasználtsági foknál dolgozik a legjobb hatásfokkal, és ekkor a legnagyobb a hatásfok

$$\eta_{\max} = \frac{x P_{h\max}}{x' P_{h\max} + P_{vo} + x^2 P_{vx}} = 0,905 = 90,5\%$$

c) Az emelőgép vesztesége a hajtómotor és a közlőmű veszteségeiből tevődik össze. Mivel a közlőmű vesztesége állandó nagyságú, így az emelőgép veszteségeit a motor és a hajtómű veszteségeinek összeadásával számíthatjuk ki.

Az emelőgép hatásfokát is ennek figyelembevételével határozhatjuk meg. A közlőmű veszteségét úgy tekintjük, mintha az a motor állandó nagyságú (üresjárási) veszteségét növelné meg. A veszteség és a hatásfok értékeit a túloldali táblázat tartalmazza.

d) Az emelőgép akkor dolgozik a legjobb hatásfokkal, ha a gép összes állandó vesztesége egyenlő a változó veszteségével, tehát:

$$P_{vk} + P_{vo} = P_{vx} = x^{n^2} P_{vmax}, \text{ ebből}$$

$$x^{n^2} = \sqrt{0,6} = 0,776 = 77,6\%$$

A legkedvezőbb terheléshez tartozó hatások:

$$\eta_{max} = \frac{P_{hx^n}}{P_{hx^n} + P_{vk} + P_{vo} + P_{vx}} = 0,888$$

$x = \frac{P_h}{P_{hmax}}$	Közlőmű	Motor	Össz.	Ph= =xPhmax	Pb= Ph+Pvö (kw)	η_0
	veszteség (kW)					
	Pvk	Pvm	Pvö			
0,1	0,2	0,41	0,61	1,225	1,835	0,668
0,2	0,2	0,44	0,64	2,45	3,09	0,792
0,3	0,2	0,49	0,69	3,675	4,365	0,838
0,4	0,2	0,56	0,76	4,5	5,26	0,855
0,5	0,2	0,65	0,85	6,125	6,975	0,877
0,6	0,2	0,76	0,96	7,35	8,315	0,833
0,7	0,2	0,89	1,09	8,575	9,665	0,887
0,8	0,2	1,04	1,24	9,8	11,04	0,89
0,9	0,2	1,21	1,41	11,025	12,435	0,89
1	0,2	1,4	1,6	13,25	13,85	0,885

9. feladat

Egy 25°-os lejtésű kétvágányú siklón felfelé irányuló anyagszállítás folyik. Az 500 kg tömegű csillében 1000 kg tömegű zúzott kő rakható be.

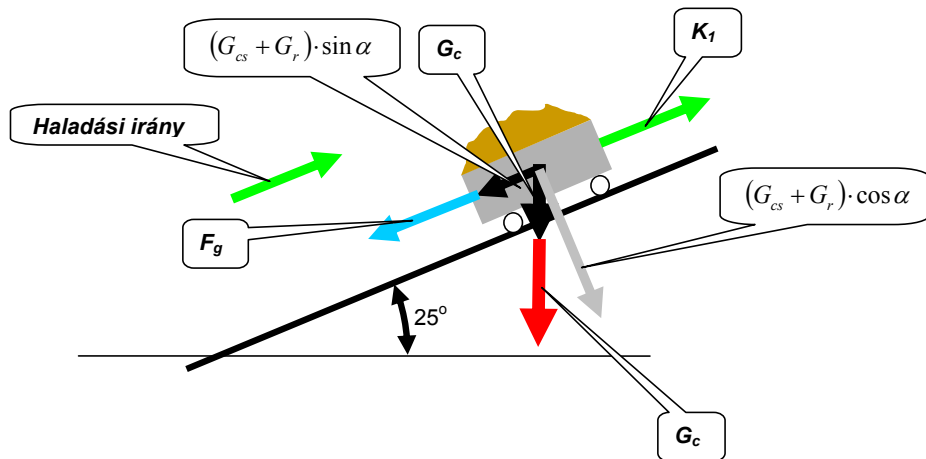
Határozzuk meg a 650 mm külső átmérőjű kötél dob és az 1500 ford/min fordulatszámú villamosmotor közé beépítendő fogaskerék-hajtómű áttételét valamint a villamosmotor szükséges teljesítményét, ha tudjuk, hogy

- a csillék haladási sebessége 50 m/min,
- a gördülési ellenállás értéke 0,02,
- a kötél dobnál 85%-os, a hajtóműnél 60%-os a villamosmotornál pedig 80%-os hatásokkal kell számolnunk.

Rajzoljuk fel az energifolyamábrát a veszteségek szemléltetésére

Megoldás:

A lejtőn felfelé haladó megrakott kocsi erőjátéka az alábbi ábrán látható:

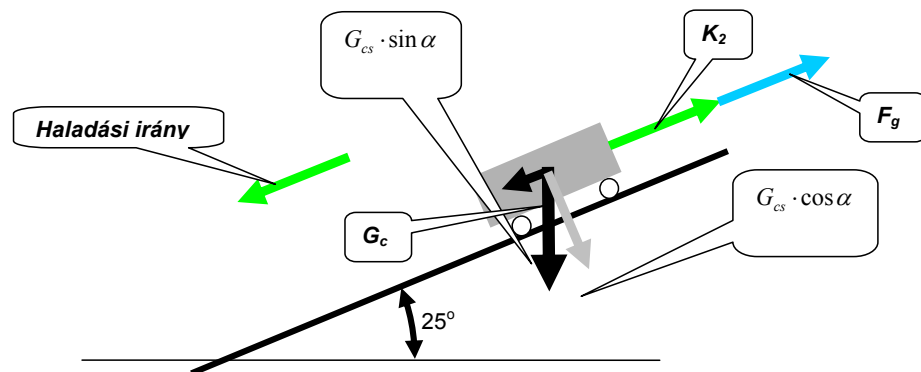


Az ábra jelöléseit alkalmazva a K_1 kötélterő:

$$K_1 = (G_{cs} + G_r) \cdot \sin \alpha + F_g = (G_{cs} + G_r) \cdot \sin \alpha + \mu_g \cdot (G_{cs} + G_r) \cdot \cos \alpha = (G_{cs} + G_r) \cdot (\sin \alpha + \mu_g \cdot \cos \alpha)$$

$$K_1 = (500 + 1000) \cdot g \cdot (\sin 25^\circ + 0,02 \cdot \cos 25^\circ) \approx 6611 \text{ N}$$

A lefelé haladó terheletlen csille erőjátéka a következő ábrán látható:



$$\begin{aligned}
 K_2 + F_g &= K_2 + G_{cs} \cdot \mu_g \cdot \cos \alpha = G_{cs} \cdot \sin \alpha \Rightarrow \\
 K_2 &= G_{cs} \cdot \sin \alpha - G_{cs} \cdot \mu_g \cdot \cos \alpha = G_{cs} \cdot (\sin \alpha - \mu_g \cdot \cos \alpha) \\
 K_2 &= 500 \cdot g \cdot (\sin 25^\circ - 0,02 \cdot \cos 25^\circ) \approx 2022 \text{ N}
 \end{aligned}$$

A dob kerületén a két kötélrő különbségeként megjelenő kerületi erő „végez munkát”:

$$F_k = K_1 - K_2 = 4589 \text{ N}$$

A dob tengelyét terhelő nyomaték:

$$M_{dob} = F_k \cdot \frac{d}{2} = 4589 \cdot \frac{0,65}{2} = 1491 \text{ Nm}$$

A dob szögsebessége és fordulatszámja:

$$\begin{aligned}
 \omega_{dob} &= \frac{u}{\frac{d}{2}} = \frac{\frac{60}{2}}{\frac{0,65}{2}} = 2,7 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \text{ illetve} \\
 n_{dob} &= \frac{60 \cdot \omega_{dob}}{2 \cdot \pi} = \frac{60 \cdot 2,7}{2 \cdot \pi} \approx 26 \frac{\text{ford}}{\text{min}}
 \end{aligned}$$

A hajtómű szükséges áttétele: $i = \frac{n_{motor}}{n_{dob}} = \frac{1500}{26} \approx 58$

A hasznos teljesítmény: $P_h = M_{dob} \cdot \omega_{dob} = 1491 \cdot 2,7 \approx 4026 \text{ W}$

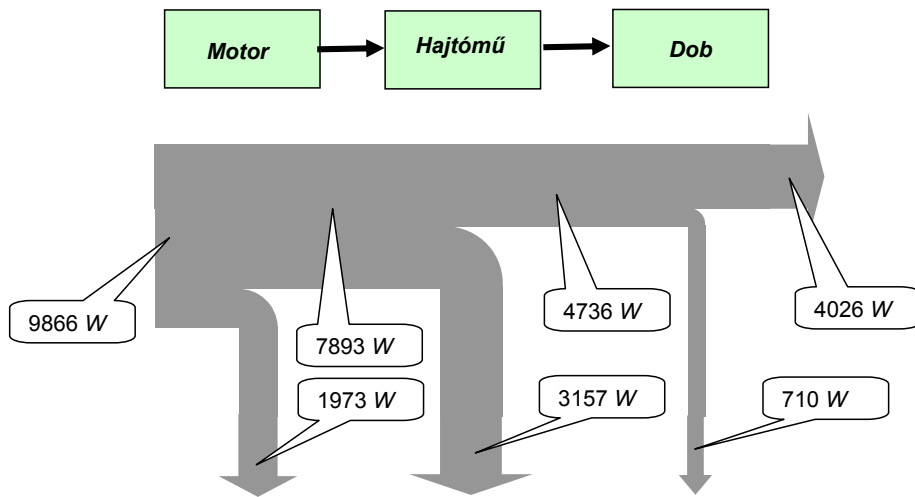
A dob tengelyén szükséges teljesítmény:

$$P_{dob} = \frac{1}{\eta_{dob}} \cdot M_{dob} \cdot \omega_{dob} = \frac{1}{0,85} \cdot 1491 \cdot 2,7 \approx 4736 \text{ W}$$

A hajtómű behajtó tengelyé szükséges teljesítmény:

$$P_{hajtómű} = \frac{P_{dob}}{\eta_{hajtómű}} = \frac{4736}{0,6} = 7893 \text{ W}$$

A motor teljesítmény: $P_{motor} = \frac{P_{hajtómű}}{\eta_{motor}} = \frac{7893}{0,8} = 9866 \text{ W}$



10. feladat

Adott egy dörzskerék-párral megvalósított dörzshajtás, melyről mérésel megállapítottuk, hogy 10 mm átmérőjű kisebbik kerék fordulatszámja 750 ford/min, a 600 mm átmérőjű nagyobbik kerék fordulatszámja pedig 12 ford/min.

Határozzuk meg a dörzshajtás slipjét és hatásfokát!

Megoldás:

A slip a hajtó és a meghajtott kerék kerületi sebességének különbsége, a hajtókerék kerületi sebességére vonatkoztatva.

A kisebbik (hajtó) kerék kerületi sebessége:

$$u_{\text{hajtó}} = \frac{d_{\text{hajtó}}}{2} \cdot \omega_{\text{hajtó}} = \frac{0,01}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 750}{60} = 0,3927 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

A nagyobbik (hajtott) kerék kerületi sebessége:

$$u_{\text{hajtott}} = \frac{d_{\text{hajtott}}}{2} \cdot \omega_{\text{hajtott}} = \frac{0,6}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 12}{60} = 0,377 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$\text{A slip: } s = \frac{u_{\text{hajtó}} - u_{\text{hajtott}}}{u_{\text{hajtó}}} = \frac{0,3927 - 0,377}{0,3927} \approx 0,04 \Rightarrow 4\%$$

$$\text{A hatásfok pedig: } \eta = 1 - s = 1 - 0,04 = 0,96 \Rightarrow 96\%$$

11. feladat

Számítsa ki, hogy egy 120 kg tömegű, kétkerekű kézikocsit 4%-os, 0,028 ellenállás-tényezőjű lejtős úton mekkora erővel lehet feltolni, ha a tolóerő a lejtő síkjával 30°-os szöget zár be!

Megoldás:

A lejtő menti erőjátékot felvázolása után az egyensúly a következő képen fejezhető ki:

$$F \cdot \cos 30^\circ = \mu \cdot (G \cdot \cos \alpha + F \cdot \sin 30^\circ) + G \cdot \sin \alpha$$

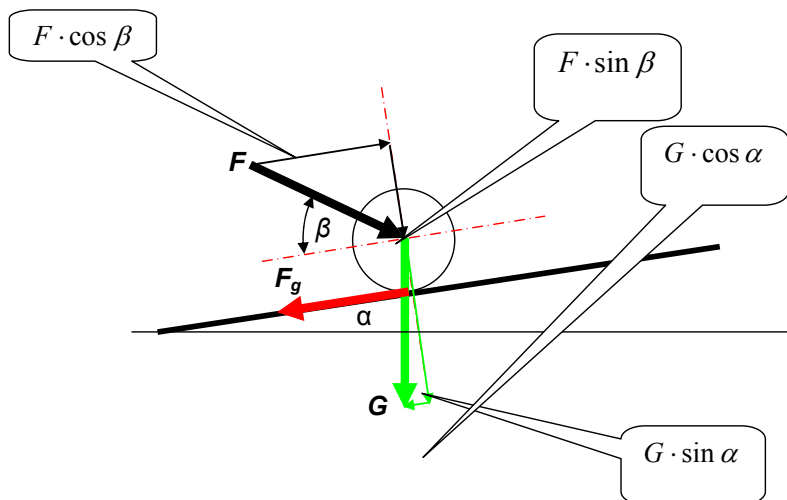
Az összefüggésben α a lejtő hajlásszöge a vízszinteshez.

Ebből a tolóerő kb. 96 N.

12. feladat

6% emelkedésű lejtőn 110 kg tömegű kocsit tolunk felfelé állandó sebességgel. A kocsi rúdja a 30°-os szöget zár be a lejtő síkjával. A tolóerő 240 N. Mennyi munkát végzünk 500 m úton és ebből mennyi a súrlódás legyőzésére fordított munka?

Megoldás:



Az össze munka kb. 100 kJ, amiből a súrlódás leküzdésére felhasznált munka kb. 68 kJ. A kettő különbsége helyzeti energia formájában tárolódik, azaz a kiinduló pontnál kb. 29 m-rel leszünk magasabban.

13. feladat

Egy szíjhatásnál a két szíjtárcsán ávetett szíj megfeszítéshez alkalmazott erő 450 N. A hajtó szíjtárcsa átmérője 250 mm, a hajtott tárcsáé 800 mm. Határozzuk meg a szíjhajtással átvihető teljesítmény nagyságát és az áttétel tényleges értékét, ha

- a slip becsült értéke 5%,
- két szíjágban ható erők viszonyszáma 1,8-nek vehető,
- a hajtó tárcsa fordulatszáma 800 ford/min

Megoldás:

Mivel a feszes és a laza ágban ható erők összege éppen a feszítő erő, $T_1 + T_2 = 450 \text{ N}$, az ismert feszültségi viszonyzámmal: $T_1 = 289 \text{ N}$ és $T_2 = 161 \text{ N}$.

Ezekkel a kerületi erő: $F_k = T_1 - T_2 = 289 - 161 = 128 \text{ N}$

A hajtó tárcsa tengelyén lévő nyomaték:

$$M_{\text{hajtó}} = F_k \cdot \frac{d_{\text{hajtó}}}{2} = 128 \cdot \frac{0,25}{2} = 16 \text{ Nm}$$

A hajtó tárcsa szögsebessége:

$$\omega_{\text{hajtó}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{\text{hajtó}}}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 800}{60} = 83,8 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

A hajtó tárcsa teljesítménye: $P_{\text{hajtó}} = M_{\text{hajtó}} \cdot \omega_{\text{hajtó}} = 16 \cdot 83,8 \approx 1341 \text{ W}$

A hajtás hatásfoka kb. 95%, mivel a slip 5%, így az átvihető teljesítmény:

$$P_{\text{hajtott}} = P_{\text{hajtó}} \cdot \eta = 1341 \cdot 0,95 \approx 1274 \text{ W}.$$

Az áttétel tényleges értéke: $i = \frac{d_{\text{hajtott}}}{d_{\text{hajtó}}} \cdot \frac{1}{1-s} = \frac{800}{250} \cdot \frac{1}{1-0,05} = 3,37$, szem-

ben az elméleti $\frac{800}{250} = 3,2$ -vel.

14. feladat

Egy szíjhátáson végzett méréssel a következőket állapítottuk meg:

- az egyik tárcsa átmérője 160 mm, egyenletes sebességű üzem mellett a fordulatszáma percenként 1350,
- a másik tárcsa átmérője 580 mm, percenkénti fordulatszáma 500,
- a tárcsák tengelyén alkalmazott feszítő erő 650 N,
- nagyobbik tárcsa tengelyét meghajtó kb. 90% hatásfokúnak tekintett 220 V-os villamosmotor áramfelvétele 5,7 A.

Határozzuk meg a szíjhajtás, slipjét, hatásfokát, áttételét és a feszes és laza szíjágban ható erőket!

Megoldás:

A legegyszerűbb a slip meghatározása, mivel ez a két tárcsa kerületi sebességének különbsége a hajtó tárcsa kerületi sebességére vonatkoztatva. A kisebbik tárcsa kerületi sebessége:

$$c_1 = \frac{d_1}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60} = \frac{0,16}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 1350}{60} = 11,3 \frac{m}{s},$$

hasonló módon számítva a nagyobbik tárcsa kerületi sebességére

$$c_2 = 15,2 \frac{m}{s}$$

adódik. A feladat megfogalmazásában ugyan nem szerepel a hajtó és meghajtott kifejezés, de természetesen csak a nagyobb kerületi sebességű tárcsa lehet a hajtott! Így a slip:

$$s = \frac{c_2 - c_1}{c_2} = \frac{15,2 - 11,3}{15,2} = 0,26.$$

A következő a hatásfok meghatározása, ami $\eta = 1 - s = 1 - 0,26 = 0,74$, tehát 74%.

Az áttételt, ha van csúszás, akkor a fordulatszámok hányadosa adja meg helyesen. A tárcsaátmérők aránya

15. feladat

Egy 4 mozgócsigával és három állócsigával szerelt teheremelő szerkezettel 8000 kg tömegű terhet emelünk. Méréssel megállapítottuk, hogy a 800 mm

átmérőjű kötél Dob percenként 6 fordulatot tesz meg és a rögzített kötélaban ható erő 3225 N.

Határozzuk meg a csigasor hatásfokát és a maximális kötélerő értékét, feltételezve, hogy az egyes csigáknál a súrlódás és a kötélahajlításból adódó ellenállás miatt a csigára felfutó és onnan lefutó kötélabakban ébredő erők viszonyszáma azonos.

Megoldás:

A kötélabak közül a legkisebb erővel a rögzített kötélab van terhelve: $K = F \cdot \delta^8$. Tudjuk továbbá, hogy a kötél Dobra csavarodó laban ébredő erő ebben az esetben: $F = G \cdot \frac{1-\delta}{1-\delta^n}$.

A két egyenletben két ismeretlen van, azonban a zárt alakban történő megoldás nem lehetséges.

Sorozatos próbálkozáshoz a két egyenletet F -re rendezve és egymással egyenlővé téve, majd a törteket eltüntetve: $K + G \cdot \delta^9 = (K + G) \cdot \delta^8$

Behelyettesítve $K=3225$ N és $G=80000$ N értékeket és K értékével végig osztva, hogy kisebb számokkal kelljen dolgoznunk: $1 + 24,8 \cdot \delta^9 = 25,8 \cdot \delta^8$

Tudjuk, hogy $\delta < 1$ így a próbálkozást kezdhethetjük pl. 0,9-del.

Ekkor a baloldal 10,61 a jobb oldal 11,1.

El kell döntenünk, hogy növeljük vagy csökkentjük δ értékét. Próbálkozzunk a csökkentéssel, legyen 0,85. Ekkor a baloldal 6,744 a jobboldal pedig 7,03, tehát csökkent a különbség.

Válasszuk most 0,8 értéket. Ekkor a baloldal 4,328 és a jobboldal is 4,328. Tehát a kötélfeszességi viszonyszám 0,8.

A csigasor hatásfoka meghatározható a kötélfeszességi viszonyszám alapján vagy pedig a teher oldalán és a munkát végző erő oldalán jelentkező teljesítmények hányadosaként.

A csigasor hatásfokára vonatkozó összefüggés szerint:

$$\eta = \frac{(1-\delta^n)}{n \cdot (1-\delta)} = \frac{(1-0,8^8)}{8 \cdot (1-0,8)} = 0,52 \Rightarrow 52\%.$$

A másik módszer alkalmazásához szükségünk van a Dobra csavarodó kötélab sebességére, azaz a Dob kerületi sebességére, ami

$$u_{dob} = \frac{d_{dob}}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{0,8}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 6}{60} = 0,251 \frac{m}{sec}.$$

Mivel a kötelet nyújthatatlannak tételezzük fel, a teher emelkedésének sebessége ennek éppen nyolcada, tehát 0,0314 m/sec.

Már nem okoz problémát a kötéldobra csavarodó, legjobban terhelt ágban ható F erő meghatározása:

$$F = G \cdot \frac{1 - \delta}{1 - \delta^n} = 80000 \cdot \frac{1 - 0,8}{1 - 0,8^8} \approx 19226 \text{ N}, \text{ illetve}$$

$$F = \frac{K}{\delta^n} = \frac{3225}{0,8^8} \approx 19222 \text{ N},$$

a különbség elhanyagolható!

$$\text{Ezzel a hatásfok: } \eta = \frac{G \cdot v_G}{F \cdot v_F} = \frac{80000 \cdot 0,0314}{19224 \cdot 0,251} = 0,52 \Rightarrow 52 \%, \text{ meg-}$$

lehetősen jó egyezéssel.

Megjegyzés: az utóbbi összefüggésbe az F erőre kapott két érték átlagát írtuk be!

2.2.11. Önellenőrző kérdések

1. Hogyan értelmezhető a gép energetikai modellje?
2. Mi a hatásfok?
3. Hogyan igazolható, hogy 100% hatásfokú gép nem létezhet?
4. Milyen különlegessége van a hasznos munkát végző gép energetikai modelljének?
5. Hogyan lehet meghatározni az energetikailag sorbakapcsolt gépek eredő hatásfokát? Igazolja!
6. Mi az energiafolyam ábra?
7. Mi a mechanikai súrlódás oka?
8. Mi a különbség a tapadási és a csúszási súrlódási tényező között?
9. Hogyan és miért csökken a súrlódás kenőanyag alkalmazása esetén?
10. Hogyan határozható meg a tapadási súrlódási tényező kísérleti úton?
11. Hogyan határozható meg a csúszási súrlódási tényező kísérleti úton?
12. Hogyan valósul meg a teljesítmény-átvitel dörzshajtás alkalmazása esetén?
13. Mi az áttétel?
14. Mit értünk egy dörzshajtás esetén szlip alatt?
15. Mi a veszteség forrása a súrlódó hajtásoknál? Miért?

16. Igazolja, hogy a súrlódó hajtás hatásfoka és a szlip közötti összefüggést?
17. Van-e hatással a szlip a súrlódó hajtás áttételére? Miért?
18. Mit kell érteni egy szíj- vagy kötélhajtás esetén laza és feszes ág alatt?
19. Milyen előnyös tulajdonságai vannak a dörzshajtásoknak?
20. Milyen kedvezőtlen tulajdonságai vannak a dörzshajtásoknak?
21. Mik a jellemzői a kényszerkapcsolaton alapuló hajtásoknak?
22. Mi a veszteség forrása a kényszerkapcsolaton alapuló hajtások esetén?
23. Milyen előnyös tulajdonságai vannak a kényszerhajtásoknak?
24. Milyen kedvezőtlen tulajdonságai vannak a kényszerhajtásoknak?
25. Mit értünk egy csigasor áttételén?
26. Milyen kinematikai törvényei vannak az egyszerű csigasornak?
27. Mi a veszteség forrása egy csigasor esetében?
28. Hogyan értelmezhető a csigasor hatásfoka és hogyan határozható meg?
29. Mi az oka annak, hogy a gyakorlatban 2-3 mozgócsigánál többet csak ritkán alkalmaznak egy csigasorban?
30. Milyen korlátokra kell tekintettel lenni, ha emberi munkavégzésről van szó?
31. Mi határozza meg a súrlódási erő irányát?
32. Mi az egyenletes sebességű munkavégzés általános feltétele?
33. Vázlat alapján írja fel a lejtőn felfelé egyenletes sebességgel vontatott test erőjátékát!
34. Vázlat alapján írja fel a lejtőn lefelé egyenletes sebességgel vontatott test erőjátékát?
35. Mit értünk százalékban vagy ezrelékben megadott lejtés alatt? Milyen összefüggésben van ez a lejtő vízszintessel bezárt szögével?
36. Vázlat alapján magyarázza el a gördülési ellenállás keletkezését?
37. Igaz-e és hogyan igazolható, hogy a gördülési ellenállás a kerék méreteinek növelésével csökken?
38. Mi a fajlagos fogyasztás?
39. Mi a fajlagos hőfogyasztás?
40. Mi a fűtőérték?
41. Mi a különbség az alsó és a felső fűtőérték?

2.3. A mechanikai munka átvitele változó sebességű üzem mellett

Az eddigiek során a gép egyenletes sebességű üzemével foglalkoztunk, azaz mindig egyensúlyban lévő erőrendszer munkáját vizsgáltuk. Vízszintes pályán történő vontatás esetén tehát a kocsit mozgató erő éppen egyensúlyt tartott a pályaellenállással (lásd 1.13. ábra). Ezt az egyenletes sebességű állapotot mindig megelőzi az indítás szakasza, amikor a sebesség változik (növekszik). Az egyenletes sebességű állapotot követi a fékezés, megállás szakasza, amikor a sebesség csökken. Természetesen nemcsak az fordulhat elő, hogy a gépet azonnal az üzemi sebességre gyorsítjuk, hanem valamely közbülső állapot elérését is célul tűzhetjük ki, továbbá nem biztos, hogy a megállásig lassítjuk, valamely kisebb üzemi sebesség elérése is lehet a fékezés célja. Ezen szándékolt sebességváltozásokon kívül előadódhatnak a gép üzemének sajátosságaiból adódóan rendszeres vagy rendszertelen terhelésingadozások, melyek a gép változó sebességű üzemét eredményezik.

Tágabb értelemben minden terhelésváltozás együtt jár az üzemi sebesség kisebb-nagyobb mértékű növekedésével vagy csökkenésével.

2.3.1. A gyorsítóerő munkája, a mozgási energia

A 2.40. ábrán egy vízszintes pályán vontatott kocsit szemléltetünk, melyre a haladás irányába az F erő, a haladás irányával ellentétesen pedig az F_g pályaellenállás hat.

Ekkor nyilván felírható az F erő:

$$F = F_g + F_{gy},$$

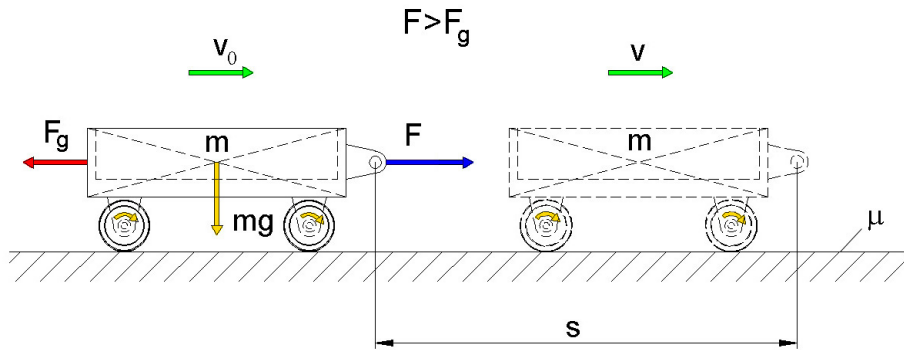
az F erő egyik komponense kiegyensúlyozza a pályaellenállást, a fennmaradó rész pedig Newton 2. törvénye értelmében gyorsítja a kocsit:

$$F_{gy} = ma \text{ (N)},$$

Meghatározható tehát a kocsit gyorsulása, ha ismert a kocsit tömege.

Vajon mennyi a végzett munka az úton ha a kocsit sebessége a vizsgált szakasz elején v_0 (m/s), a végén pedig v (m/s)? A végzett munka definíció-szerűen:

$$W = F \cdot s \text{ (Nm)} = \text{(J)},$$



2.40. ábra

ha a 2.40. ábra jelöléseit tekintjük. Mivel F erőket részre bontható, így a munka is két részre bomlik:

$$W = W_g + W_{gy},$$

ahol W_g a pályaelenállás munkáját fedezi, W_{gy} pedig a gyorsítóerő munkáját. A pályaelenállás munkája:

$$W_g = F_g s \text{ (J)},$$

súrlódási hővé alakul. Az F_g a korábban ismertetett módon meghatározható, az s út a 2.1.1. fejezetben tárgyalt kinematikai összefüggések szerint:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \text{ (m)} \text{ és } v = v_0 + a \cdot t \left(\frac{m}{s} \right),$$

mely utóbbiból:

$$t = \frac{v - v_0}{a} \text{ (m)},$$

így

$$s = \frac{v_0}{a} \cdot \Delta v + \frac{\Delta v^2}{2 \cdot a} \text{ (m)},$$

ahol Δv a sebességváltozás, a pedig a gyorsulás, melyet Newton 2. törvénye szerint számíthatunk.

A gyorsítóerő munkája:

$$W_{gy} = F_{gy} \cdot s, (J)$$

behelyettesítve ide F_{gy} és s már ismert összefüggéseit:

$$W_{gy} = m \cdot a \cdot \left(\frac{v_0 \cdot v}{a} + \frac{\Delta v^2}{2 \cdot a} \right), (J)$$

Ezt az egyenletet a $\Delta v = v - v_0$ helyettesítéssel felírva és a lehetséges egyszerűsítéseket elvégezve:

$$W_{gy} = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{m \cdot v_0^2}{2}, (J)$$

Tehát eredményünket úgy fogalmazhatjuk, hogy a gyorsító erő munkája nem más, mint a kocszi mozgási energiájának megváltoztatása.

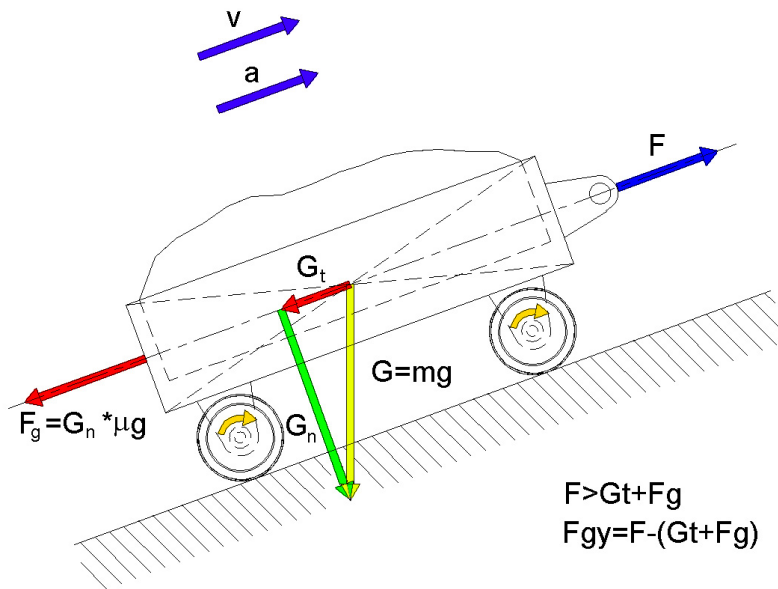
Erre az eredményre eljuthattunk volna a következő gondolatmenet alapján is.

A gyorsító erő munkájának eredményeképpen a sebesség megváltozott. A mozgás vízszintes pályán történt. Az energia megmaradás törvényét szem előtt tartása mellett egyetlen következménye lehet ennek a munkának: a mozgási energia megváltozása.

Tehát:

$$W_{gy} = E_m - E_{m0} = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{m \cdot v_0^2}{2}, (J)$$

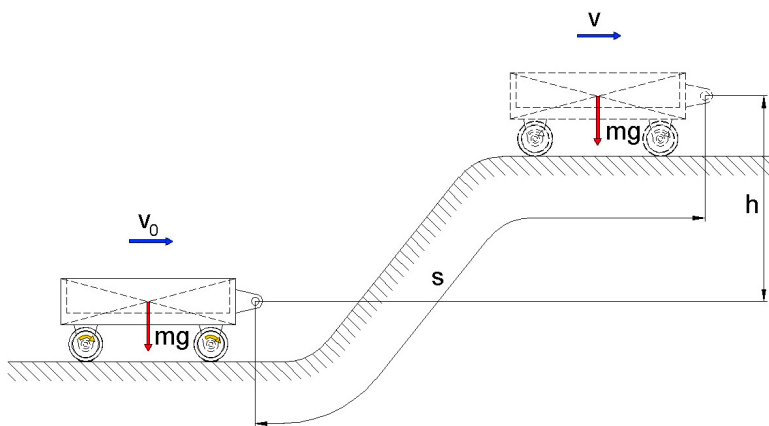
Gondolatmenetünk minden további nélkül általánosítható bármely pályára. A számítás során mindössze egyetlen dologra kell ügyelnünk, mégpedig a gyorsítóerő meghatározására. Nyomatékosan felhívjuk a figyelmet arra, hogy a gyorsítóerő soha nem tévesztendő össze a mozgató erővel. A gyorsítóerő mindig az az „erőöbbllet”, ami a pályamenti erők egyensúlyának felírása után „megmarad”, tehát csupán egy része a mozgató erőnek (lásd 2.41. ábra).



2.41. ábra

Az energia megmaradás törvényének felhasználásával további következtetéseket tehetünk. Teljesen általános alakú pályán (melynek hossza: s) végzett bármilyen gyorsítás (vagy lassítás) esetén az összes végzett munka nyilván három részből tevődik össze (2.42. ábra)

$$W = W_g + (E_m - E_{m0}) + (E_h - E_{h0}) \quad (J)$$



2.42. ábra

A W_g a pálya ellenállási munka, ez függ az úttól és csak szakaszonként számítható ki, hiszen a pályaellenállás vízszintes pályán és lejtős pályán más és más értékű, még akkor is, ha μ_g állandó. Ez a munkamennyiség hővé alakul és a környezetnek adódik át.

Az $E_m - E_{m1}$, a mozgási energia megváltozása, ami a gyorsítóerő munkájával egyenlő és csupán a kezdeti és végpontban érvényes sebességek ismerete szükséges a kiszámításához (lényeges előny, hogy a gyorsítóerő és a gyorsulás változásától nem függ).

Az $E_h - E_{h0}$, a helyzeti energia megváltozása, hiszen a kocsit h magasságra történő ellenében felemeléséhez is munkát kell végeznünk, mégpedig a súlyerő. Az út hosszától, a sebesség és a gyorsulás változásától természetesen ez sem függ, csak és kizárólag a szintkülönbségtől.

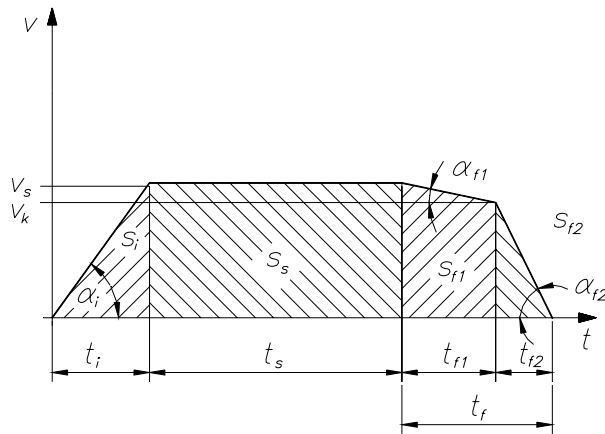
Mindezekkel természetesen egyáltalán nincs ellentétben az a megjegyzésünk, hogy a kocsit hajtó gép szempontjából nem biztos, hogy elegendő csak a kezdő- és a végpont vizsgálata, ugyanis ez csalóka eredményt adhat, ha a vizsgált szakaszon gyorsulás miatt lassulás is történt, ill. előbb egy dombra kúszott fel a kocsi, majd újra leereszkedett. Fenti egyenletünk a munkák előjeles összegét eredményezi, tehát a mozgási szakasz részletes vizsgálat nélkül messzemenő következtetéseket belőle levonni nem szabad.

2.3.2. A jármű menetábrái az indulástól a megállásig

A jármű menetábrái a jármű sebességének, a járműre ható erőknek, valamint ezen erők teljesítményének változását szemléltetik az idő függvényében. Az indulástól a megállásig eltelt idő három jól elválasztható részre oszlik: indítási idő (t_i), az egyenletes sebességű haladási idő (t_s), és a megállás, vagy fékezés ideje (t_f). A teljes menetidő alapjában véve ezen idők összege:

$$t_m = t_i + t_s + t_f$$

Először vizsgáljuk meg a sebességet egy önkényesen felvett esetben, melynél a jármű egyenletesen (v. közel egyenletesen) növekvő sebességgel éri el üzemi egyenletes sebességét majd az egyenletes üzem után sebessége egyenletesen (vagy szakaszonként egyenletesen) csökken a teljes megállásig (2.43. ábra). Az indítás ideje alatt tehát a sebesség egyenletesen nő azaz:



2.43. ábra

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \ddot{x} \dots$$

ami nem más, mint a gyorsulás, tehát ezen a szakaszon az ábra egy ferde egyenest mutat, melynek meredekségét éppen a gyorsulás határozza meg:

$$\operatorname{tg} \alpha_i = a_i = \frac{v}{t_i} \dots,$$

A következő szakaszon a sebesség állandó, tehát vízszintes egyenes következik a menetábrában:

$$\operatorname{tg} \alpha_s = 0$$

azaz gyorsulás nincs.

A megállás vagy fékezés ebben az esetben két részre oszlik:

- t_{f1} ideig szabad – kifutás,
- t_{f2} ideig működik a fékberendezés.

A szabadkifutás jellemzője, hogy a járműre csak egyetlen erő, a gördülési ellenállás hat és ez az erő lassítja a járművet:

$$F_g = \mu_g \cdot G = m \cdot a_{f1} \text{ (N)},$$

Mivel a G súly helyébe írhatjuk, hogy:

$$G = m \cdot g \text{ (N)},$$

így:

$$a_{f1} = g \cdot \mu_g \text{ (N)},$$

azaz a szabadkifutás lassulása éppen a gördülési ellenállási tényező g -szerese.

Ez általában igen kis érték, tehát ilyen módon a jármű csak igen hosszú idő alatt lenne megállítható, arról nem is beszélve, hogy a meghatározott helyen történő megállás alig lehetséges. Éppen ezért szükséges a fékberendezés, melynek segítségével a jármű viszonylag rövid idő alatt megállítható. Ennek következtében a t_{f2} idő alatt már nemcsak a gördülési ellenállás, hanem azon kívül még egy fékerő is hat, tehát a lassulása nagyobb, mint a szabadkifutás során. Ezt mutatja az egyenes meredekebb esése.

Az ábrából megállapítható, hogy:

$$a_{f1} = g \cdot \mu_g = tg\alpha_{f1} = \frac{v_S - v_k}{t_{f1}} \left(\frac{m}{s^2} \right),$$

a szabadkifutás lassulása, valamint:

$$a_{f2} = tg\alpha_{f2} = \frac{v_k}{t_{f2}} \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

a fékezés megállás lassulása.

Mint láttuk, a meglehetősen egyszerű sebesség-idő menetábrából egyúttal a gyorsulások is kiolvashatóak, ami egyáltalán nem meglepő, ha visszaemlékezünk a jegyzet elején a kinematikai összefoglalóban leírtakra, miszerint a gyorsulás a sebességnek az idő szerinti deriváltja, a derivált pedig geometriailag mint a görbéhez húzható érintő iránytangense szemlélhető:

$$a = tg\alpha = \frac{dv}{dt}.$$

Emlékezzünk azonban arra is, hogy a sebesség viszont az útnak idő szerinti deriváltja:

$$v = \frac{ds}{dt}.$$

ebből pedig rögtön következik, hogy:

$$\Delta s = \int_{t_1}^{t_2} v dt .$$

Mivel az integrál értéke geometriailag a görbének az integrálás határai által kijelölt szakasza alatti területe, így tehát sebesség-idő menetábránkból meghatározhatók az egyes szakaszokon megtett utak, mindössze a megfelelő területeket kell kiszámítani:

$$s_i = \frac{v_s \cdot t_i}{2}, \quad s_s = v_s \cdot t_s$$

$$s_{f1} = \frac{v_s + v_k}{2} \cdot t_{f1}$$

$$s_{f2} = \frac{v_k}{2} \cdot t_{f2}$$

Természetesen a teljes mozgási idő alatt megtett út:

$$s = s_i + s_s + s_{f1} + s_{f2} = s_i + s_s + s_f$$

Most kövessük nyomon a járműre ható erők változását.

Az erők két részre oszlanak:

- gördülési ellenállás
- a vontatóerő és a fékszerkezet fékereje

A gördülési ellenállásról tudjuk, hogy a sebesség változásától nem függ, értéke pedig:

$$F_g = G \cdot \mu_g .$$

Tehát a 2.44. ábra szerinti képet mutatja, bármilyen szakaszokból álló mozgásra. Egyetlen feltétel μ_g állandósága.

Az indítási szakaszon a vontatóerő szükségképpen nagyobb a gördülési ellenállásnál:

$$F_{vi} > F_g$$

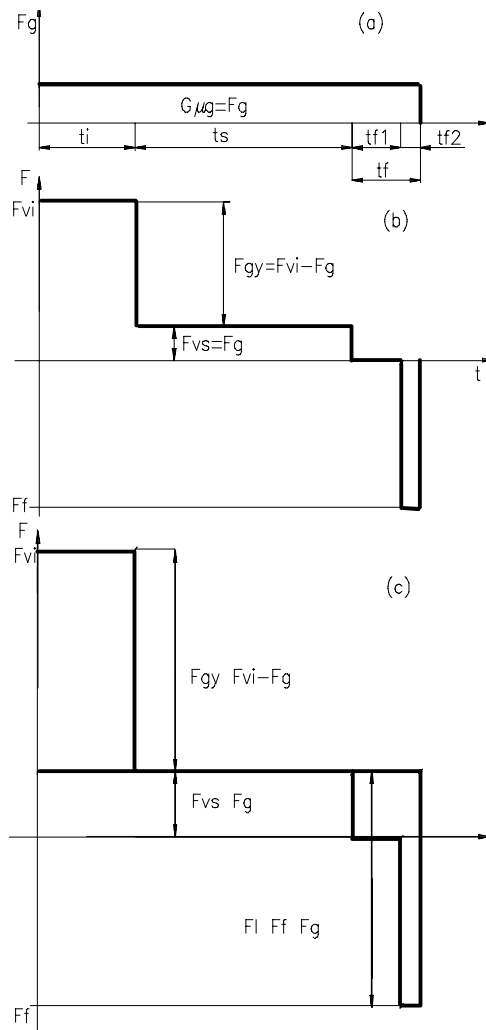
hiszen csak így lehetséges, hogy a kocsi gyorsul. A gyorsítóerő pedig:

$$F_{gy} = F_{vi} - F_g = m \cdot a_i = \neq 0.$$

ugyanis a gyorsulás állandóságát már korábban is feltételeztük. Az egyenletes sebességű üzem alatt

$$F_{vs} = F_g$$

hiszen gyorsulás nincsen.



2.44. ábra

A t_{f1} ideig szabaddkifutás történik, s mint mondtuk, ilyenkor a járműre csak a gördülő ellenállás hat, azaz:

$$F_{vf1} = 0$$

A fékszerkezet működtetésekor egy negatív, tehát mozgást akadályozó erő jelentkezik (F_f), azonban vegyük figyelembe, hogy ez az erő F_g -vel azonos irányú, tehát az összes lassító erő:

$$F_f + F_g = F_l,$$

és ez a lassító erő hozza létre az a f_2 lassulást:

$$a_{f2} = \frac{F_l}{m} \text{ (N)},$$

Az elmondottakat a 2.44. ábrán szemléltetjük.

Mint az előzőekben elmondottakból kitűnik, feltétlenül szükséges egyidejűleg vizsgálni a gördülő ellenállást, a vontatóerőt és a fékerőt ahhoz, hogy helyes következményeket vonhassunk le a jármű mozgására vonatkozólag ezt teszi lehetővé ha az erőkre felrajzolt két ábrát egyetlen koordinátarendszerben rajzoljuk fel (2.44.c ábra).

Az erők ábrájának felrajzolása azért fontos a számunkra, hogy egyszerűen megszerkeszthessük a bennünket legjobban érdeklő menetábrát, melyben a teljesítmények változását ábrázoljuk az idő függvényében. Az ábra megrajzolását a következő összefüggés alapján.

$$P = F \cdot v \text{ (W)}$$

mely minden időpillanatban igaz.

Ilyen módon először a gördülési ellenállás teljesítményének alakulását rajzoltuk fel a 2.45.a ábrában. Mint látható ez az ábra alakra hasonlít a sebesség-idő menetábrához, ami nem meglepő, hiszen $F_g = \text{áll.}$ így a sebességgel alkotott szorzataként kapott teljesítmény a sebességhez hasonló módon változik.

Teljesen hasonló elvek alapján megszerkeszthető a motor vonóerejének és a fékezőerő teljesítményének változása. A metszékekénti szorzással felrajzolt ábrát mutatja a 2.45.b ábra. Természetesen a gördülési ellenállás teljesítménye negatív (F_g és v mindenkor ellentétesek egymással), tehát a gördülési ellenállás által elfogyasztott teljesítményről beszéltünk. A vontatóerő teljesítménye, mivel F_v és v egymással azonos irányúak, mindig pozi-

tív. A fékerő teljesítménye a gördülési ellenállás teljesítményéhez hasonlóan (azonos okokból) negatív. Már láthatjuk, hogy itt is elengedhetetlenül fontos a két teljesítményábra együttes vizsgálata, aminek elvégzéséhez a két ábrát közös koordináta rendszerben rajzoljuk meg (2.45.c ábra).

További vizsgálataink elvégzéséhez vegyük alaposan szemügyre a

$$P = F \cdot v \text{ (N)},$$

összefüggésünket. Mivel a v sebesség mindenkor az út idő szerinti deriváltja, tehát:

$$P = F \cdot \frac{dv}{dt},$$

ahonnan:

$$P \cdot dt = F \cdot ds = dW,$$

tehát:

$$W = \int P dt \text{ (J)},$$

ami azt jelenti, hogy a felrajzolt teljesítmény-idő diagram görbéje alatti terület az adott szakaszon elvégzett munkát szemlélteti.

A 2.45.a és a 2.45.b ábrának ennek megfelelően a gördülési ellenállás munkáját jelző területet, a vonóerő munkáját mutató területet \oplus , a fékerő munkáját mutató területe negatív jellel jelöltük meg.

A közös koordináta rendszerben felrajzolt két diagramot szemlélve az tapasztaljuk, hogy az indítási szakaszon \oplus munkaterület jelentkezik, a megállási szakaszon negatív munkaterület van.

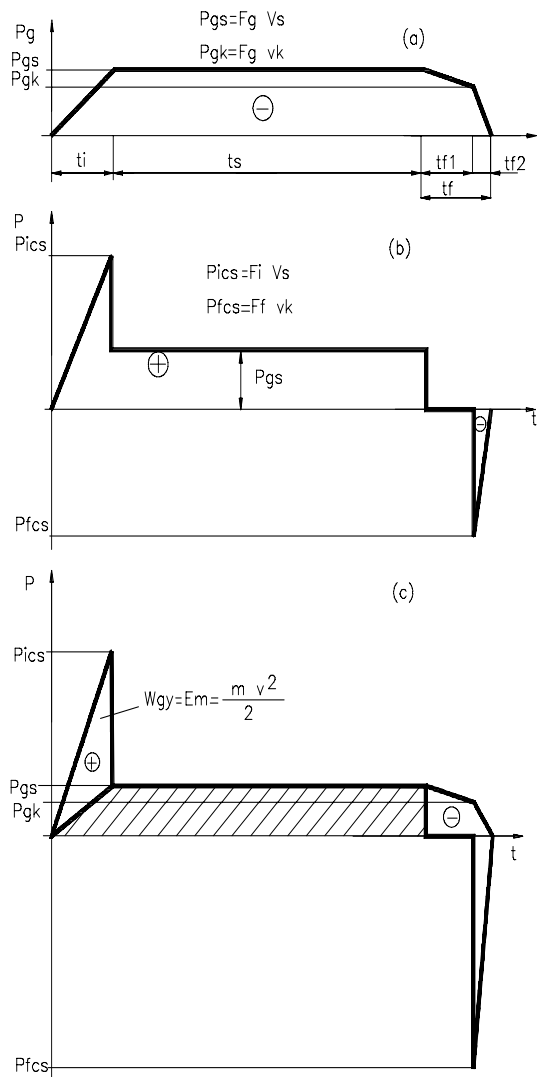
A ferdén vonalkázott terület azt mutatja, hogy a vonóerő munkájának egy része fedezi a gördülési ellenállás munkáját. Ha mindezeket alaposan megfontoljuk, észrevehetjük, hogy a mostani eredményeink korábbi megállapításainkkal teljes összhangban vannak. Nyilvánvaló ugyanis, hogy az indulási és egyenletes sebességű haladás szakaszának gördülési ellenállása miatt keletkező súrlódási hőnek megfelelő mechanikai munkát el kell végezni. Az indulási szakaszon jelentkező \oplus munka egyetlen dologra fordítható, a mozgási energia növelésére. Ez azt jelenti, hogy a \oplus terület a mozgási energiával egyenlő, s ez, mint tudjuk nem más, mint a gyorsítóerő munkája:

$$\begin{aligned} W_{gy} &= \frac{m \cdot v}{2} = \frac{P_{ics} \cdot t}{2} - \frac{P_{gs} \cdot t_i}{2} \\ &= F_{gy} \cdot \frac{v \cdot t_i}{2} \end{aligned}$$

Az egyenlet helyessége könnyen belátható, ha

$$P_{ics} = F_i \cdot v_s \text{ és } P_{gs} = F_g \cdot v_s$$

értékeket helyettesítjük be.



2.45. ábra

Az egyenletes sebességű üzem során tehát a gördülési ellenállás munkája és a vonóerő munkája éppen egyenlő. Ebből persze az is következik, hogy ezen a szakaszon a jármű összes mozgási energiája változatlan, egészen a fékezés szakasz megkezdéséig. mivel a teljes megállásakor a mozgási energia zérussá válik, így ez azt jelenti, hogy az ezen a szakaszon elvégzett munkák összege – a 2.45.c ábrán negatívval megjelölt szakasz – egyenlő a jármű mozgási energiájával, tehát következésképpen a \oplus -szal megjelölt területtel.

Az említett negatívval megjelölt területtel szemléltetett munka súrlódási hővé alakul, részben a kerekek és az út között (t tengely feletti terület), részben pedig a fékszerkezetben (t tengely alatti terület).

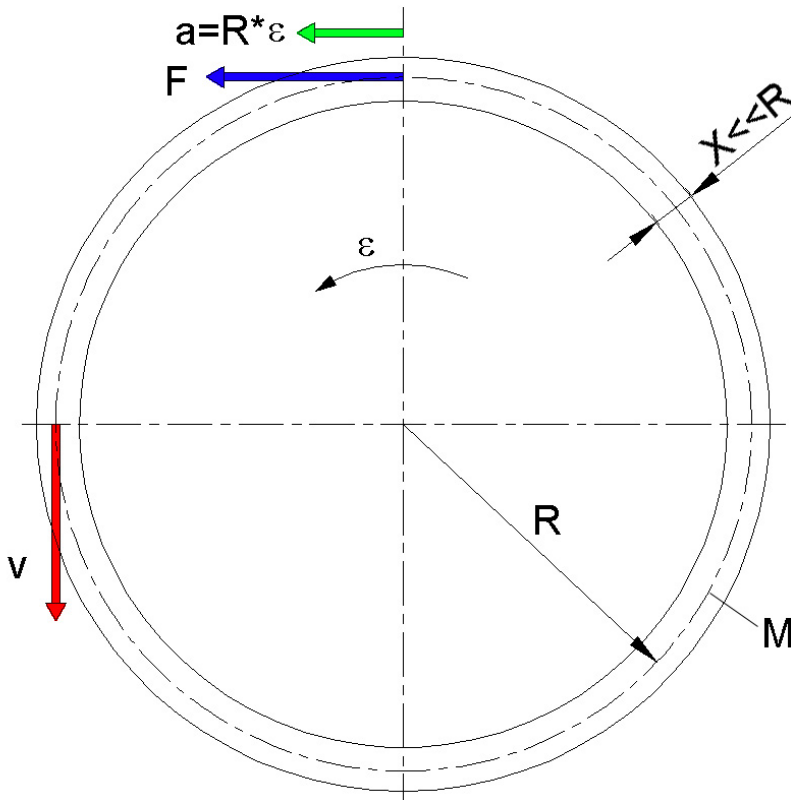
Felhívjuk a figyelmet befejezésül a teljesítmény-idő menetábrában látható kiugró teljesítmény csúcsokra. A fékezés területén jelentkező teljesítménycsúcs nagysága a jármű vontatóerejét nem terheli, nagysága attól függ, milyen nagy fékerőt alkalmazunk az adott sebességről történő megállásra. Az indítási szakasz befejezésekor jelentkező teljesítménycsúcs, mely az üzemi teljesítmény többszörösére is adódhat, a meghajtó erőgép szempontjából igen kedvezőtlen. Nem beszélve arról, hogy a meghajtó gépet erre a maximális teljesítményre kell tervezni.

Feltétlenül szükséges tehát ennek a teljesítménycsúcsnak a letompítása. Ennek egyik lehetséges módja az indítási idő megnövelése. Külön magyarázat nélkül is érthető, hogy így kisebb teljesítménycsúcs adódik. Természetesen ez a módszer nem alkalmas mindenhol, sok esetben éppen azért nem, mert meghatározott idő alatt kell elérni az üzemi sebességet.

A gyakorlatban nem is nagyon használják az egyfokozatú indítást, hanem inkább a többfokozatú, szakaszonként áll., de egyre kisebb gyorsulással indítanak. A többfokozatú indítás következménye a kiugró teljesítménycsúcs szintén letompul, ami azt jelenti, hogy kisebb telj. lehet a járművet hajtó motor. Mindezek mellett a gyorsítási idő sem növekszik meg mértéktelenül. Ezzel itt nem foglalkozunk részletesebben, még arra kívánjuk felhívni a figyelmet, hogy az indítási mód a meghajtómotorok a függvénye. Másként kell indítani villamosmotorral meghajtott járművet, másként egy belsőégésű motorral meghajtottat, és másként egy gőz- v. gázturbina indításút.

2.3.3. A forgó tömeg mozgási energiája, a gyorsító nyomaték munkája

A gépek többsége a mechanikai munkát forgó mozgás során szolgáltatja, viszi át és használja fel. Fontos tehát megvizsgálnunk, hogy a forgó mozgást végző gépelem mozgási energiája hogyan számítható. A forgó tömeg hatását és szerepét egy R sugarú gyűrűn tanulmányozhatjuk a legegyszerűbben (2.46. ábra).



2.46. ábra

A gyűrű szélességi mérete (x) az R sugár mellett legyen elhanyagolhatóan kicsi. Így a v kerületi sebesség az ω szögsebességgel forgó gyűrű minden tömegpontjára azonos:

$$v = R \cdot \omega \text{ (m/s),}$$

Tehát a gyűrű mozgási energiája – az egyenes vonalú mozgást végző test mozgási energiájához hasonlóan – ahová a v sebesség helyébe $R\omega$ -t helyettesítve:

$$E_m = \frac{m \cdot R^2 \cdot \omega^2}{2} \text{ (N)},$$

A két összefüggés összehasonlítása során arra a következtetésre juthatunk, hogy a v sebesség szerepét az ω szögsebesség vette át, és az m tömeg helyébe az mR^2 szorzat lépett. Ezt az mR^2 szorzat lépett be. Ezt az mR^2 szorzatot a forgó tömeg másodrendű vagy tehetetlenségi nyomatékának nevezzük, így a vizsgált gyűrűre a tehetetlenségi nyomaték:

$$\Theta = m \cdot R^2 \text{ (kgm}^2\text{)},$$

Ezzel a forgó gyűrű mozgási energiája:

$$E_m = \frac{\Theta \cdot \omega^2}{2} \text{ (J)},$$

azaz a szögsebesség négyzetével arányos és annál nagyobb, minél nagyobb a Θ tehetetlenségi nyomaték.

Ahhoz, hogy eredményünket ne csak egy vékony, nagy átmérőjű gyűrűre alkalmazhassuk, fel kell oldanunk ezt a kikötést. Az említett kikötés elhagyása esetén az ω szögsebesség tekintetében nem kell semmiféle változtatást sem végeznünk, hiszen a szögsebesség bármilyen alakú, formájú forgó mozgást végző test minden pontjára jellemző érték és azonos. Más a helyzet a tehetetlenségi nyomaték esetében. Egy meghatározott méretű, véges kiterjedésű test (pl.: egy korong) esetében nem mondhatjuk, hogy a tömege a forgásközépponttól R távolságban van, hiszen a tömege kiterjedésén belül egyenletesen oszlik el. Ennek következtében minden dm tömegelemre ki kell számítani az: $r^2 \cdot dm$ szorzatot, ami az illető tömegelem elemi tehetetlenségi nyomatéka, és ezeket kell összegezni a teljes tömegre, hogy a test tehetetlenségi nyomatékát kapjuk:

$$d\Theta = r^2 \cdot dm$$

$$\Theta = \int_m r^2 dm \text{ (kgm}^2\text{)},$$

Míndez persze nem változtat a

$$E_m = \frac{\Theta \cdot \omega^2}{2} \quad (\text{J}),$$

összefüggésen, csak arra hívja fel a figyelmet hogy a tehetetlenségi nyomaték meghatározásánál körültekintően kell eljárni.

A tehetetlenségi nyomaték meghatározása tehát mindenkor egy integrálási művelet végeredményeként kapható. A forgó mozgást végző gépelemek oly sokfélék, alakjuk sokszor olyan bonyolult, hogy ez az integrálás egyáltalán nem, vagy csak jelentős elhanyagolások mellett végezhető el. Éppen ezért a leggyakrabban előforduló gépelemek tehetetlenségi nyomatékait a gépészeti v. műszaki zsebkönyvekben megtalálhatóak.

A tehetetlenségi nyomatékkal kapcsolatban érdemes megjegyezni: egyáltalán nem lehet megmondani, hogy pl. a korong tehetetlenségi nyomatéka

$$\frac{m}{2} \cdot R^2.$$

A meghatározáshoz hozzá tartozik, hogy a közepén átmenő, síkjára merőleges tengelyre vonatkoztatva. Minden más tengelyre más a tehetetlenségi nyomaték értéke. Ez egyenesen következik a tehetetlenségi nyomaték definiáló egyenletéből:

$$d\Theta = r^2 \cdot dm$$

amiben benne van, hogy ugyanazon tömegelem tehetetlenségi nyomatéka a forgástengely elhelyezkedésétől függően más és más. Így tehát:

$$\Theta = \int_m r^2 dm$$

értéke is függ a tengely elhelyezkedésétől.

A tehetetlenségi nyomatékkal kapcsolatban két fontos törvényt jegyezzünk meg, melyeket itt bizonyítás nélkül közlünk:

1. Egy test tehetetlenségi nyomatékai közül a súlyponton átmenő tengelyre számított tehetetlenségi nyomaték a legkisebb. (Ált. ezt tartalmazzák a táblázatok).
2. Ha ismerjük a súlypontra számított tehetetlenségi nyomatékot, bármely más – azzal párhuzamos – tengelyre vonatkozó tehetetlenségi

nyomaték megkapható úgy, hogy a súlyponti tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatékhoz hozzáadjuk a test tömegének és a két tengely távolsága négyzetének szorzatát:

$$\Theta_x = \Theta_s + m \cdot t^2,$$

ahol Θ_s : a súlyponti tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték,
 m: a test tömege,
 t: a két tengely távolsága. (Ez a Steiner-tétel.)

Ezek után vizsgáljuk meg a bevezetőben említett gyűrű felgyorsításának folyamatát (2.46. ábra).

A gyűrűre valamelyik kerületi erő hat, aminek a hatására állandó kerületi gyorsulás jön létre. Tehát Newton 2. törvénye alapján:

$$F_k = m \cdot a_k \text{ (N)},$$

hiszen a gyűrű minden pontjának kerületi gyorsulása azonos!

Az 1.1.2.2. fejezetben leírtak szerint:

$$a_k = R \cdot \varepsilon \left(\frac{m}{s^2} \right),$$

ahol ε a szöggyorsulás.

Ezzel a helyettesítéssel:

$$F_k = m \cdot R \cdot \varepsilon \text{ (N)},$$

Ha az egyenlet mindkét oldalát kettővel megszorozzuk, a bal oldalon az $F_k \cdot R$ szorzat a gyűrűre ható nyomatékot jelenti, ami a gyorsuló mozgást létrehozza:

$$M = F_k \cdot R = m \cdot R^2 \cdot \varepsilon \text{ (mN)},$$

Az mR^2 szorzat már az előzőekből ismerős, a gyűrű tehetlenségi nyomatéka tehát:

$$M = \Theta \cdot \varepsilon \text{ (mN)},$$

azaz a gyorsító nyomaték a tehetlenségi nyomaték és a szöggyorsulás szorzata. Ha most a tehetlenségi nyomatékot teljesen általánosan fogjuk fel, azaz:

$$\Theta = \int_m r^2 dm \text{ (kgm}^2\text{)},$$

akkor az összefüggésünk is teljesen általánossá válik.

Érdeemes figyelni a most felirt összefüggés és Newton 2. törvénye közötti analógiára. Erő helyett nyomaték, tömeg helyett tehetetlenségi nyomaték, gyorsulás helyett szöggyorsulás írandó, tehát a felirt összefüggés nem más, mint Newton 2. törvénye forgó mozgás esetére.

A felirt összefüggés alkalmas a tehetetlenségi nyomaték kísérleti úton történő meghatározására. Adott nyomatékkal gyorsítunk egy forgó gép-
elemet, mérjük, ill. számítjuk a létrejött szöggyorsulást az

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

összefüggésnek megfelelően. Ezek ismeretében az ismeretlen tehetetlenségi nyomaték meghatározható.

Vizsgáljuk meg most azt, hogy mennyi munkát kellett végeznünk a gyűrű felgyorsításához. A már jól ismert definiáló egyenletből kiindulva, az elemi munka esetünkben:

$$dW = F_k \cdot ds$$

ds helyébe az elemi ívhosszat írva, ami mentén F_k a munkát végzi:

$$ds = R \cdot d\varphi$$

így az elemi munka: $dW = F_k \cdot R \cdot d\varphi = M \cdot d\varphi$ (N),

A nyomatékról tudjuk, hogy: $M = \Theta \cdot \varepsilon$ (mN),

tehát behelyettesítve: $dW = \Theta \cdot \varepsilon \cdot d\varphi$ (J),

Összefüggésünk tovább egyszerűsíthető, ha felhasználjuk, hogy:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \text{ és } d\varphi = \omega \cdot dt.$$

Ezekkel a lehetséges egyszerűsítések után:

$$dW = \Theta \cdot \omega \cdot d\omega \text{ (J)},$$

Az összefüggés már egyszerűen integrálható, hiszen a tehetetlenségi nyomaték a szögsebességtől független, s így az integrálás jele elé kiemelhető, aminek az eredménye így:

$$W = \Theta \cdot \frac{\omega^2}{2}.$$

Tehát a gyűrű (vagy általánosítva, valamely Θ tehetetlenségű forgó gép-
elem) felgyorsításához szükséges munka egyenlő a forgó gép-
elem mozgási energiájával.

Ha alaposabban belegondolunk levezetésünk eredményébe, megállapíthatjuk hogy az cseppet sem meglepő, sőt előre várható volt. Hiszen mi másra fordítható a gyorsítás során végzett munka, mint a mozgási energia növelésére.

2.3.4. Több tömegű rendszer mozgási energiája

A gépek és a járművek mozgási energiájának szabatosabb meghatározása szükségessé teszi a haladó és forgó mozgás együttes vizsgálatát. A munkaképességek összegezhetőségének elve (szuperpozíció) rendkívül egyszerűvé teszi az eljárást. Vizsgáljunk meg egy mozgócsigát, mely emelkedése közben forog. Ha emelkedési sebessége v , szögsebessége ω , úgy teljes mozgási energiája.

$$E_m = \frac{mv^2}{2} + \frac{\Theta\omega^2}{2}$$

Összefüggésünk egyszerűbben kezelhetővé válik, ha bevezetjük a redukált tömeg fogalmát, a következő definiáló egyenlet szerint:

$$\Theta = m_{red} \cdot R^2 \text{ (kgm}^2\text{)}$$

ami azt jelenti, hogy a gép-
elem tehetetlenségi nyomatéka (az aktuális-
tengelyre) egyenlő egy m_{red} tömegű R sugáron elhelyezkedő tömeg-pont tehetetlenségi nyomatékával. Mivel biztosak lehetünk afelől, hogy a redukált tömeg kifejezhető a tényleges tömeg valahány szorosaként, írható

$$m_{red} = \lambda \cdot m \text{ (kg)}$$

ahol λ pozitív szám. Az összes mozgási energia ezzel a helyettesítéssel

$$E_m = \frac{mv^2}{2} + \lambda \frac{m(R\omega)^2}{2} = (1 + \lambda) \frac{mv^2}{2} \text{ (J)}$$

mert $R\omega = v$ a kerületi sebesség.

Ez azt jelenti, hogy pl. a jármű forgó gépelemei nemcsak tömegükkel járulnak hozzá a jármű mozgási energiájához, hanem ezen felül forgó mozgásuk energiájával megnövelik azt. Gondolatmenetünk általánosítható bármely összetett szerkezetre, melynek egyes elemei csak haladó, vagy haladó és forgó mozgást végeznek. A gépelemek közé iktatott áttételek miatt persze már nem beszélhetünk egyetlen sebességről, de írható

$$E_m = \sum_i \frac{m_i \cdot v_i^2}{2} + \sum_i \frac{\Theta_i \cdot \omega_i^2}{2} \quad (J).$$

Természetesen minél bonyolultabb gépről van szó, annál munkaigényesebb a feladat megoldása, így az esetek többségében meg kell elégednünk a láthatóan nagy tehetetlenségi nyomatékú, vagy nagy szögsebességű gépelemek hatásának vizsgálatával, a többbit pedig többé-kevésbé elhanyagolhatónak tekintjük.

Még annyit kívánunk itt megjegyezni, hogy adott esetben az áttételek figyelembevételével – a gép valamennyi tömege egyetlen redukált tömeggel is helyettesíthető. A módszer alkalmazását a 2.47. ábra kapcsán tekinthetjük át röviden.

Az emelkedő teher mozgási energiája.

$$E_{mG} = \frac{mv_0^2}{2} \quad (J)$$

A mozgócsiga tömegét tekintsük elhanyagolhatóan kicsinek.

A forgódob mozgási energiája:

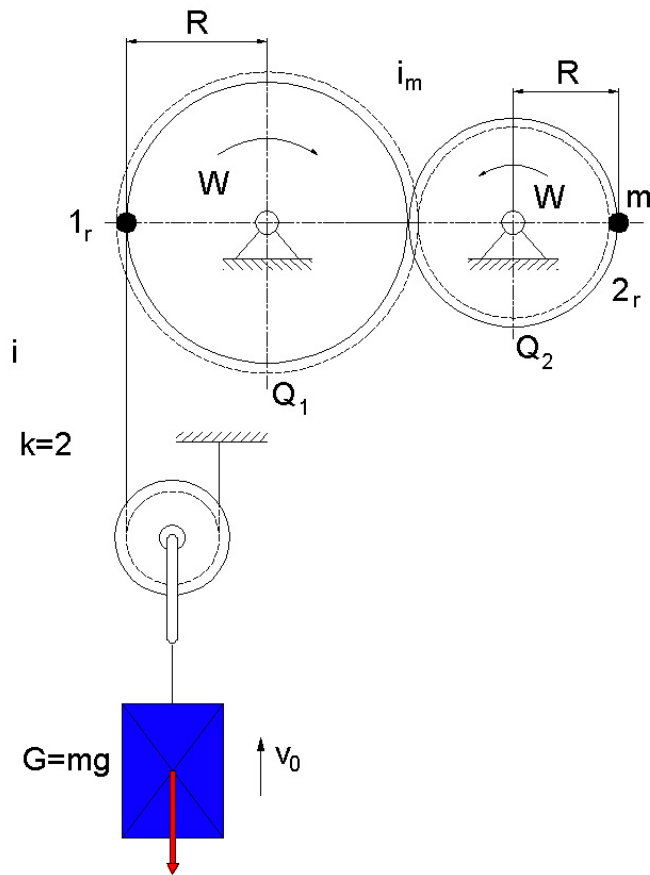
$$E_{m1} = \frac{\Theta_1 \cdot \omega_1^2}{2} \quad (J)$$

A motor tengelyének mozgási energiája

$$E_{m2} = \frac{\Theta_2 \cdot \omega_2^2}{2} \quad (J)$$

Az egyéb gépelemek hatásától eltekintünk! Az összes mozgási energia:

$$E_m = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{\Theta_1 \omega_1^2}{2} + \frac{\Theta_2 \cdot \omega_2^2}{2}$$



2.47. ábra

Korábbi ismereteink szerint a dob kerületi sebessége:

$$v_1 = i_k \cdot v_0 = R \cdot \omega_1 \left(\frac{m}{s} \right)$$

Tehát ω_1 helyébe

$$\omega_1 = \frac{i_k \cdot v_0}{R} \left(\frac{1}{s} \right)$$

írható.

Mivel:

$$\omega_2 = i_m \cdot \omega_1 \left(\frac{1}{s} \right)$$

a fenti összefüggéssel egybevetve

$$\omega_2 = i_m \cdot i_k \cdot \frac{v_0}{R} \left(\frac{1}{s} \right)$$

Az eredményeket behelyettesítve és az összefüggést rendezve

$$E_m = \frac{v_0^2}{2} \left(m + \frac{\Theta_1}{R^2} \cdot i_k^2 + \frac{\Theta_2}{R^2} \cdot i_k^2 \cdot i_m^2 \right) \quad (J)$$

Ha $\Theta_1 = m_{1r} \cdot R^2$ és $\Theta_2 = m_{2r} \cdot R^2$

akkor a mozgási energia

$$E_m = \frac{v_0^2}{2} \left(m + m_{1r} \cdot i_k^2 + m_{2r} \cdot i_k^2 \cdot i_m^2 \right) \quad (J)$$

A zárójelben lévő három tag összege nem más, mint a forgó tömegeknek a teher súlypontjába redukált értéke, hiszen csak a teher emelkedési sebessége szerepel a mozgási energia összefüggésében.

Így
$$E_m = m_{red} \cdot \frac{v_0^2}{2} \quad (J)$$

ahol

$$m_{red} = m + m_{1r} \cdot i_k^2 + m_{2r} \cdot i_k^2 \cdot i_m^2 \quad (\text{kg})$$

Ezt a végső redukciót az áttételek négyzetével kell elvégezni.

2.3.5. A munkasebesség egyenlőtlensége, a lendítőkerék

A gép járásának egyenletességét a hajtóerő és az ellenállás egyensúlya biztosítja. Ez korábbi megállapításaink teljes általánosításának felel meg. Forgó mozgást végző gép egyenletes üzeme (a szögsebesség) állandósága csak úgy biztosítható, ha a hajtó nyomaték (M_h) és az ellenállás nyomatéka (M_f) (súrlódás és a terhelés együttes hatása) egyensúlyt tart. Ha ez az egyensúly valamilyen okból felborul, úgy a gépelem gyorsulni, ill. lassulni fog, ugyanis:

$$M_h - M_f = M$$

gyorsító vagy lassító nyomaték keletkezik. Ez a nyomaték – mint már tudjuk – valamilyen szöggyorsulást idéz elő,

$$E = \frac{M}{\Theta} \left(\frac{1}{s^2} \right)$$

ahol Θ a forgó gépelem tehetetlenségi nyomatéka. A szöggyorsulás hatására a szögsebesség változni fog. A gép járása sohasem tökéletesen egyenletes. Ez ugyanis azt jelentené, hogy a teljes üzemidő alatt – leszámítva az indulás és leállítás szakaszát – a hajtóerő és az ellenállások egyensúlyban vannak. A valóságban a gép járása egyenlőtlen, ütemesen ingadozik. Ez két okból adódik:

- vagy a hajtógép (erőgép) alapvetően egyenlőtlen járású és a terhelés időben állandó (pl. dugattyús motorok)
- vagy a terhelés ingadozik ütemesen, és az erőgép egyenletes járású (pl. villanymotor).

Az eredmény mindkét esetben a gép egyenlőtlen járása. Az egyenlőtlen járás miatt a szögsebesség valamely maximális (ω_1) és minimális (ω_2) érték között ingadozik. Hogy a gép járása mennyire egyenlőtlen, annak jellemzőeként az egyenlőtlenességi fokot használjuk, mely megmutatja, hogy a szögsebesség ingadozásának nagysága hogyan viszonylik a közepes értékhez képest.

$$\delta = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_k}$$

ahol a közepes szögsebéségen

$$\omega_k = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \left(\frac{1}{s} \right)$$

értjük.

Ezen egyenlőtlenességi fok még megengedhető értékét szokták előírni adott gép esetén. Természetesen esete válogatja, hogy milyen fokú egyenlőtlenesség viselhető még el. Igen egyenletes járásúnak kell pl. egy szövőgépnek vagy fonógépnek, ugyanakkor még nagyfokú egyenlőtlenesség is elviselhető pl. egy őrlőgépben. A gép járásának egyenletessé tétele azon felismerésen alapszik, hogy minél nagyobbak a gyorsítandó tömegek, adott munkafelesleg esetén annál kisebb gyorsulásokat eredményez, így a sebesség-ingadozás is csökken.

Nincs tehát más feladatunk, mint a nem kellően egyenletes járású gép alkalmas tengelyére egy megfelelő nagy tömegű, helyesebben nagy tehetet-

lenségi nyomatékú kereket elhelyezni. Ezt a kereket vagy korongot lendítőkereknek nevezzük. Szerepe, hogy a jelentkező hajtóerő-felesleget elraktározza, miközben szögsebessége és mozgási energiája csökken.

A lendítőkérék szögsebessége (ω_1) és (ω_2) között ingadozik, az általa elraktározott mozgási energia maximálisan.

$$W = \frac{\Theta \cdot \omega_1^2}{2} - \frac{\Theta \cdot \omega_2^2}{2} \quad (\text{J})$$

Az egyenlet átalakítása után

$$W = \Theta (\omega_1 - \omega_2) \cdot \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad (\text{J})$$

Tudjuk, hogy
$$\frac{\omega_1}{2} + \frac{\omega_2}{2} = \omega_k$$

valamint
$$\delta = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_k}$$

ezekkel
$$W = \Theta \cdot \omega_k^2 \cdot \delta \quad (\text{J})$$

Ebben az összefüggésben Θ a lendítőkérék tehetetlenségi nyomatéka, ω_k a kívánatos közepes szögsebesség, δ pedig az adott gépre megengedett egyenlőtlenégi fok. Ha W értékét, tehát az elraktározandó munka (energia) mennyiségét meg tudjuk határozni, úgy a lendítőkérék Θ értéke számítható.

A W értékét oly módon határozhatjuk meg, hogy megvizsgáljuk a gép üzemét lendítőkérék nélkül. Ekkor azt tapasztaljuk, hogy a munkafelesleg és munkahiányok jelentkeznek. Nyilvánvaló, hogy a lendítőkéréknek – éppen feladata miatt – a legnagyobb jelentkező különbségei (abszolút értékben) kell elraktároznia.

Tehát:

$$W = W_{\max} - W_{\min}$$

A lendítőkerek tömegének legnagyobb részét a kerületen helyezik el, így célszerűen kisméretű kerék esetén is nagy tehetlenségi nyomatékhoz jutunk. Ebből következően azonban nem jelent túlságosan nagy hibát, ha feltesszük, hogy

$$\Theta \cong m \cdot R^2 \quad (\text{kgm}^2)$$

ahol m a kerék koszorújának tömege, R pedig a kerék sugara. Ezzel a közelítéssel a lendítőkerék méretezésére alkalmas összefüggés:

$$W = m \cdot v_k^2 \cdot \delta \quad (\text{J})$$

Innen pedig célszerűen már csak a lendítőkerék koszorújában elhelyezendő tömeg határolandó meg.

Az említett elhanyagolással a helyzeten biztosan nem rontottunk, ugyanis az elkészülő lendítőkerék tehetetlenségi nyomatéka biztosan nagyobb lesz, mint az általunk feltételezett – miáltal a gép járása még egyenletesebb lesz.

2.3.6. Típusfeladatok

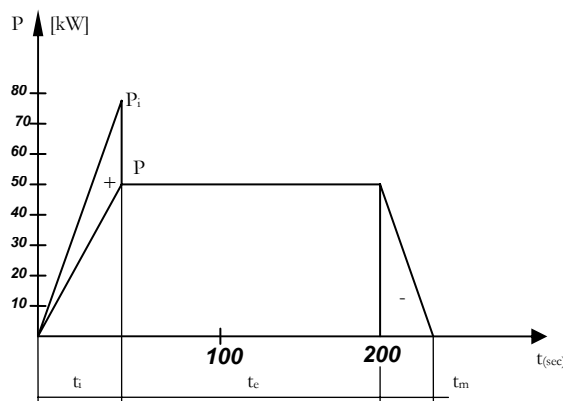
16. feladat

Vasúti jármű az indítás pillanatában adja le maximális teljesítményét, 80kW-ot. Egyenletes üzemben a leadott teljesítmény 50 kW. Az indítás ideje 50 sec.

- Mennyi idő alatt áll meg a jármű szabadkifutással, ha a mozgás változatlan körülmények között történik?
- Mekkora teljesítménnyel csökkenthetjük a megállási időt 5 s-mal?

Megoldás:

a) A szabadkifutás ideje az 1. ábra alapján számítható, mivel az energia megmaradás elve alapján a „+” és „-” jellel jelölt területek nagysága azonos, vagyis:



1. ábra

$$\frac{P_i - P}{2} t_i = \frac{P \cdot t_m}{2} \text{ rendezve az egyenletet:}$$

$$t_m = \frac{P_i - P}{P} t_i = 30s$$

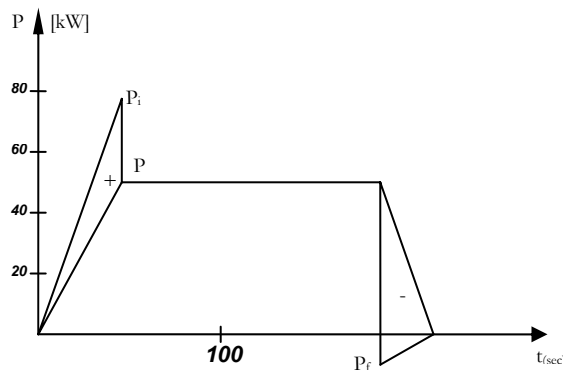
b) Az előbbi megfontolásokat figyelembe véve a 2. ábra alapján felírható:

$$\frac{(P_i - P)}{2} t_i = \frac{(P \cdot P_f)}{2} t_m$$

így:

$$P_f = \frac{P_i - P}{t_m} t_i - P$$

$$P_f = 10kW$$



2. ábra

17. feladat

Egy gép az adott üzemállapotban 122 *mN* nyomatékot ad le 900 *ford/min* fordulatszám mellett. A terhelés változása miatt a gép átáll egy új munkapontba, ahol nyomatéka 173 *mN*, fordulatszáma pedig 800 *ford/min*.

Mennyi ideig tart a gép átállása, ha tudjuk, hogy az üresjárási nyomaték 12,5 *mN*, az üresjárási fordulatszám 1120 *ford/min*?

Vegye figyelembe, hogy a gép az üresjárási állapotból 4 perc alatt áll meg szabad kifutással!

Megoldás:

A gépet lassító nyomaték $M_{\text{lassító}} = 173 - 122 = 51 \text{ mN}$

A gép tehetetlenségi nyomatéka a szabadkifutás időtartamából határozható meg.

Az üresjárási teljesítményfelvétel: $P_o = M_o \cdot \omega = 12,5 \cdot \frac{1120}{9,55} \approx 1466 \text{ W}$

Így a $\frac{1}{2} \cdot \Theta \cdot \omega^2 = P_o \cdot \frac{\Delta t_{\text{szabadkifutás}}}{2}$ összefüggésből:

$$\Theta = P_o \cdot \frac{\Delta t_{\text{szabadkifutás}}}{\omega^2} = 1466 \cdot \frac{4 \cdot 60}{\left(\frac{1120}{9,55}\right)^2} \approx 25,5 \text{ kgm}^2$$

A lyétrejövő szöglassulás, ha a nyomaték nem változna:

$$\varepsilon = \frac{M_{\text{lassító}}}{\Theta} = \frac{51}{25,5} = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Ilyen szöglassulással az átállás ideje:

$$\Delta t = \frac{\Delta \omega}{\varepsilon} = \frac{\frac{100}{9,55}}{2} = 5,2 \text{ s}$$

Mivel változik a lassító nyomaték az átállás során (folyamatosan csökken) a tapasztalatok azt mutatják, hogy a tényleges átállási idő a kiszámított érték háromszorosa, tehát körülbelül 16 sec.

18. feladat

Legyen adott egy munkagép, melyet váltakozó terhelés ér:

- 8 sec ideig 127 mN nyomaték
- 18 sec ideig 80 mN nyomaték

Határozzuk meg a gép

- átlagos fordulatszámát, (572 ford/min)
- átlagos teljesítményfelvételét, (5,66 kW)
- járásának egyenlőtlenségi fokát! (0,03)

Amennyiben a járás egyenlőtlenségi foka nagyobb, mint 0,01, akkor határozzuk meg, hogy az egyik, 500 *ford/min* fordulatszámú tengelyre mekkora tömegű lendítőkereket kell elhelyeznünk, ha a tömegredukciós tényező 0,75-nek vehető fel. (1516 *kg*)

Mekkora legyen az öntöttvasból készülő lendítőkerek koszorúszélessége, ha 25 cm-es a koszorúvastagsága és 1 m az átlagos koszorúátmérő.

Vegyük figyelembe, hogy a gép

- fordulatszám-nyomaték jelleggörbéje egyenessel közelíthető és két pontja (500;100) ill. (1350;35), *ford/min* ill. *mN* mértékegységet alkalmazva,
- üresjárás teljesítményfelvétele 1,63 *kW*,
- a főtengely 1000 *ford/min* üresjárás fordulatszámról 5,3 *perc* alatt áll meg szabadkifutással.

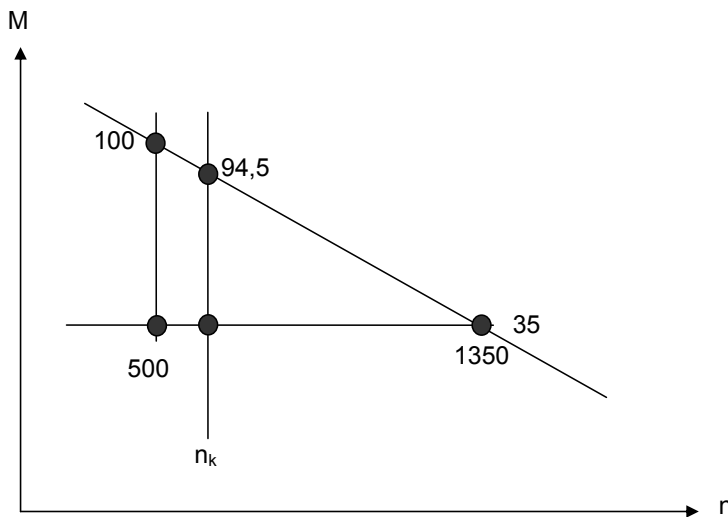
Megoldás:

Az átlagos terhelő nyomatékra igaz, hogy $M_k \cdot (8+18) = 127 \cdot 8 + 80 \cdot 18$,

ahonnan $M_k = \frac{127 \cdot 8 + 80 \cdot 18}{8+18} = 94,5 \text{ mN}$.

Az átlagos terheléshez tartozó fordulatszám annak az információnak a segítségével határozható meg, hogy a nyomaték kb. lineárisan változik az 500 – 1350 *ford/min* tartományban.

Az alábbi ábrán látható hasonló háromszögek segítségével:



$$\frac{100 - 35}{94,5 - 35} = \frac{1350 - 500}{1350 - n_k},$$

ahonnan $n_k = 572$ ford/min.

Ezzel a két adattal az átlagos teljesítmény

$$P_k = M_k \cdot n_k = 94,5 \cdot \frac{572}{9,55} = 5,66 \text{ kW}$$

Az egyenlőtlenlégi fok szoros összefüggésben van a tehetetlenségi nyomatékkal, amit a 3/(2) feladat megoldásánál ismerttetett módon számíthatunk ki és értéke $\Theta_{1000} = 47,3 \text{ kgm}^2$

Megjegyzés: az indexben alkalmazott jelölés arra emlékeztet, hogy az 1000 ford/min fordulatszámú tengelyre redukált tehetetlenségi nyomaték értéke ennyi.

A szögsebesség változását okozó nyomaték a közepes értéknél nagyobb ill. kisebb érték, azaz 32,5 mN (8 másodpercen át) ill. 14,5 mN (18 másodpercen át).

Ahhoz, hogy az átlagos fordulatszám ingadozási sávját meghatározzuk a tehetetlenségi nyomaték értékét erre a fordulatszámra kell redukálni. Felhasználva, hogy a mozgási energia mennyisége azonos kell legyen:

$$\Theta_{572} = \Theta_{1000} \cdot \left(\frac{1000}{572} \right)^2 = 47,3 \cdot 3,06 = 144,7 \text{ kgm}^2$$

Ezt felhasználva a szögsebesség-ingadozás

$$\Delta\omega = \frac{32,5}{144,7} \cdot 8 = \frac{14,5}{144,7} \cdot 18 = 1,8 \frac{\text{rad}}{\text{s}},$$

tehát a fordulatszám-ingadozás

$$\Delta n = 17,19 \frac{\text{ford}}{\text{min}}$$

és az egyenlőtlenlégi fok

$$\delta = \frac{\Delta n}{n_k} = \frac{17,19}{572} = 0,03$$

Ugyanerre az eredményre juthatunk, ha meghatározzuk a mozgási energia többletet ill. hiányt, majd a

$$\delta = \frac{\Delta E}{2 \cdot E_k}$$

összefüggést használjuk fel.

A mozgási energia többlete ill. hiánya:

$$\Delta E = (127 - 94,5) \cdot \frac{572}{9,55} \cdot 8 = 15573 \text{ mN}, \text{ ill.}$$

$$\Delta E = (94,5 - 80) \cdot \frac{572}{9,55} \cdot 18 = 15633 \text{ mN}.$$

Mivel a kettőnek elvileg azonosnak kell lennie a valós értéknek a kettő átlagát vegyük, tehát $\Delta E = 15603 \text{ mN}$. Ezzel pedig az egyenlőtlenségi fok:

$$\delta = \frac{15603}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 144,7 \cdot \left(\frac{572}{9,55}\right)^2} = 0,03,$$

ami igen pontosan egyezik az előző eredménnyel.

Amennyiben a 0,01-re szeretnénk csökkenteni az egyenlőtlenségi fokot, akkor növelni kell a tehetetlenségi nyomatékot, ami a megoldás első részét felhasználva pl.

$$\Theta'_{572} = \frac{32,5}{0,01 \cdot \left(\frac{572}{9,55}\right)} \cdot 8 = 434 \text{ kgm}^2$$

kell legyen, azaz a többlet 289,3 kgm². Mivel a feladat szerint az 500 ford/min fordulatszámú tengelyre helyezük, a többletet „át kell redukálnunk” az említett tengelyre ahol a tehetetlenségi nyomaték így

$$\Theta'_{\Delta 500} = 289,3 \cdot \left(\frac{572}{500}\right)^2 = 379 \text{ kgm}^2$$

Figyelemmel a megadott 0,75 tömegredukációs tényezőre a lendítőkerék tömege:

$$m_l = \frac{\Theta'_{\Delta 500}}{r^2} = \frac{379}{0,75 \cdot 0,5^2} = 1516 \text{ kg}$$

2.3.7. Önellenőrző kérdések

1. Hasonlítsa össze az egyenletes és a változó sebességű üzem matematikai modelljét!
2. Milyen szakaszai vannak az indulástól a leállásig tartó üzemnek?
3. Melyek a legfontosabb menetábrák?
4. Mi a szabadkifutás?
5. Mi a gyorsító erő?
6. Mire fordítódik a gyorsító erő munkája?
7. Miért előnytelen az egy fokozatban, állandó gyorsulással történő indítás?
8. Hogyan csökkenthető az egy fokozatban, állandó gyorsulással történő indításnál jelentkező teljesítménycsúcs?
9. Legfeljebb hányad részére csökkenthető az egy fokozatban, állandó gyorsulással történő indításhoz tartozó teljesítménycsúcs azonos idő alatt, azonos sebességre történő többfokozatú indítással? Igazolja szemléletes módon!
10. Hogyan határozható meg a forgó mozgást végző tömegek felgyorsításához szükséges munka?
11. Mi a tehetetlenségi nyomaték?
12. Mi a tömegredukciós tényező? Milyen szélső értékei vannak?
13. Mit értünk egy gépi berendezés redukált tehetetlenségi nyomatéka alatt?
14. Hogyan értelmezhető egy gép átlagos terhelése illetve teljesítménye?
15. Mi az egyenlőtlenégi fok?
16. Hogyan függ össze az egyenlőtlenégi fok és a gép tehetetlenségi nyomatéka?
17. Mi a lendítőkerék szerepe?
18. Milyen főbb lépéseken keresztül határozható meg a lendítőkerék szükségessége és konkrét méretei?
19. Milyen módon határozható meg az az időtartam, ami egy gép egyik üzemállapotból egy másik üzemállapotba történő átállításához szükséges?
20. Tisztán energetikai szempontból vizsgálva, egy gép forgó tengelyei közül melyikre kell elhelyezni a lendítőkereket?
21. Egy gép forgó tengelyei közül melyikre célszerű elhelyezni a lendítőkereket? Miért?
22. Milyen következményekkel jár a lendítőkerék méretének növelése a gép üzemére vonatkozóan?

2.4. A gépek statikus üzeme

2.4.1. A gépek üzemi jellemzői. Jelleggörbék

Valamely gép teljesítményét az erő (hajtóerő ill. terhelés) és a munkasebesség szorzata határozza meg. E két tényező (forgó mozgásnál a forgatónyomaték és a fordulatszám) rendszerint nem független egymástól, hanem a gép üzemi tulajdonságait jellemző kapcsolatban áll egymással.

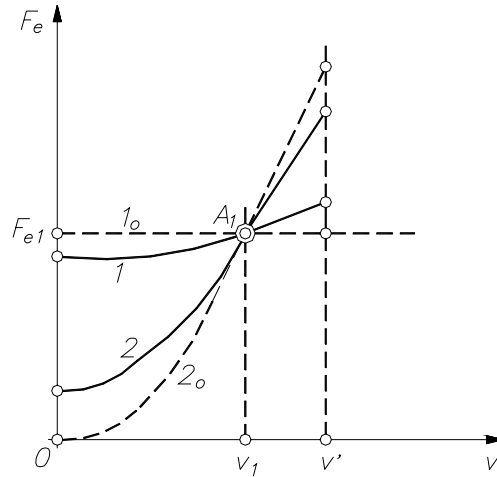
Már korábban rámutattunk a surlód kapcsolatoknak (surlód kerékpár, szíj- és kötélhajtás) arra a jellegzetes tulajdonságra, hogy a munkasebesség a terheléstől nem független, mert a terheléssel arányos megcsúszás (szlip) következtében minden terheléshez más-más munkasebesség tartozik. Az erőgép F hajtóereje és a munkagép F_e terhelési is a v munkasebességhez igazodik. E két üzemi jellemző kapcsolatát fejezi ki szemléletesen az a függvényábra, amely a hajtóerő ill. a terhelés változását a munkasebesség függvényében ábrázolja.

A szóban forgó $F = F(v)$, ill. $F_e = F_e(v)$ görbét nevezzük a gép jelleggörbéjének, mert e görbe alakjából következtethetünk a gép jellegzetes statikus üzemi tulajdonságaira. A jelleggörbe (jellemző görbe, karakterisztika) forgó mozgás esetében a forgatónyomaték és a fordulatszám jellegzetes kapcsolatát is jellemzi, és ennél fogva az $M_F = M_F(n)$, ill. $M_e = M_e(n)$ alakban is felrajzolható.

a) A munkagépek jelleggörbéi (2.48. ábra). A munkafolyamatok nagy csoportjánál az ellenállás a munkasebességtől független. Ilyen a teheremelés munkája és - jó közelítéssel - mechanikai súrlódás is. Az emelőgépek és kis sebességű futó- és forgatóművek jelleggörbéje eszerint az $F_e(v) = \text{konst.}$ egyenlettel jellemezhető, és vízszintes egyenessel ábrázolható (a 2.48. ábrán az 1_0 jelű görbe).

A munkafolyamatok másik jellegzetes csoportjánál az ellenállás a munkasebességnek kb. amásodik hatványával arányosan növekszik. A folyadéksúrlódás és a légellenállás ilyen függvénykapcsolatot eredményezve befolyásolja a vízgépek, a kompresszorok és a szellőztetők üzemet, valamint a nagy sebességű gépjárművek mozgását (a 2.48. ábra 2_0 görbéje).

A munkagépek legtöbbjénél az ellenállás mindkét jellegzetes alakja együttesen jelentkezik, a legváltozatosabb összetételben. Így pl. a kocsivontatásnál a légellenállás kismértékben módosítja a jelleggörbe vízszintes alakját (1 görbe). A szellőzőgép csapsúrlódása pedig a parabola alakú jelleggörbe kezdőpontját emeli meg (2 görbe).



2.48. ábra

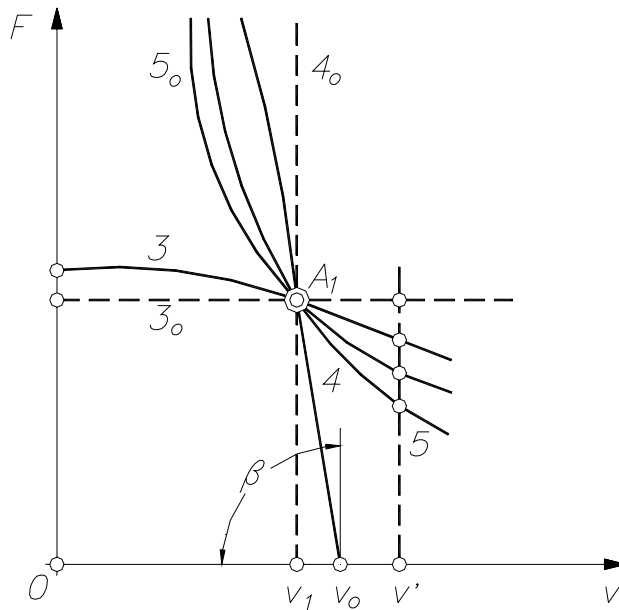
b) Az erőgép jelleggörbéi a 2.49. ábra szerint háromféle jellegzetes alakúak lehetnek:

1. Ha a hajtóerő a munkasebességtől függetlenül állandó, vagyis a jelleggörbe vízszintes egyenes, akkor azt erőtartó jellegűnek nevezzük: $F(v)=\text{konst.}$ Ilyen erőgép pl. a súlyerővel hajtott óramű (3_0 görbe). Ezt a jelleget közelíti meg az állandó töltésre beállított gőzgép is, amelynek hajtóereje azonban a munkasebesség növekedésével kissé csökken (3 görbe).
2. Az erőgépek különleges tulajdonsága lehet a hajtóerőtől független, állandó munkasebesség, azaz $v(F) = \text{konst.}$ is. Ilyen ún. sebességtartó jellege van a villamos szinkromotornak (4_0 görbe).

A sebességtartásnak kevésbé tökéletes változatát szemlélteti a 4 görbe, amelynél a teljes terheléshez tartozó munkasebesség a v_0 üresjárási munkasebességhez képest néhány százalékos csökkenést mutat (megcsúszás vagy szlip).

A mellékáramkörű villamos motor és a váltakozó áramú ún. indukciós motor jelleggörbéje is ebbe a csoportba sorolható.

Megemlítendő, hogy önműködő sebesség-(fordulatszám-) szabályozó beépítésével a szabályozó beavatkozása révén bármilyen jellegű erőgép sebességtartóvá tehető.

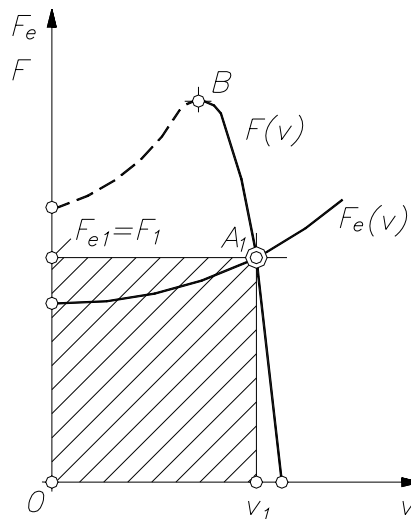


2.49. ábra

Vannak erőgépek, amelyeknek jellege az előző három alapösszefüggéstől nagyon eltérő, jelleggörbéjük azonban olyan, hogy a munkasebesség növekedésével a hajtóerő csökken. A gyorsuló gép hajtóerejének a csökkenése biztosítja az üzem stabilitását, azaz a hajtóerő és az ellenállás megbolygatótt egyensúlyi állapotának helyreállítását. A stabilis üzemű erőgép jelleggörbéjének eszerint süllyedő alakúnak kell lennie, vagyis érintőjének az abszcisszatengelyt negatív iránvtangenssel ($\operatorname{tg} \beta$) kell metszenie.

3. Az erőgép jellege végül olyan is lehet, hogy az erő és a sebesség szorzata, vagyis a gép teljesítménye marad változatlan. A teljesítménytartó gép jelleggörbéje ($Fv = \text{konst.}$) egyenlő oldalú hiperbola (5_0 görbe). Ezt közelíti meg a főáramkörű villamos motor görbéje, csak hogy annál valamivel meredekebb (5 görbe). Ilyen végül az „élő motor” is, amelynek munkasebessége növekvő terhelésnél szintén kb. úgy csökken, hogy a teljesítmény állandó maradjon.

A 2.50. ábra a forgóáramú indukciós motor jelleggörbéjét [$F(v)$ görbe] szemlélteti, amelynek folytonos vonallal kihúzott ága az ún. B billenőpontig stabilis jellegű, és az A_1 munkapont környezetében sebességtartó. A görbének szaggatott vonalú szakasza emelkedő jellegű, ez tehát a jelleggörbének labilis ága.



2.50. ábra

A munkagép jelleggörbéjének alakjából is következtethetünk az üzem stabilitására. Ez esetben az emelkedő jelleg biztosítja a stabilis üzemet (az érintő irántangense pozitív).

Csoporthajtásnál (amikor a közös közlőműről hajtott munkagépek üzemi tulajdonságai nem jutnak érvényre) az üzem jellegét az erőgép jellemzői szabják meg.

Az ún. különhajtásnál – amikor az erőgépet egyetlen munkagéppel gépcsoporttá egyesítjük – az erőgép üzemének jellegét a munkagép jellemző tulajdonságai is módosítják. Ilyenkor tehát a gépcsoport szerves egységének kell tekinteni, amelynek üzemi jellemzőivel a következő pontban részletesen foglalkozunk.

2.4.2. A gépcsoport egyenletes üzeme. Az üzem stabilizálása

A munkagéppel közvetlenül kapcsolt erőgép üzemi jellemzői a két jelleggörbe egymásra illesztésével szemléltethetők. A 2.50. ábrán az erőgép $F = F(v)$ jelleggörbéjét és a munkagép $F_e = F_e(v)$ jelleggörbéjét azonos léptékkel rajzoltuk egymásra. A merev munkakapcsolat miatt a két gép munkasebessége egyenlő, tehát a hajtóerő és az ellenállás egyensúlya csak a két görbe metszéspontjával jellemzett üzemi állapotban jöhet létre ($F_t = F_e$, ha $v = v_1$). Az A_1 metszéspont a gépcsoport munkapontja, amelynek koordinátái az $F_1 v_1$ területű (vonalkázott) derékszögű négyszöget zárják körül, vagyis az üzemi teljesítmény nagyságát is meghatározzák.

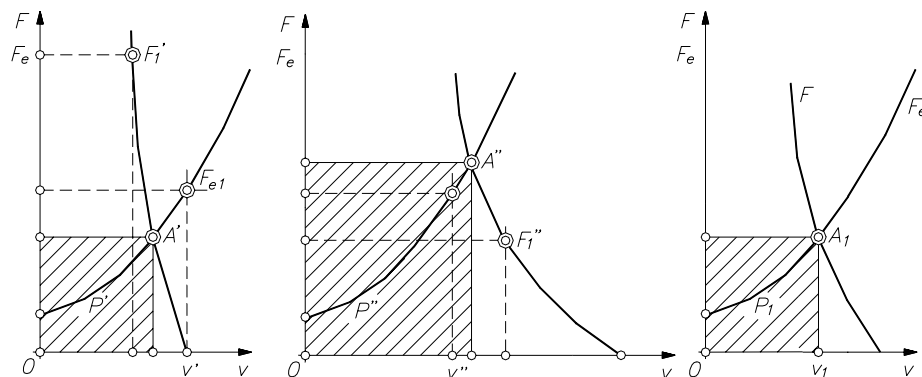
A két jelleggörbe metszéspontjával meghatározott munkapont nem mindig adja azt a munkasebességet, amelynél az erőgép is és a munkagép is legkedvezőbb (optimális) üzemviszonyok között dolgozik. Előfordulhat ugyanis, hogy azonos teljesítőképességű gép hibás összekapcsolása következtében a gépcsoport csak túlterheléssel juthat egyensúlyba, vagy teherbírásának csupán törtrészét tudja kifejteni (amint a 2.51. ábra szemlélteti).

Mindkét esetben megfelelő áttétel (módosítás) alkalmazásával lehet az erőgép és a munkagép üzemi jellemzőit egymással összehasonlítani.

A helyes összehangolás feltételeit a jelleggörbék munkapontjainak egymásra illesztésével lehet biztosítani. Ha az erőgép és a munkagép jelleggörbéjén kijelöltük azt a munkapontot, amelyen a két gépnek dolgoznia kell, akkor a két görbének e két pontját kell egymásra illeszteni, ami az áttétel helyes megválasztásával mindig sikerül.

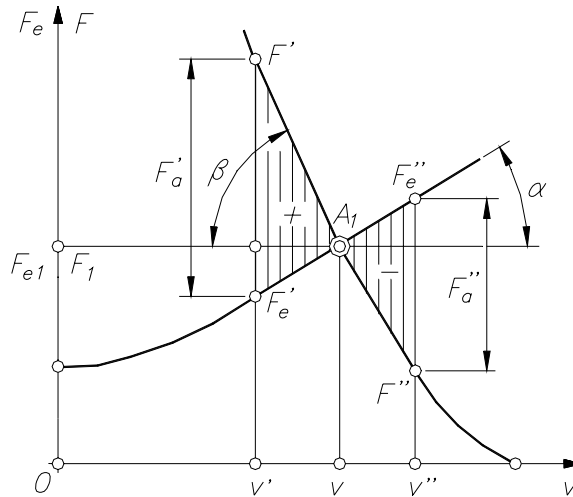
A munkapont környezetében felrajzolt jelleggörbék irányaszögeiből – a 2.52. ábra szerint – az üzem stabilitására is következtethetünk.

Az 2.52. ábrából kitűnik, hogy – abban az esetben, ha az erőgép jelleggörbéje süllyedő ($\beta < 90^\circ$) a munkagépé pedig emelkedő ($\alpha < 90^\circ$) jellegű – az egyensúlyi állapotból kikölkentett gépcsoport csakhamar ismét felgyorsul, ill. lelassul az üzemi sebességre.



2.51. ábra

Mindaddig ugyanis, amíg a v' sebesség kisebb az egyenletes üzemet biztosító v_1 sebességnél, az ábra szerint $F'_a = F' - F'_e$ nagyságú pozitív gyorsítóerő áll rendelkezésre az egyensúly helyreállításához. (A jelleggörbe labilis ágán kisebb sebességhez kisebb hajtóerő tartozik, és ennél fogva a munkapont eléréséhez szükséges gyorsulás helyett a gép tovább lassul, és így nem juthat egyensúlyi állapotba.)



2.52. ábra

Ha viszont a sebesség pillanatnyi értéke nagyobb az üzemi sebességnél ($v'' > v_1$), akkor az egyensúly helyreállításához szükséges lassítóerő (negatív erő) $F''_a = F''_e - F''$ veszi át a visszatérőerő szerepét (vö. a 2.52. ábrával, amelyből az is kitűnik, hogy e visszatérő erő annál nagyobb, minél nagyobb a két jelleggörbe β és α irányszöge).

A gépcsoport üzemében a nagy visszatérítő erő csak akkor előnyös, ha a munkasebessége egyenletességét változó terhelés mellett is biztosítani kell.

Sok esetben viszont a sebességtartás feltételénél fontosabb követelmény: az erőgép mentesítése az ún. durva üzemvitelt jellemző, ütemesen ismétlődő, lökészerű túlterhelésektől (pl. hengersorok, sajtók, kovácsológépek és ütemesen változó terhelésű munkagépek hajtása).

Ilyenkor a hajlékonyabb gépcsoport üzeme a kedvezőbb, mert jobban érvényre juttatja a lendítőmag tehermentesítő szerepét. Ha ugyanis a terhelési csúcsok tompítása sikerül, akkor az erőgép teljesítménye kisebb lehet, és – villamos üzem estén – a hálózat terhelése is egyenletesebbé válik.

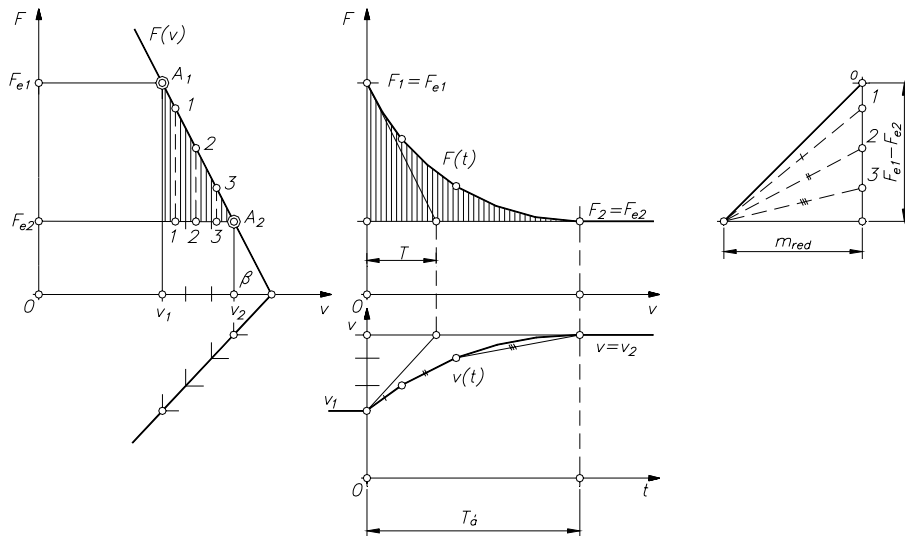
2.4.3. A stabilis jellegű erőgép változó terhelésű üzeme

Az erőgép stabilis jellegénél fogva a munkasebességének is meg kell változnia, hogy a hajtóerő a megváltozott terheléssel egyensúlyba juthasson. Ha tehát a gép F_{e1} terhelésnél v_1 sebességgel (egyenletesen) dolgozott, akkor a terhelés hirtelen megváltozását egy gyorsulási (vagy lassulási) folya-

matnak kell követnie, amelynek időtartama a gyorsított tömegek (mint energiátárolók) nagyságától is függ.

Az erőgép átállása (kisebb terhelésre) a menetábra (átmeneti függvény) megszerkesztésével szemléltethető, amelyből – a jelleggörbe összetartozó pontjainak átvétetésével – a hajtóerő időbeli változása is felrajzolható. Tehát ez esetben az átmeneti folyamat időbeli alakulását vizsgáljuk.

A 2.53. ábra az erőgép átállását mutatja kisebb terhelésre.



2.53. ábra

Az ábra szerint a (stabilis jellegű) gép $t = 0$ időpontig az F_{e1} terheléshez tartozó A_1 munkapontban egyenletes v_1 sebességgel dolgozott. Ha a terhelés ebben a pillanatban F_{e2} -re csökken, akkor az új egyensúlyi állapot eléréséhez a gép m mozgó tömegeinek az A_2 munkaponttal kijelölt v_2 sebességre kell felgyorsulni. Az ehhez szükséges gyorsítóerő valóban létre is jön, mert az F hajtóerő mindaddig nagyobb marad az új terhelésnél ($F - F_{e2} > 0$), amíg a sebesség el nem éri új, tartósult értékét ($v < v_2$). A sebesség növekedésével a gyorsítóerő mindjobban csökken, ami az új egyensúlyi állapot elérését egyre inkább késlelteti.

Ennek eredményeképpen a hajtóerő és a sebesség egyaránt aszimptotikusan közelíti meg új tartósult értékét (elméletileg a beállási idő végtelen). A gyakorlatban a folyamatot befejezettek szokás minősíteni, mihelyt a

hajtóerő 95%-os megváltozása bekövetkezett. Ez egyben a T_a átállás idejének elfogadott időtartamát is egyértelműen meghatározza.

A 2.53. ábrán szerkesztési eljárás látható, amely a sebesség időbeli változását a görbébe írt sokszög alakjában adja eredményül. A jelleggörbét három szakaszra osztottuk, és azokon belül a közepes metszékeket az 1, 2 és 3 ponttal jelöltük. Egy-egy sebességszakaszon belül a gyorsulást a közepes gyorsítóerő és az (m_{red}) redukált tömeg hányadosa határozza meg.

A $v = v(t)$ görbébe írt sokszög pontjainak átvetésével az $F = F(t)$ görbe is felrajzolható.

Az ábra szerint állandó stabilitású (az erőgép jelleggörbéjének β irányszöge állandó) jelleggörbe esetében az erőgép átállásának időbeli lefolyása számítással is meghatározható. E számítást áttekintővé teszi az ún. (dinamikai) időállandó bevezetése, amely az új egyensúlyi állapot eléréséhez szükséges T időtartamot fejez ki változatlanul képzelt kezdeti gyorsulást feltételezve.

A kezdeti gyorsulás a 2.53. ábra jelöléseivel:

$$a_0 = (F_1 - F_{e2}) / m_{red}$$

így a $v_2 - v_1$ sebességváltozás létrehozásához szükséges idő:

$$T = \frac{v_2 - v_1}{a_0} = \frac{v_2 - v_1}{F_1 - F_{e2}} \cdot m_{red} = \frac{m_{red}}{b}$$

ahol $b = tg\beta$ az erőgép sebességtartásának fokmérője.

Az átállás T_a ideje az időállandó többszörösével fejezhető ki célszerűen. Ha az előbb említett 95%-os megközelítéssel megelégszünk, akkor $T_a = 3T$, vagyis az új egyensúlyi állapot eléréséhez szükséges időtartam az időállandó háromszorosára becsülhető.

2.4.4. A stabilis jellegű erőgép szakaszos terhelése

Már korábban vizsgáltuk az erőgép üzemét ütemesen váltakozó terhelés estére, és azt láttuk, hogy a gép munkasebessége is egyenlőtlen. Az egyenlőség foka a lendítőtömeg nagyságától függ.

A vizsgálat folyamán hallgatólagosan feltételeztük, hogy az erőgép hajtóereje a munkasebességtől függetlenül állandó (erőtartó jellegű), mert csak ebben az esetben maradhat a hajtóerő ingadozó sebességénél is változatlan.

A stabilis jellegű erőgép hajtóereje azonban változó sebességnél nem maradhat állandó, hanem – a sebesség ingadozásától függően – egy legnagyobb és egy legkisebb érték között ütemesen ingadozik (és csak középértéke lehet állandó).

A 2.54. ábra szerint az erőgép ütemesen változó terhelését a t_a időtartamú F_{ea} (nagy) terhelést követő t_b ideig tartó F_{eb} (kis) terhelés szakaszos ismétlődése jellemzi.

A hajtóerő $F_{köz}$ közepes értékét a terhelés középértéke szabja meg, azaz

$$F_{köz} = \frac{F_{ea} t_a + F_{eb} t_b}{t_a + t_b}$$

Ha az üzemszakaszok t_a és t_b időtartama a gép T üzemi időállandójánál kisebb (vagyis, ha a terhelés gyors ütemű változásáról van szó), akkor a gép tömegeinek gyorsulása közelítőleg a gyorsító erő középértékéből számítható ki.

A közepes terhelés magasságában kijelölt $A_{köz}$ munkapont a sebesség $v_{köz}$ középértékét is meghatározza; a közepes gyorsító- (ill. lassító-) erőből kiszámított vagy megszerkesztett gyorsulás (ill. lassulás) pedig a sebesség felső és alsó határértékeit is kijelöli.

A 2.54. ábra jelöléseivel a t_a időszakban a lassulás:

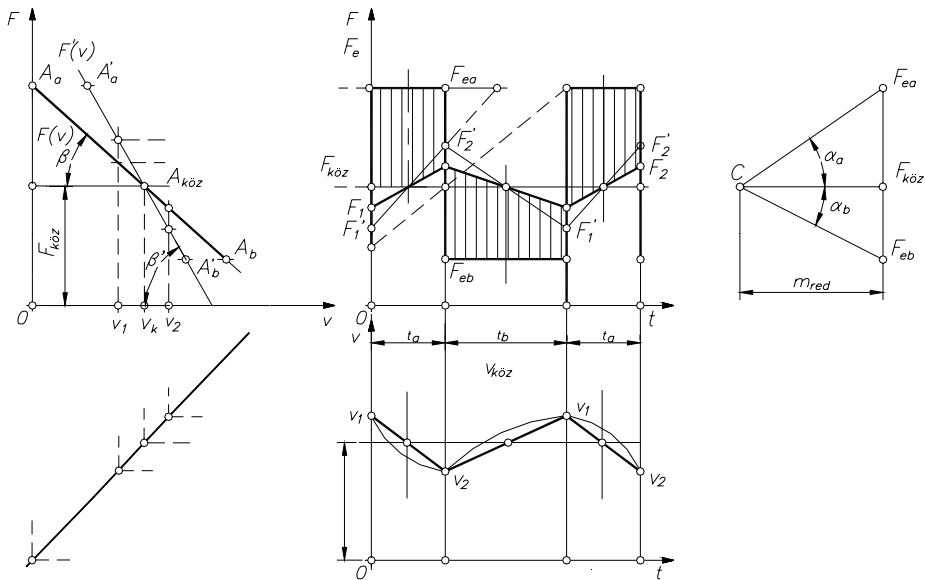
$$a_a = \frac{F_{köz} - F_{ea}}{m_{red}} \text{ és ezzel } v_2 - v_1 = a_a \cdot t_a$$

A t_b időtartamban a sebesség az $F_{köz} - F_{eb}$ nagyságú gyorsítóerő hatására ismét felgyorsul a v_1 kezdeti értékre.

A hajtóerő legnagyobb és legkisebb értékét a munkasebesség szélső értékei a jelleggörbén egyértelműen kijelölik.

A 2.54. ábrán két – különböző stabilitású – erőgép jelleggörbéjét rajzoltuk fel. A vastagabb vonallal kihúzott görbén a $v_2 - v_1$ sebességingadozásnak a hajtóerőben kisebb $F_2 - F_1$ ingadozás felel meg, amely – a határpontok átvetésével – az $F = F(t)$ függvény felrajzolásához is felhasználható. A vékonyan kihúzott (meredekebb) görbén a hajtóerő változás ($F'_2 - F'_1$) jóval nagyobb.

Megemlítendő, hogy a $v = v(t)$ és az $F = F(t)$ függvények szakaszai a valóságban a 2.53. ábra szerint szerkeszthető görbe vonalak, amelyek azonban gyors ütemű szakaszos üzem esetében egy-egy húrral helyettesíthetők.



2.54. ábra

Hosszabb időtartamú üzemszakaszokra a függvényeket a 2.53. ábra szerint kell megszerkeszteni. Ilyenkor a lendítőkerék csak késleltetni képes az erőgép átállítását a legnagyobb terhelésre, szemben a 2.54. ábrán szemléltetett két változattal, amelyeknél a lendítőmag tehermentesítő hatása is érvényesül, hiszen a legnagyobb terhelés el sem jut az erőgépig.

Az erőgépet ugyanis $F_a = F_{ea}$ hajtóerő helyett az egyik változatnál csak jóval kisebb ($F_2 < F_{ea}$) hajtóerőre kell méretezni. A másik változatnál (vékony vonal) a mértékadó legnagyobb hajtóerő valamivel nagyobb ugyan, de még mindig nem közelíti meg a terhelés legnagyobb értékét ($F'_2 < F_{ea}$).

A lökészerű terhelések elhárítása érdekében az erőgép stabilitása mesterséges beavatkozással is (pl. villamos motoroknál az ún. csúszásszabályozóval) akként módosítható, hogy a lendítőmag tehermentesítő szerepe kellő mértékben érvényre juthasson.

2.4.5. Jelleggörbe-módosítás szabályozással

A gép statikus üzemi tulajdonságaira a jelleggörbe alakjából következtethetünk. A 2.4.1. pontban az erő és a munkasebesség kapcsolatát arra az esetre vizsgáltuk, amikor a gép üzemi tulajdonságait külső beavatkozással nem módosítottuk. (Állandó periódusú hálózatra kapcsolt indukciós villamos

motor, állandó töltéssel járó gőzgép, változatlan nyitással dolgozó vízerőgép stb.)

A gép üzemi tulajdonságai azonban nem mindig elégítik ki azokat az üzemi követelményeket, amelyek a gépi munka hibátlan, ill. gazdaságos elvégzéséhez szükségesek.

Különösen szembetűnő ez az eltérés, ha pl. egy gőzturbinával hajtott szinkrongenerátor elszigetelt üzemmódban, adott fogyasztói körzet energiaigényét látja el. A gőzturbina ugyanis állandó gőznyelés mellett csaknem teljesen erőtartó. Ezzel szemben a fogyasztói rendszer villamos motorokkal hajtott munkagépei gazdaságosan állandó névleges fordulatszámokon üzemelnek. Ha viszont a munkagépek terhelése nő, vagy új munkagépet helyeznek üzembe, az energiaegyensúly megbomlik, aminek következtében a hálózati frekvencia és ezzel a munkagépek és a turbina fordulatszáma is csökken. Az eredeti névleges fordulatszám csak külső beavatkozással, a turbina gőznyelésének módosításával érhető el újra.

Egy másik – a gépcsoport épségét is veszélyeztető – jelenség a gép megfutása, vagyis a fordulatszám megengedett felső határértékének túllé-
pése. Ez akkor következik be, ha az erőtartó vagy teljesítménytartó gép terhelése hirtelen csökken vagy egészen megszűnik. Kis terhelésnél ugyanis a gép (pl. a Pelton-turbina) szögsebessége olyan mértékben megnövekedhet, hogy a forgó tömegben ébredő tömegezők valamelyik gépelemet (pl. futókeret, lendítőkeret) szét is vethetik.

Az indítás időszakában a gépnek viszont erőtartónak kell lennie, hogy állandó gyorsulással indíthassuk.

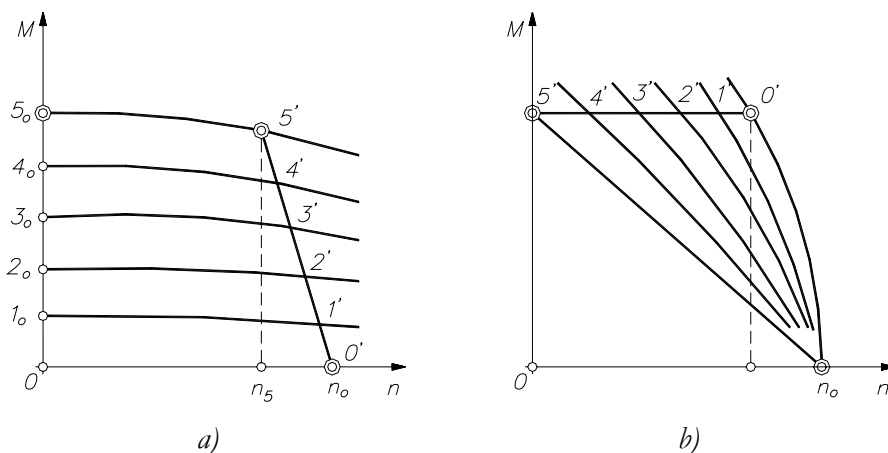
A változatos üzemi követelmények maradéktalan kielégítése csak akkor sikerülhet, ha a gép jellegzetes tulajdonságait mesterséges beavatkozással módosíthatjuk, más szóval ha a gépet szabályozzuk. Az erőgép szabályozása abból áll, hogy az ún. vezérlőmű ellátásával teremtjük meg az összhangot a hajtóerő és a terhelés között, tehát a hajtóerőt a mindenkori terheléshez igazítjuk.

A belső égésű motor vezérlőműve a hengerbe vezetett tüzelőanyagnak vagy a mennyiségét vagy a minőségét módosítja, és ez által a gépet kisebb vagy nagyobb teljesítmény szolgáltatására állítja be. A teljesítményt szabályozott jellemzőnek, a tüzelőanyag-áramot (tömegárban kifejezve) módosított jellemzőnek, és a módosítást közvetlenül végrehajtó szerkezetet (pl. szelepet) beavatkozó szervnek nevezzük.

A gőzgép tolattyús vagy szelepes vezérlőműve a bevezetett frissgőz töltését változtatja, a vízerőgép víznyelése (módosított jellemző) pedig a vezetőcsatorna keresztmetszetének fokozatos zárásával módosítható.

A villamos gépek szabályozásának sokféle változatával e helyen nem foglalkozhatunk, csupán annyit jegyzünk meg, hogy az áramkörök jellemzőinek megváltoztatására sok esetben a fokozatosan kiiktatható, ún. szabályozó-ellenállások alkalmasak, amelyek közül az indítás folyamán használt berendezést indító-ellenállásnak szokás nevezni.

A szabályozás befolyása a gép üzemére a 2.55. ábra alapján, a szabályzással módosított jelleggörbe alakváltozásából egyszerűen megérthető. A 2.55.a. ábra egy (erőtartó) gőzgép jelleggörbéinek sorát ábrázolja a legnagyobb töltéstől az üresjárásig. Minden töltéshez más-más jelleggörbe tartozik, amelyek közül az ábrán ötöt emeltünk ki.



2.55. ábra

Amíg a gép állandó töltéssel dolgozik, a fordulatszám már akkor is tág határok között ingadozik, ha a terhelés csak kismértékben változik. Kis terhelésnél az egyensúlyi állapot a megengedett fordulatszám-tartományba be sem állítható (a gép megfutása el nem kerülhető), ha a töltést nem csökkentjük. Mihelyt azonban a fordulatszám növekedését azzal korlátozzuk, hogy minden terheléshez olyan töltést állítunk be, amely az előírt fordulatszámnál egyenletes üzemet biztosít, ezzel nemcsak a megfutás veszélyét zárjuk ki, hanem egyben a gépet sebességtartóvá tesszük.

A 2.55.a. ábra vastagon kihúzott vonala olyan jelleggörbét ábrázol, amely a teljes terhelés és az üresjárás között mindössze néhány százalékos sebességingadozást mutat. (Az üzem stabilitása érdekében a fordulatszám növekvő terheléssel csökken.)

A szabályozással módosított jelleggörbe a legnagyobb és a legkisebb töltés közé eső görbesor minden görbéjének egyetlen pontjára illeszkedik. Ez a metszéspont egyértelműen meghatározza azt a fordulatszámot is, amelynél a görbéhez tartozó töltést kell beállítani. Ezzel a szabályozással a gép fordulatszáma (a 2.55. ábra jelöléseivel) kijelölt n_0 üresjárási érték fölé nem nőhet, mert e fordulatszám elérésekor a gép töltést már nem kap. A terhelés megnövekedése következtében a gép lassulni kezd, és töltése mindaddig nő, amíg a meg növekedett hajtóerő a terheléssel egyensúlyba nem jut. Ha a terhelés akkora, hogy az egyensúlyi állapot még a nagyobb töltéshez tartozó n_s fordulatszámnál sem áll be, a gép üzemi jellemzői szabályozással már nem módosíthatók. Az n_s fordulatszámától a megállásig a gép változatlanul teljes töltéssel dolgozik, a jelleggörbe tehát az $5'-5_0$ vonallal folytatódik.

Egészen hasonló elven módosítható a mellékáramkörű motor sebességtartó jellege erőtartóvá, az ún. indító-ellenállás fokozatos beiktatásával. Itt is minden ellenállás-fokozathoz más-más jelleggörbe tartozik. (Ezek közös pontja a 2.55.b. ábra szerint az n_0 üresjárási fordulatszám.)

Az álló motort a teljes indító-ellenálláson keresztül kapcsoljuk be. Az álló motornak $5'$ ponttal kijelölt indítónyomatéka a fordulatszám növekedésével csökken, de szabályozással (az ellenállás fokozatos kiiktatásával) állandó értéken tartható, amint az ábra vastagon kihúzott $5'-0'$ jelleggörbéje szemlélteti. az indító-ellenállás teljes kiiktatása után ($0'$ pont) a szabályozhatóság határához értünk. E ponttól kezdve a motor eredeti sebességtartó jellege jut érvényre, vagyis a szabályozással módosított (vízszintes) jelleggörbe a $0'$ ponttól az állandó belső ellenállású motornak csaknem függőleges ($0'-n_0$) jelleggörbéjével folytatódik.

A szabályozás művelete elvben kétféle módon hajtható végre. Lassú lefolyású terhelésváltozás esetén a vezérlőmű kézi erővel állítható el, vagyis a dinamikai egyensúlyt kézi szabályozással állítjuk helyre.

Kézi szabályozással szokás ellátni pl. a kis teljesítményű vízerőgépeket, és sokszor kézi indítóval zárjuk rövidre a villamos motor ellenállásait az indítás időtartama alatt.

Gyors lefolyású és szabálytalan terhelésingadozások szabatos és kellő gyorsaságú kielégítésére a kézi szabályozás már nem alkalmas. Ilyenkor

csak önműködő szabályozás vezethet csak célhoz, különösen akkor, ha a gép járásának egyenletessége tekintetében is szigorúbb követelményeket kell kielégíteni.

Kézi szabályozás esetén olyan készülékre vagy műszerre van szükség, amely jelzi a szabályozott jellemző megváltozását (a szabályozási eltérést), vagyis útmutatást ad arra, hogy a vezérlőművet (beavatkozó szervet) mikor, milyen értelemben (irányban) és milyen mértékben kell elállítani. Önműködő szabályozás esetén a beavatkozáshoz szükséges előállítást egy e célra szerkesztett önműködő berendezés - ún. szabályozó (regulátor) végzi el (emberi közreműködés nélkül), éspedig vagy közvetlenül, vagy külső erőforrás (segédenergia) igénybevételével (közvetlen és közvetett szabályozás).

A közvetlen szabályozás eszközei tehát az érzékelő (amely a szabályozott jellemző változásait érzékeli); a különbségképző szerv, amely a szabályozott jellemző pillanatnyi értékét – különbségképzéssel – összehasonlítja a tartani kívánt értékkel (alapértékkel); a jelformáló szerv, amely meghatározott algoritmus szerint előállítja a megfelelő irányú, mértékű és időbeli lefolyású (dinamikájú) végrehajtó jelet, amely végül a beavatkozó szervet (pl. szabályozószelepet) közvetlenül vezérli.

Közvetett szabályozás esetén a jelformáló szerv után még egy erősítő kerül beépítésre, amely külső (hidraulikus, pneumatikus vagy villamos) segédenergia igénybevételével és ennek megfelelően idegen erőforrásból táplált segédmotorral (szervomotorral) működteti a beavatkozó szervet.

2.4.6. Típusfeladatok

19. feladat

Adott hajtó gép, mely jelleggörbéjének két pontja ismert: (580 [ford/min]; 310 [mN]) ill. (900 [ford/min]; 140 [mN]). Ebben a tartományban a jelleggörbe egyenessel közelíthető meg.

Az ellenállás nagyjából másodfokú függvénnyel közelíthető. Az állandó rész 12 [mN] és 1100 [ford/min]-nél 280 [mM].

1. Milyen fordulatszámnál alakul ki az egyenletes sebességű üzem?
2. Mekkora lesz a hasznos teljesítmény?
3. A kialakuló munkapont jellege milyen (stabilis vagy labilis)?
4. Mekkora veszteséggel (kW) kell számolni, ha a feladat az üzemi fordulatszám 20%-os csökkentése?
5. Mekkora éves költséget okoz a szabályozási veszteség (12 óra/nap, 22 nap/hó; 21 Ft/kWh)?

Megoldás:

Írjuk fel a hajtás jelleggörbéjének egyenletét az egyenes egyenletére vonatkozó ismeretek alapján. Az egyenes

- meredeksége: $m = \frac{310 - 140}{580 - 900} = -0,53,$
- tengelymetszete: $b = 310 + 580 \cdot 0,53 \approx 617 \text{ mN}.$

A hajtás jelleggörbéje tehát: $M = -0,53 \cdot n + 617$

Írjuk fel az ellenállás jelleggörbéjének egyenletét, tudva, hogy az matematikailag egy centrális parabola.

A parabola meredekségére jellemző állandó:

$$c = \frac{280 - 12}{1100^2} = 2,2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{mN}}{\left(\frac{\text{ford}}{\text{min}}\right)^2}$$

Az ellenállás jelleggörbéje ezek után:

$$M = 2,2 \cdot 10^{-4} n^2 + 12$$

A munkapont matematikailag a két egyenlet egymással történő egyenlővé tétel alapján kapható meg. Két metszéspont adódik, melyek koordinátái:

$$P_1 \left(-3255 \frac{\text{ford}}{\text{min}}; 2342 \text{ mN} \right)$$

$$P_2 \left(845 \frac{\text{ford}}{\text{min}}; 169 \text{ mN} \right)$$

Nyilvánvaló, hogy csak a második lehet tényleges munkapont.

Ezzel az első kérdésre a választ megadtuk.

A hasznos teljesítmény a P_2 munkapont koordinátaival számítható ki. Ennek értéke: $14,95 \approx 15 \text{ kW}$

Egyszerű vázlat alapján is eldönthető, hogy a munkapont stabil.

Számítással a munkapontban vett deriváltak összehasonlítása adja meg a választ. Ha a gép jelleggörbe deriváltja kisebb, mint az ellenállásé, akkor a munkapont stabil, ellenkező esetben labilis.

Az ellenállás jelleggörbéjének derivált függvénye:

$$\frac{dM_e}{dn} = 4,4 \cdot 10^{-4} \cdot n,$$

aminek helyettesítési értéke a P_2 munkapontnál: 0,3718. Ez kisebb a gép jelleggörbéjének deriváltjánál, ami egyébként állandó (*egyenesről van szó*), és 0,53. tehát a munkapont stabil.

A szabályozással beállított munkaponthoz tartozó fordulatszám: 676 ford/min.

Mivel a gép jelleggörbéje nem változik ezért a gép nyomatéka ekkor:

$$M_{P_{sz}} = -0,53 \cdot 676 + 617 = 258,7 \text{ mN}$$

Ebben a pontban a tényleges teljesítmény:

$$P_{sz} = M_{P_{sz}} \cdot n_{sz} = 258,7 \cdot \frac{676}{9,55} \approx 18,3 \text{ kW}$$

Az eredeti terhelési jelleggörbén ugyanezen szabályozott fordulatszámhoz tartozó nyomaték:

$$M_{P_{sz\min}} = 2,2 \cdot 10^{-4} \cdot 676^2 + 12 \approx 112,5 \text{ mN},$$

és a minimális teljesítményszükséglet:

$$P_{P_{sz\min}} = M_{P_{sz}} \cdot n_{sz} = 112,5 \cdot \frac{676}{9,55} \approx 11,8 \text{ kW}$$

A szabályozási veszteség tehát:

$$\Delta P_v = P_{sz} - P_{P_{sz\min}} = 18,3 - 11,8 = 6,5 \text{ kW}$$

A veszteséggel járó költség kiszámításához szükséges az üzemórák számának ismerete:

$$T = 12 \left(\frac{\text{óra}}{\text{nap}} \right) \cdot 22 \left(\frac{\text{nap}}{\text{hó}} \right) \cdot 12 \left(\frac{\text{hó}}{\text{év}} \right) = 3168 \frac{\text{óra}}{\text{év}}$$

A veszteségként elfogyasztott energia mennyisége:

$$E_v = \Delta P_v \cdot T = 6,5 \cdot 3168 = 20592 \text{ kWh}$$

Ennek ára, azaz a szabályozás költsége:

$$K = E_v \cdot k = 20592 \cdot 21 = 432432 \text{ Ft/év}$$

2.4.7. Önellenőrző kérdések

1. Mit értünk egy gép jelleggörbéje alatt?
2. Milyen az ún. sebességtartó gép jelleggörbéje?
3. Milyen az ún. erő- vagy nyomatéktartó gép jelleggörbéje?
4. Mit értünk a terhelés jelleggörbéje alatt?
5. Mi a munkapont?
6. Mikor beszélünk stabil munkapontról? Rajzoljon magyarázó ábrát!
7. Mikor beszélünk labilis munkapontról? Rajzoljon magyarázó ábrát!
8. Mi történhet, ha a labilis munkapontban üzemelő gépet zavarás éri?
9. A jelleggörbe oldaláról szemlélve mit értünk egy gép hasznos teljesítménye alatt?
10. Mit értünk szabályozás alatt?
11. Milyen alapesetei vannak egy gép szabályozásának?
12. Magyarázza el a szabályozási veszteség keletkezését? Készítsen magyarázó ábrát!
13. Miért nincs szabályozási veszteség a gépi jelleggörbe változtatásával történő szabályozás esetén?

3. A villamos energiatermelés mint komplex gépcsoport

A villamosenergia-termelés döntő mértékben termodinamikai körfolyamatot megvalósító gép illetve gépcsoport által hőenergiából előállított mechanikai energiából történik. Tekintettel a mechanikai energia szállításának és elosztásának körülményességére, ha az előállított mechanikai energia felhasználása nem a megtermelés helyén vagy annak közvetlen közelében történik meg teljes egészében, akkor azt azonnal átalakítják váltakozó áramú villamos energiává és a termelt energiát az elektromos hálózat útján juttatják el a felhasználókhoz.

A hőenergia mechanikai energiává történő átalakítását megvalósító termodinamikai körfolyamat négy alapvető részfolyamatból tevődik össze, melyek az itt megadott sorrend szerint követik egymást:

- kompresszió,
- hőközlés,
- expanzió,
- hőelvonás.

A felsorolt folyamatokat az adott gép, ill. gépcsoport ciklikusan ismétli. Abban az esetben, ha ugyanaz a munkaközeg kering a rendszerben, akkor zárt körfolyamatról beszélünk, ha a körfolyamat a körfolyamatból a munkát végzett közeg az atmoszférába kerül és onnan vett friss közeggel indul újra a folyamatsor, akkor nyílt körfolyamatról beszélünk.

Az első esetre, a zárt körfolyamatra példa a villamos erőműben vagy más néven hőerőműben működő gépcsoport által megvalósított körfolyamat. Itt a munkaközeg nagy tisztaságú víz, mely a rendszert nem hagyja el és az állapotváltozások során halmazállapota változik.

Ugyancsak zárt körfolyamat valósul meg a hűtőszekrény hűtését biztosító berendezésben. Bár ez a körfolyamat nem energiát termel, hanem éppen fordítva mechanikai energiát felhasználva a hőt „szivattyúzz” ki a hűtőszekrény belsejéből, de a körfolyamat ugyanazon részfolyamatokból épül fel, mindössze a részfolyamatok fordított sorrendben követik egymást.

A nyílt körfolyamatot megvalósító gépre a gépjárművek motorja a legkézenfekvőbb példa, mely az atmoszférából veszi munkaközegét, a levegőt, és ehhez történik az üzemanyag hozzákeverése.

A továbbiakban a hőerőműi körfolyamattal és az azt megvalósító gépcsoporttal foglalkozunk részletesebben.

A kompresszió folyamat azért szükséges, mert hasznosítható mechanikai munka kinyerése csak a kompresszió megfordítottjaként lezajló expanzióból nyerhető, amikor a térfogat-növekedéssel párhuzamosan nyomáscsökkenés zajlik le. A ciklikus működésből következik, hogy a kompresszió segítségével a munkaközeg újra és újra expanzióképes, tehát hasznos munkavégzésre képes állapotba hozzuk.

A kompresszió önmagában azonban nem elegendő. A közeg ugyan már expanzióképes, de könnyen belátható, hogy egy azonnal megindított expanzió során legfeljebb annyi mechanikai munkát nyerhetünk vissza, mint amennyit a kompresszióra befektettünk, többet semmiképp. A hőközlés arra szolgál, hogy a munkaközeg belső energiáját, azaz hőmérsékletét növeljük. Ennek köszönhetően a munkaközeg képes lesz több mechanikai munkát szolgáltatni, mint amennyit a kompresszióra fel kellett használni.

Az expanzió során a térfogat növekszik a nyomás csökken, megtörténik a hasznos munkavégzés. Az ekkor megtermelt hasznos mechanikai energia kerül azonnal átalakításra villamos-energiává.

A körfolyamat bezárását a ciklikus működtetése megköveteli. Értelemszerű, hogy ez a hőközléssel ellentétes folyamattal, hőelvonással valósulhat csak meg. Ezzel teremtjük meg a ciklus újakezdésének lehetőségét.

A folyamat hatékonyságára jellemző ún. termodinamikai hatásfok, tiszteltben tartva az energia-megmaradás törvényét és feltételezve, hogy nincs semmiféle veszteség hőenergia tökéletesen csak akkor alakítható

$$\eta_t = \frac{P_h}{\dot{Q}_{be}} = \frac{\dot{Q}_{be} - \dot{Q}_{el}}{\dot{Q}_{be}} = 1 - \frac{\dot{Q}_{el}}{\dot{Q}_{be}}$$

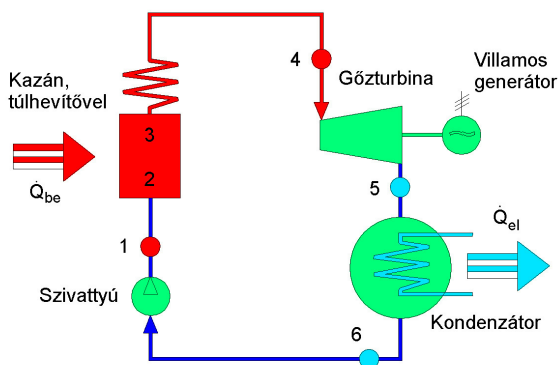
Az összefüggés látványosan mutatja, hogy a hőenergia tökéletesen csak akkor alakítható át mechanikai munkává, ha nincs hőelvonás. A termodinamika 2. főtétele éppen azt a tényt rögzíti, hogy hőelvonás nélkül nem lehetséges a hőenergia mechanikai munkává történő átalakítása. Ilyen értelemben a 2. főtétel nincs ellentmondásban az energia-megmaradás törvényével, hanem annak érvényét korlátozza.

A hatásfok természetesen javítható, az elvonásra kerülő hő mennyisége csökkenthető, de soha sem lehet zérus. Anélkül, hogy a részletes indoklást itt ismertetnénk, kijelenthető, hogy a közölt és az elvont hő egyaránt arányos a hőközlés és a hőelvonás hőmérsékletével. Ezen tétel szerint a termodinamikai hatásfok akkor lenne 100%-os, ha a hőelvonás 0 K állandó hőmérsékleten valósulna meg. Azon túl, hogy a 0 K egy olyan hőmérséklet, melyet tetszés szerint meg lehet közelíteni, de elérni sohasem lehet a hőelvonás gyakorlati megvalósítása során számos egyéb korláttal is találkozunk, melyek közül itt csak hármat említünk:

- földi körülmények között a hőelvonás céljára az atmoszférikus állapotú levegő áll rendelkezésre, mivel ez nyújtja bizonyos körülmények között a lehető legalacsonyabb hőmérsékletet,
- a munkaközeg (általában víz) megszilárdulása miatt 0 °C alatti hőelvonási hőmérséklet nem jöhet szóba,
- a hőelvonás többnyire csak változó hőmérséklet mellett valósítható meg, ami azt jelenti, hogy a lehűlő munkaközeg csak a lehűlés utolsó pillanatában éri el a környezeti hőmérsékletet, tehát a hőelvonás átlagos hőmérséklete lényegesen magasabb, mint a környezeti hőmérséklet.

Az itt elsorolt okok miatt a termodinamikai körfolyamatok hatásfoka a legjobb esetben sem igen haladja meg a 40%-ot.

A hőerőműi körfolyamatot megvalósító gépcsoport kapcsolási sémája, a klasszikus ún. Rankine-Clausius ciklus a 3.1. ábrán látható.



3.1. ábra

A kazánban történik meg a hőközlés. A környezetinél nagyobb nyomáson érkező víz, lényegében állandó nyomás mellett, a közölt hő hatására elgőzölög és a keletkezett gőzök túlhevítése is megtörténik egy korszerű gőzkazánban. A termodinamika első főtétele szerint

$$dq = du - dw \left(\frac{J}{kg} \right)$$

Tehát a közölt a munkaközeg belső energiáját gyarapítja és egy kisebb része terjeszkedési munkára fordítódik. Attól függően, hogy a közölt hő honnan nyeri, szénerőműről, földgáz erőműről, kőolaj erőműről, atomerőműről, geotermikus erőműről vagy éppen naperőműről beszélnek. A hőenergia forrása azonban a ciklus lényegét nem érinti, mindössze a jellemző paraméterek változnak.

A nagy nyomású és magas hőmérsékletű gőz a gőzturbinába kerül, mely egy áramlástan elven működő többnyire axiális átömlésű gép. A gőzturbinában megtörténik a nagy nyomású és magas hőmérsékletű vízgőz expanziója. Az expanzió közben a gőz térfogata jelentősen megnő, hőmérséklete és nyomása pedig csökken. Az expanzió modellezésére azt szokták feltételezni, hogy a folyamat adiabatikus.

Ezzel a feltételezéssel a termodinamika 1. főtételeből

$$du = dw \left(\frac{J}{kg} \right)$$

A gőzturbinában tehát a munkaközeg a belsőenergiájának rovására végzi a hasznos munkát. A gőzturbina tengelye közvetlen kapcsolatban áll a villamos generátorral, mely a megtermelt mechanikai munkát három fázisú váltakozó árammá alakítja.

A gőzturbinából távozó gyakorlatilag atmoszférikus nyomású gőz az ún. kondenzátorba kerül, ahol megtörténik a hőelvonás, melynek során a gőz halmazállapot-változást szenved el, és folyékonyvá válik. A halmazállapot-változás során annak hőmérsékletéhez ill. nyomásához tartozó rejtett hő elvonása szükséges. Megjegyzendő, hogy a kondenzátort helyettesíteni lehet egy hőhasznosító berendezéssel (pl. távfűtő-berendezés), melybe elvezetve a munkaközeg elvonandó hőjét, egyrészt megtörténik a hőelvonás, másrészt az elvont hőt lakások fűtésére fel lehet használni. Ilyen esetben természetesen gondolni kell arra, hogy a gőzturbinából kilépő munkaközeg még kellően magas hőmérsékletű legyen a pl. lakásfűtési feladatokhoz. Az

ilyen ún. kapcsolt villamos energia termelés, idegen kifejezéssel kogeneráció az egész rendszer hatásfokát növeli, ami így elérheti a 70%-ot is.

A kondenzátorból távozó gyakorlatilag atmoszférikus, tehát a kazánban uralkodó nyomásnál lényegesen kisebb nyomású folyadékot a szivattyú a kazánnyomásra átszivattyúzza. Ez a folyamat megfelel a kompresszióknak és a szivattyúzással a körfolyamat bezárul.

A gőzzel kapcsolatos számításokat megnehezíti az, hogy a gőzökre az általános gáztörvény nem érvényes. A számítások megkönnyítés érdekében definiáltak egy olyan állapotjelzőt, mely a már ismert nyomás és hőmérséklet függvényében egyértelműen meghatározható és vele a két fontos állapotváltozás (állandó nyomású és adiabatikus) könnyen követhető. Ez az állapotjelző az entalpia. Az entalpia definíciós egyenlete a következő

$$di = du + d(p - v) \left(\frac{J}{kg} \right)$$

A definíciós egyenletből következik, hogy:

- az állandó nyomású állapotváltozás során bekövetkező entalpiaváltozás a közeg által felvett vagy leadott hőt adja meg a tömegegységre vonatkoztatva,
- az adiabatikus állapotváltozás során bekövetkező entalpiaváltozása a közeg tömegegységére vonatkoztatott végzett munkával egyenlő.

A vízre és a legfontosabb többi gőzre vonatkozó az entalpiaérték táblázatokban és diagramokban található meg és onnan a nyomás és a hőmérséklet függvényében megállapíthatók.

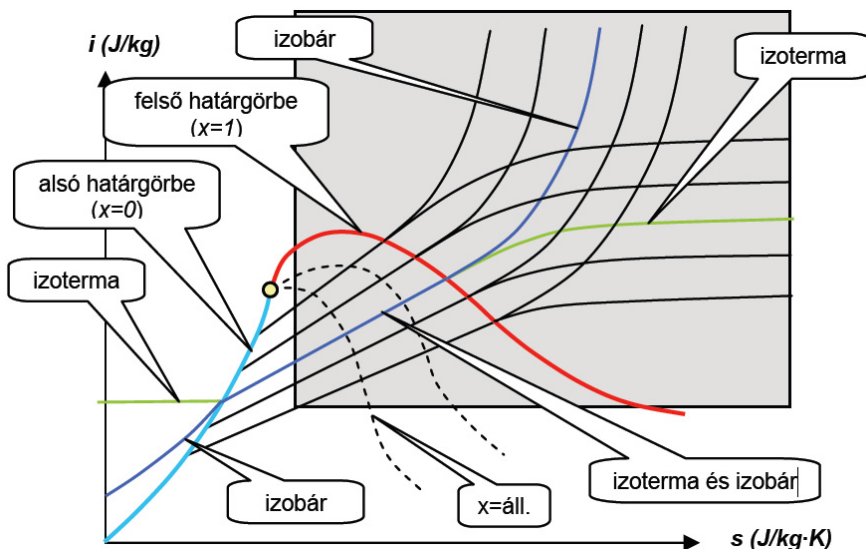
A munkaközegek közül a legfontosabbra, a vízre készült entalpiadiagram szerkezetét a 76. ábra mutatja.

Az entalpiadiagram vízszintes tengelyén egy az entalpiához hasonlóan mesterséges állapotjelző az entrópia szerepel. Az entrópia definíciós egyenletéből

$$ds = \frac{dq}{T} \left(\frac{J}{kg \cdot K} \right)$$

következik, hogy ebben a diagramban a mechanikai energia termelése szempontjából annyira fontos adiabatikus expanzió egy függőleges egyenes mentén zajlik le, hiszen az adiabatikus változás során nincs hőközlés, $dq=0$.

A 3.2. ábrán alsó és felső határgörbéként megjelölt görbék a folyadék-halmazállapot-gőzváltozás kezdetét (alsó határgörbe) és végét (felső határgörbe) jelölik. A két görbe az ún. kritikus pontban találkozik, ahol a halmazállapot-változás az egyébként megszokott forrás nélkül megy végbe. A kritikus ponthoz tartozó ún. kritikus hőmérsékletnél magasabb hőmérsékleten csak a légnemű halmazállapot létezik.



3.2. ábra

Az állandó nyomású vonalak a folyadék mezőben (az alsó határgörbe „alatt”) az alsó határgörbéhez egészen közel futnak, aminek a folyadék összenyomhatatlansága az oka. A két határgörbe között az izobárok egyenesek és a felső határgörbe felé haladva enyhén széttartanak, azaz meredekségük a nagyobb nyomások felé enyhén nő. A felső határgörbe után az izobárok törésmentesen folytatódnak és egyre határozottabban felveszik a gázokra jellemző exponenciális jelleget.

Az izotermák a folyadékmezőben természetesen vízszintesek, hiszen állandó hőmérséklet mellett állandó az entalpia is. A két határgörbe között az izotermák az izobárokhoz hasonlóan egyenesek, hiszen egyfelől a halmazállapot-változás közben a hőmérséklet állandó, másfelől pedig a nyomás meghatározza a forrási (telítési) hőmérsékletet és viszont, a hőmérséklet meghatározza a telítési nyomást. A felső határgörbénél az izotermák megtörnek és kisebb-nagyobb „emelkedés” után fokozatosan vízszintesbe

mennek át. A felső határgörbétől távol az entalpia ismét csak a hőmérséklet függvénye, azaz állandó hőmérséklet esetén állandó az értéke.

A két határgörbe között szaggatott vonallal szokták összekötni az izobárok határgörbék közötti szakaszának egymásnak megfelelő osztópontjait, melyek az azonos gőztartalmat jelölik az egyes izobárokon. Ezek a görbék „ x ” paraméterrel vannak jelölve. Természetesen az alsó határgörbén $x=0$ a felső határgörbén pedig $x=1$.

Gyakorlati szempontból az entalpiadiagramnak csak egy része fontos, melyet a 3.1. ábrán sötétítéssel jelöltünk meg. Ezt a legfontosabb területet mutatja a 3.2. ábra, melynek segítségével a vízgőz entalpiája a nyomás és a hőmérséklet ismeretében meghatározható.

Az entalpiaértékekkel és a 3.2. ábra jelöléseivel tehát egy adott tömegáramra és időegységre vonatkoztatva

- a kazánban közölt összes hő: $\dot{Q}_{be} = \dot{m} \cdot (i_4 + i_1) \left(\frac{J}{s} = W \right)$
- a turbinából nyerhető munka: $P = \dot{m} \cdot (i_4 - i_5) \left(\frac{J}{s} = W \right)$
- a kondenzátorban elvont hő: $\dot{Q}_{el} = \dot{m} \cdot (i_5 + i_6) \left(\frac{J}{s} = W \right)$

Tekintettel arra, hogy az entalpia abszolút értéke érdektelen, csak a megváltozása az érdekes, az entalpia nullpontját $0\text{ }^\circ\text{C}$ -hoz és az atmoszférikus nyomáshoz rendelték. A víz entalpiáját a táblázatok és a diagramok nem közlik, mert a víz entalpiája elég nagy pontossággal megegyezik a víz $^\circ\text{C}$ -ban kifejezett hőmérsékletének és fajhőjének szorzatával

$$i_{\text{vöz}} = c_{\text{vöz}} \cdot t_{\text{vöz}} = 4189 \cdot t_{\text{vöz}} \left(\frac{J}{kg} \right)$$

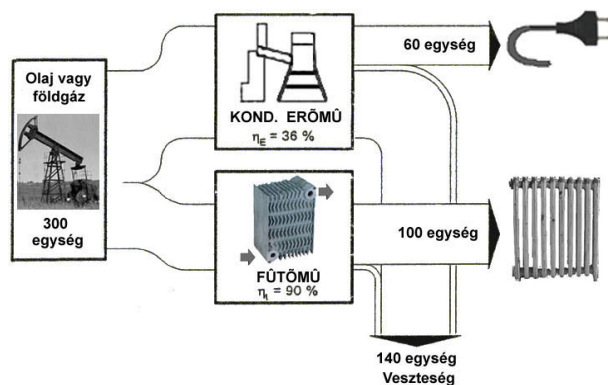
Sem a hőerőműben megtermelt mechanikai energiát, sem az abból nyert villamos energiát nem lehet tárolni. Ezért a hőerőművek üzemét össze kell hangolni és a fogyasztói igények szerint kell szabályozni a teljesítményüket. A tárolás hiánya miatt a megtermelt villamos energia mennyisége éppen annyi lehet, mint az éppen elfogyasztott. A villamoshálózat országos és nemzetközi kiterjedtségének és a fogyasztók igen nagy számának köszönhetően ebben a rendszerben, katasztrófa helyzetet leszámítva, nem

történnék ugrásszerű változások. Így lehetőség van arra, hogy a fogyasztói igények változását követve az egyes erőművek teljesítményét fokozatosan változtassák.

Ha valamelyik jelentős áramtermelő erőmű egy üzemzavar miatt kiesik a termelésből akkor, külső beavatkozás hiányában, a többi áramtermelő túlterhelődhet. Az áramtermelő gőzturbinák túlterhelődését azért kell elkerülni, mert ez lelassulásukat eredményezi, ami az általuk meghajtott villamos generátorok fordulatszámának csökkenését és ezáltal a hálózati frekvencia csökkenését eredményezi. Mindennek végső következménye a hálózatról üzemelő villamos motorok fordulatszámának és végső soron hatásfokának csökkenése is. Ezért a túlterhelődést el kell kerülni, aminek érdekében korlátozni kellhet a fogyasztók valamely csoportjának fogyasztását, amíg a kiesett teljesítményt újonnan üzembe helyezésre kerülő tartalékkal pótolni lehet.

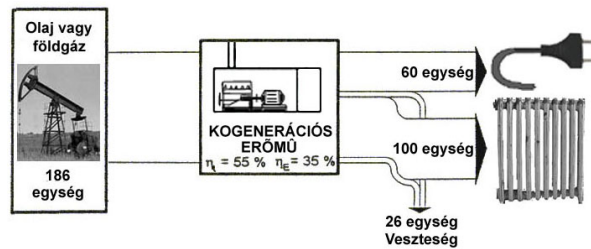
3.1. Néhány szó a kogenerációs energiatermelésről

Az előzőekben leírtak alapján látható, hogy a centralizált energiatermelés még egy korszerű kondenzációs turbina esetén is meglehetősen alacsony hatásfokú. Ha figyelembe vesszük, hogy a villamos hálózatban is jelentős energiavesztés következik be a bevitt energiának közel $\frac{3}{4}$ -e veszteségként a környezetbe távozik mire a tüzelésből származó energia felhasználásra kerül, hasznosul. Mivel a felhasználási helyen a villamos energia mellett hőenergiára is szükségünk van az erőművel párhuzamosan ún. fűtőművet is üzemeltetni kell. Ezt a kedvezőtlen helyzetet az ún. kogenerációs energiatermeléssel lehet megváltoztatni.



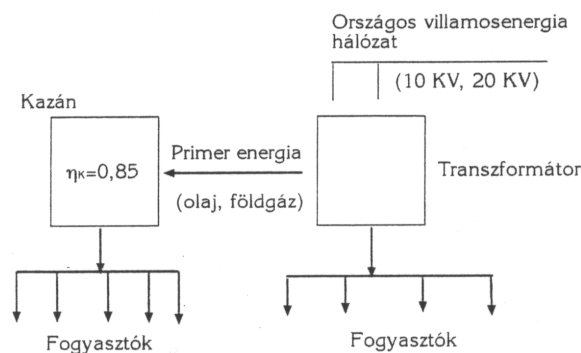
3.3. ábra

A kogeneráció olyan energetikai berendezés, amely az energiaátalakítási folyamat során egyetlen energiahordozó, fosszilis (földgáz, dízelolaj) vagy megújuló (biogáz, depóniagáz, növényi olaj) energiahordozó felhasználásával legalább két hasznosítható energiafajtát hőt és villamos energiát állít elő. (3.4. ábra)



3.4. ábra

A blokk fűtőerőművekkel megvalósítható decentralizált villamos energiatermelés jó és rugalmas kiegészítője lehet a nagyerőművi termelésnek, mert egyrészt a fogyasztói központokba telepítve jelentős elosztási költségmegtakarítást tehet lehetővé (javíthatja bizonyos körzetek ellátási minőségét), másrészt a viszonylag kicsi és gyorsan beépíthető egységek az igények változásához való gyors alkalmazkodást eredményezhetnek. A kapcsolt hő- és villamosenergia-termelés energetikai hatékonysága természetesen már önmagában is igazolhatja a blokkfűtőerőművek létesítését, míg villamos az integrált villamosenergia-ellátó rendszer szerves részévé válhat.



3.5. ábra

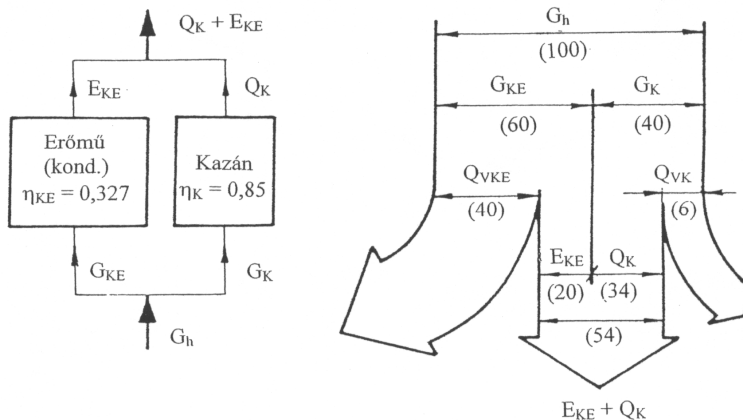
A korszerű, a helyi hőellátással kapcsolt villamosenergia-termelés egyaránt jól szolgálhatja az energiatakarékosság és a környezet-védelem által támasztott követelményeket.

A hagyományos energiaellátó rendszer esetén a klasszikus értelemben vett kapcsolt energiatermelésről nem lehet beszélni. A hagyományos energiaellátás általános modelljét a 3.5. ábra mutatja.

A hagyományos energiaellátó rendszer egyik eleme az országos villamosenergia-hálózat (gyakorlatilag a fogyasztót ellátó transzformátor), amelynek termelőegységei az erőművek, másik eleme a fogyasztó igényeinek megfelelő teljesítőképességű helyi hőszolgáltató gépcsoport (kazántelep).

A makroszintű energiaellátásban ez utóbbi úgy jelenik meg, mint párhuzamos kapcsolású energia-átalakítók összessége. Hazai viszonyok között a kondenzációs gépek a villamos energiatermelés meghatározói.

Az erőművekben megtermelt villamos energiát az országos villamos távvezeték hálózaton juttatják el a fogyasztókhoz. A villamosenergia-szállítás hálózati veszteségei a mai magyarországi távvezeték hálózaton mintegy 10-11%-ra tehetők. A hagyományos energiaellátás energia folyamatábráját a 3.6. ábra szemlélteti.



3.6. ábra

A hagyományos energiaellátó-rendszer mint párhuzamosan kapcsolt átalakítók energetikai hatásfoka:

$$\eta_h = \frac{\dot{Q}_h}{\dot{G}_h} = \frac{E_{KE} + \dot{Q}_k}{\frac{E_{KE}}{\eta_{KE}} + \frac{\dot{Q}_K}{\eta_K}} \quad (1)$$

A fogyasztók a 3.5. ábra szerinti hagyományos rendszerben az országos hálózatról transzformátoron keresztül a mindenkori fogyasztói igényeknek megfelelően villamos energiát vételeznek, a szükséges hő helyi energiaátalakítóknak (kazán) állítják elő. Az angol szakirodalomban részben már bevezetett gyakorlatnak megfelelően a hagyományos rendszerben a fogyasztók által vételezett hő és villamos energia arányát az alábbi összefüggéssel fejezhetjük ki

$$\alpha = \frac{\dot{Q}_k}{W} = f(\dot{Q}_{fogy}, E_{fogy}) = f(t) \quad (2)$$

A hagyományos energiaellátó-rendszer eredő energetikai hatásfoka a (2) összefüggés felhasználásával

$$\eta_h = \frac{\eta_{KE} \cdot \eta_{KE} (1 + \alpha)}{\eta_K + \alpha \eta_{KE}} \quad (3)$$

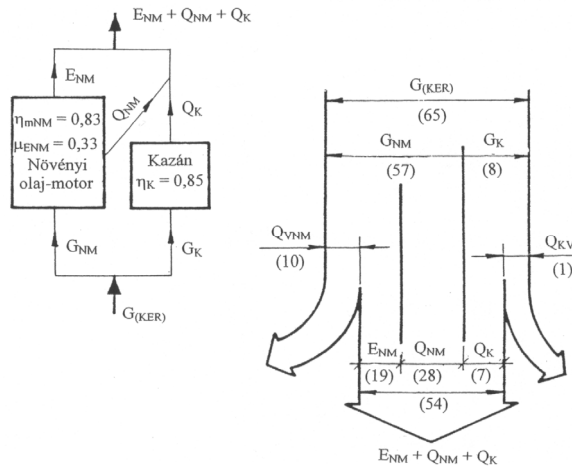
A hagyományos energiatermelést megvizsgálva az alábbiakat állapíthatjuk meg:

- a hazai villamosenergia-termelés 60%-át adó három nagy kondenzációs erőmű hatásfoka $\eta_{KE}=32,7\%$.
- az erőművekben megtermelt villamos energiát az országos villamos hálózaton 10-11%-os hálózati veszteséggel juttatják el a fogyasztókhoz. Ezt a hagyományos energiaellátó rendszer energetikai hatásfok összefüggésénél nem vettük figyelembe.
- a fogyasztók a hőenergiát saját telephelyükön elhelyezett olaj, gáz (esetleg PB gáz) tüzelésű kazánjaikban termelik meg. (Ezek éves átlagos hatásfoka $\eta_k=0,85$. Itt az energiaátalakítás vesztesége 15%).

A 3.5. ábra szerinti hagyományos energiaellátó rendszer esetén a klasszikus értelemben vett kapcsolt energiatermelésről nem lehet beszélni. Kapcsolt energiatermelésről akkor beszélnek, ha az energiaátalakítási folyamatnak több terméke van. A kapcsolt hő és villamosenergia-termelésben ez a két termék hő és a villamos energia. A villamosenergia-törvény szerint „a kap-

csoltan termelt energia közös technológiai berendezésben, azonos tüzelőanyaggal, legalább 65% energetikai hatásfokú energiaátalakítási folyamattal előállított hő és villamos energia.”

A kogenerációs energiaellátó rendszer modelljét a 3.7. ábra mutatja.



3.7. ábra.

A kogenerációs (blokkfűtőerőműves) energiaellátó rendszerek energetikai jellemzésére egy mutató nem elégséges. Az egyik mutató pár a mennyiségi hatásfok

$$\eta_m = \frac{E_{NM} + Q_{NM}}{G_{NM}} \tag{4/a}$$

és kapcsolatosan termelt fajlagos villamos energia

$$\sigma = \frac{E_{NM}}{G_{NM}} \tag{4/b}$$

A másik mutató pár a villamos részhatásfok

$$\eta_{ENM} = \frac{E_{NM}}{G_{NM}} \tag{5/a}$$

és a termikus részhatásfok

$$\mu_Q = \frac{\dot{Q}_{NM}}{\dot{G}_{NM}} \quad (5/b)$$

mindkét mutató az egész energiatermelő berendezésre vonatkozik. Mint a korábban bemutatott ábrákon látható a hagyományos ágazati energiatermelési módszerekkel 60 egységnyi villamos és 100 egységnyi hőenergia előállításához 300 egységnyi tüzelőanyag bevitele szükséges (veszteség 140 egység), míg kapcsolt energiatermelés esetén ugyanazon hő és villamos energia előállításához 186 egység tüzelőanyag elégséges (veszteség 26 egység). A primer energia megtakarítás:

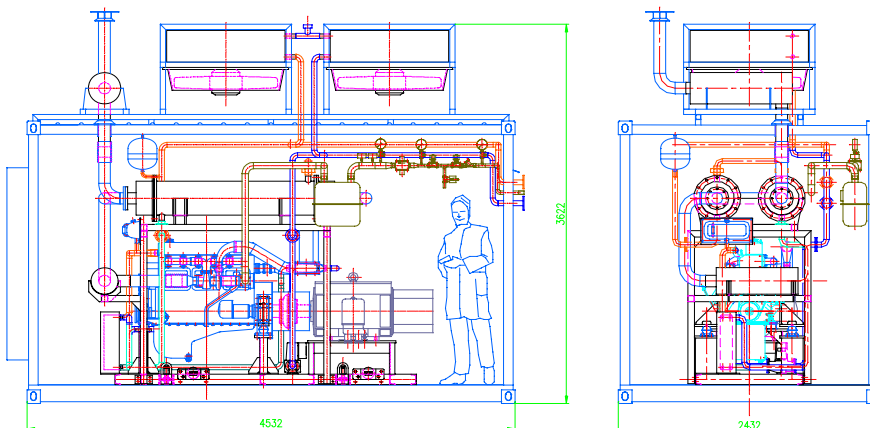
$$E_{\text{megtakarítás}} = (1 - 186/300) * 100 = 38\%$$

Az előzőekből kitűnt, hogy a hagyományos energiaellátó rendszerhez viszonyítva mintegy 40%-kal kisebb primer energiafelhasználással lehet a fogyasztói igényeket kielégíteni.

Mivel ez hőveszteség lenne, a környezetbe távozna, így a kapcsolt villamosenergia-termelésnél csökken a környezet hőszennyezése.

Ennek a hőnek az előállításához szükséges tüzelőanyag elégetésénél keletkező szén-dioxid kibocsátás is megtakarítható.

Ha a kapcsolt energiatermelést megelőzően, vagy a kapcsolt energiatermelés megvalósítása nélkül a hőfogyasztók olyan tüzelőanyaggal fűtöttek, melynek eltüzelésekor egyéb, káros anyagok távoztak a környezetbe (pl.: SO₂, SO₃, NO_x, szilárd égéstermékek, nehézfémek stb.) akkor ezek kibocsátása is megtakarítható.



A gázfelhasználás hatékonyságának javítása, a megújuló energiaforrások – elsősorban növényi olaj és biogáz – várhatóan nagyobb részarányú hasznosítása miatt környezetvédelmi szempontból is nagy jelentőségűvé válhat a decentralizált kogenerációs energiaellátó berendezések fejlesztése, elterjesztése. Ezt a folyamatot erősíti az EU Parlament és Tanács D/2209. számú direktívája a kapcsolt hő és villamosenergia termelés (kogeneráció) elősegítésére.

A kogenerációs gépcsoport tehát egy erőgépből – belsőégésű motor, gázturbina – közlőműből és az energiát termelő munkagépből – aszinkron motor, generátor – áll a szükséges kiegészítő berendezésekkel. Az alábbi ábrán egy belsőégésű motorral szerelt gépcsoport látható, melyben a motor üzemét biztosító lemezes hőcserélőben történik a motor hűtőkörében felszabaduló hő elvonása, míg a füstgáz hőtartalma két sorba kapcsolt hőcserélő egységbe történik. Ezen berendezésekkel a későbbi tanulmányuk során részletesen foglalkozunk.

Felhasznált és ajánlott irodalom

- Felföldi László: *Anyagmozgatási kézikönyv*. Budapest, 1975, Műszaki Könyvkiadó.
- Hans-Jürgen Zebisch: *Anyagmozgatás*. Budapest, 1975, Műszaki Könyvkiadó.
- Horváth-Író-Sárközi: *Gépek üzemtana I. Jegyzet*. Budapest, 1980, Tankönyv Kiadó.
- Horváth-Zsenák: *Gépek üzemtana I. Példatár*. Budapest, 1981, Tankönyv Kiadó.
- Hütte: *A mérnöki tudományok kézikönyve*. 1993, Springer Hungarica.
- Iró Béla – Zsenák Ferenc: *Általános géptan*. Elektronikus jegyzet. Győr, 2003, Széchenyi István Egyetem.
- Kovács Attila: *Gépészmérnöki alapismeretek*. Budapest, 1990, Tankönyv Kiadó.
- Otrok László: *Általános géptan*. Budapest, 1978, Tankönyv Kiadó.
- Pattantyús Á. Géza: *A gépek üzemtana*. Budapest, 1983, Műszaki Könyvkiadó.
- Pattantyús Á. Géza: *Gépészeti villamosmérnökök kézikönyve 4. kötet*. Budapest, 1962, Műszaki Könyvkiadó.
- Szekényi Tamás: *Általános géptan I-II*. Budapest, 1977, Tankönyv Kiadó.

Név- és tárgymutató

A,Á

adiabatikus állapotváltozás 159
állandó nyomás 159
állósíga 46
áttétel 46

B

belső energia 158

C

centralizált energiatermelés 162
centripetális gyorsulás 22

Cs

Csiga és csigasor 40
Csúszási és tapadási súrlódási
tényezők 32

D

Dörzshajtás 50
Dr. Pattantyús Á. Géza 6

E,É

Egyenes vonalú egyenletes
mozgás 14
Egyenletes körmozgás 20
Egyenletesen változó mozgás 23
egyenlőtlenségi fok 129
entalpia 159
entalpiadiagram 159
entrópia 159
erőgép 11
erőgép fajlagos fogyasztása 85
expánzió 155

F

fajlagos hőfogyasztás 86
fékberendezés 113

fékezőerő 116
felvonó 72
fogaskerék-hajtás 50
Fogaskerék-hajtóművek 56
fordulatszám 47
forgó mozgás 120
forgó tömeg 120
Futómacska 73

G

gép 8
gép hatásfoka 59
gép teljesítménye 49
gép üzemének gazdaságossága 87
gép veszteségei és hatásfoka
 változó terhelésnél 78
gépek üzemi jellemzői 138
gördülőellenállás 30
gördülőellenállási tényező 33
gőzturbina 158
gőzturbinába 158

Gy

gyorsító nyomaték munkája 120
gyorsítóerő 111
gyorsítóerő munkája 107
gyorsulás 16

H

hajtókar 47
határgörbe 161
hőelvonás 155
hőenergia 11
hőhasznosító 158
hőközlés 155
hőteljesítmény 40

I,Í

izoterma 160

J

jármű menetábrái 111

Jelleggörbék 138

Jelleggörbe-módosítás 147

K

kazán 161

kazánban 158

Kézi és gépi meghajtású csörlők
65

kogeneráció 159

kogenerációs energiatermelés 162

kompresszió 155

kondenzációs turbina 162

kondenzátor 159, 161

kondenzátorba 158

körmozgás 20

kötélág 46

kötéldob 47

közlőmű 11

Közlőművek 50

L

lánchajtás 50

lejtőre merőleges komponens 37

lejtővel párhuzamos komponens
36

lendítőkerék 128

M

másodrendű vagy tehetetlenségi
nyomatékának 121

mechanikai munka 13

megtett ut 15

melőgép 40

menetábra 111

minta 169

módosítás 43

mozgási energia 107

mozgó csiga 44

munkagép 9

munkapont 141

munkasebesség egyenlőtlensége
128

Ny

nyomaték 24

P

Prony-fék 49

R

redukált tömeg 125

S

sebesség 14

stabilis jellegű erőgép 143

súlypont 122

súlyponti tengely 123

Súrlódás 30

súrlódási erő 30

súrlódási hő 36

Sz

szabad - kifutás 112

szíjhajtás 50

szivattyú 159

szlip 138

szögsebesség 120

szöggyorsulás 123

T

Téheremelés 40

Téheremelő szerkezetek 62

Téhervontatás lejtőn 36

Téhervontatás vízszintes pályán 35

tehetetlenségi nyomaték 25
termodinamika 1. főtétele 158
továbbítómű 71
Több tömegű rendszer 125
tömegpont 120
turbina 161

Ü,Ű

üresjárás 78
üzem stabilizálása 141

V

Veszteségek a gép üzemében 59
Villamos emelődob 71
villamos energiatermelés 155
villamos hálózat 162
vontatás 35
vontatóerő teljesítménye 36

Z

zárt körfolyamat 155