

1. Teljesítmény – terhelés – hatásfok, vontatás vízszintes és lejtős pályán

1.1

Egy (felső gépházás) felvonó járószékének tömege 1600 kg , teherbírása 4000 N .

Az alkalmazott ellensúly a járószék súlyán kívül a maximális hasznos teher felét is kiegyensúlyozza.

Határozzuk meg az egyenletes sebességű teheremelés teljesítmény-szükségletét és a felvonó-berendezés teljes hatásfokát, ha feltételezzük, hogy

- ☞ a teheremelés sebessége $0,6\text{ m/sec}$,
- ☞ a súrlódási veszteségek és a kötél merevségének leküzdéséhez rendelt hatásfok 45% ,
- ☞ a motor és a kötél dob közé épített lassító áttétel hatásfoka 65% ,
- ☞ a villamos motor hatásfoka 80% .

Megoldás:

A kötél dob kerületén a súrlódási erőket figyelmen kívül hagyva, mivel ezeket majd egy speciális hatásfokkal vesszük számításba, a terhelt járószék súlyának és az ellensúlynak a különbsége hat, ami:

$$F_k = (G_{jsz} + G_r) - G_e = (16000 + 4000) - 18000 = 2000\text{ N} .$$

A súrlódás nélkül számított, tehát a hasznos teljesítmény:

$$P_h = F_k \cdot v_e = 2000 \cdot 0,6 = 1200\text{ W} = 1,2\text{ kW} .$$

A dob tengelyén ennél nagyobb teljesítmény szükséges, hiszen le kell küzdeni a két aknában jelentkező

súrlódást és a kötél merevségét is:
$$P_{dob} = \frac{P_h}{\eta_{dob}} = \frac{1,2}{0,45} \approx 2,7\text{ kW}$$

A motor tengelyén még nagyobb teljesítmény szükséges, hiszen a mechanikai áttétel veszteségeit is

fedezni kell:
$$P_{motor} = \frac{P_{dob}}{\eta_{\text{\u00e1tt\u00e9tel}}} = \frac{2,7}{0,65} \approx 4,15\text{ kW}$$

V\u00e9g\u00fal a motor vesztes\u00e9gei miatt a h\u00e1l\u00f3zatb\u00f3l a felvon\u00f3 hajt\u00e1s\u00e1hoz felvett \u00f3sszes teljes\u00edtm\u00e9ny

$$P_{\text{\u00f3sszes}} = \frac{P_{motor}}{\eta_{motor}} = \frac{4,15}{0,80} \approx 5,2\text{ kW} .$$

Ezekkel a felvon\u00f3, mint berendez\u00e9s \u00f3sszhat\u00e1sfoka:
$$\eta_{felvon\u00f3} = \frac{1,2}{5,2} \approx 0,231 \Rightarrow 23,1\% .$$

Term\u00e9szetesen ehhez az eredm\u00e9nyhez eljuthattunk volna a r\u00e9szhat\u00e1sfokok \u00f3sszesorz\u00e1s\u00e1val is, mivel a rendszer sorba kapcsolt t\u00edpus\u00fa:
$$\eta_{felvon\u00f3} = \eta_{dob} \cdot \eta_{\text{\u00e1tt\u00e9tel}} \cdot \eta_{motor} = 0,45 \cdot 0,65 \cdot 0,8 = 0,234 \Rightarrow 23,4\% .$$

Term\u00e9szetesen a m\u00e1sodik eredm\u00e9ny a "pontos", amit\u0151l az el\u00f3 elt\u00e9r\u00e9se a sz\u00e1m\u00edt\u00e1sok sor\u00e1n tett t\u00f6bbsz\u00f6ri kerek\u00edt\u00e9s k\u00f6vetkezmenye.

1.2

Egy hat szem\u00e9lyes felvon\u00f3 (1 szem\u00e9ly \u00e1tlag 85 kg) egyenletes sebess\u00e9ge $0,8\text{ m/s}$. A j\u00e1r\u00f3sz\u00e9k t\u00f6mege 860 kg , az ellens\u00fal\u00fd pedig az \u00f3sszes t\u00f6meg $3/5$ -t ellens\u00fal\u00fdozza. A felvon\u00f3 berendez\u00e9s \u00f3sszes hatásfoka 32% .

Hat\u00e1rozza meg:

- az ellens\u00fal\u00fd t\u00f6meg\u00e9t (**822 kg**),
- a felvon\u00f3 cs\u00f3rl\u00f3j\u00e9nek ker\u00fal\u00fdlet\u00e9n \u00e9bred\u0151 ker\u00fal\u00fdleti er\u0151t, (**5480 N**),
- a felvon\u00f3 m\u00fal\u00fdk\u00f3dtet\u00e9s\u00e9hez sz\u00fal\u00fdks\u00e9ges hasznos teljes\u00edtm\u00e9nyt, (**4,384 kW**)
- a felvon\u00f3t hajt\u00f3 motor h\u00e1l\u00f3zatb\u00f3l felvett villamos teljes\u00edtm\u00e9ny\u00e9t, (**13,7 kW**)
- a m\u00fal\u00fdk\u00f3dtet\u00e9shez sz\u00fal\u00fdks\u00e9ges teljes\u00edtm\u00e9nyt, ha a felvon\u00f3 f\u00e9l terhel\u00e9ssel \u00fal\u00fdzemel! (**7,325 kW**)

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

1.3

Számítsa ki, hogy egy 120 kg tömegű, kétkerekű kézikocsit 4%-os, 0,028 ellenállás-tényezőjű lejtős úton mekkora erővel lehet feltolni, ha a tolóerő a lejtő síkjával 30°-os szöget zár be!

Megoldás:

A lejtő menti erőjátékot felvázolása után az egyensúly a következő képen fejezhető ki:

$$F \cdot \cos 30^\circ = \mu \cdot (G \cdot \cos \alpha + F \cdot \sin 30^\circ) + G \cdot \sin \alpha$$

Az összefüggésben α a lejtő hajlásszöge a vízszinteshez. Vegyük figyelembe, hogy néhány százalékos lejtés esetén jó közelítéssel $\tan \alpha \sim \sin \alpha \sim \alpha$, amiből persze következik, hogy $\cos \alpha \sim 1$

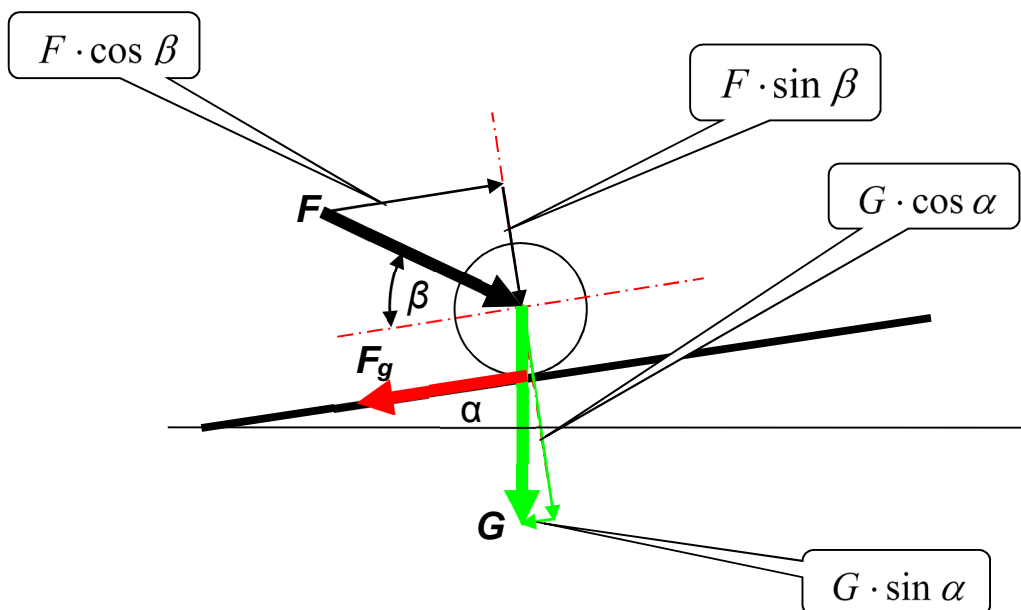
$$F \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,028 \cdot \left(1200 \cdot 1 + F \cdot \frac{1}{2} \right) + 1200 \cdot 0,04$$

Ebből a tolóerő kb. 96 N.

1.4

6% emelkedésű lejtőn 110 kg tömegű kocsit tolunk felfelé állandó sebességgel. A kocsi rúdja a 30°-os szöget zár be a lejtő síkjával. A tolóerő 240 N. Mennyi munkát végzünk 500 m úton és ebből mennyi a súrlódás legyőzésére fordított munka?

Megoldás:



Az össze munka 103,9 kJ, amiből a súrlódás leküzdésére felhasznált munka kb. 70,9 kJ. A kettő különbsége helyzeti energia formájában tárolódik, azaz a kiinduló pontnál 33 m-el leszünk magasabban. Kiszámítható továbbá a gördülési ellenállás tényezője, ami 0,1165.

1.5

Egy 15%-os emelkedőn egy 64 kg tömegű kocsit tolunk felfelé egyenletes sebességgel. A gördülési ellenállás együttható értéke 0,008. A kocsi sebessége 1,2 m/s, a tolóerő az emelkedő síkjával 10°-os szöget zár be az emelkedő síkja felé tartva.

Határozza meg:

- a lejtő hajlásszögét, (**8,54°**)

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

- a kifejtett tolóerő nagyságát, (**101,7 N**)
- a kocsi mozgatásához szükséges teljesítményt! (**120,2 W**)

1.6

Egy 1470 kW hasznos teljesítményű (tengelyteljesítmény) mozdony 2 ‰ legnagyobb emelkedésű pályaszakaszon 28 teherkocsiból álló szerelvényt továbbít egyenletes sebességgel. A mozdony saját tömege 116,5 t, egy teherkocsi összes tömege 65 t, a gördülési ellenállási együttható 0,002.

Határozza meg:

- a teljes szerelvény pályaelenállását, (**38,73 kN**)
- a mozdony hajtóműve által kifejtett vonóerőt, (**77,46 kN**)
- a szerelvény haladási sebességét! (**68,32 km/h**)

1.7

Egy mozdony 4‰-es emelkedőn teherkocsikból álló szerelvényt továbbít 54 km/óra állandó sebességgel. A mozdony saját tömege 116,5 t, a vontatott elegy tömege 1465 t, a gördülési ellenállási együttható 0,0015.

Határozza meg:

- a teljes szerelvény pályaelenállását, (**23,72 kN**)
- a mozdony által kifejtendő vonóerőt, (**87,01 kN**)
- a vontatás teljesítményszükségletét! (**1305 kW**)

1.8

Egy 25°-os lejtésű kétvágányú siklón felfelé irányuló anyagszállítás folyik. Az 500 kg tömegű csillékben 1000 kg tömegű zúzott kő rakható be.

Határozzuk meg a 650 mm külső átmérőjű kötél Dob és az 1500 ford/min fordulatszámú villamosmotor közé beépítendő fogaskerék-hajtómű áttételét valamint a villamosmotor szükséges teljesítményét, ha tudjuk, hogy

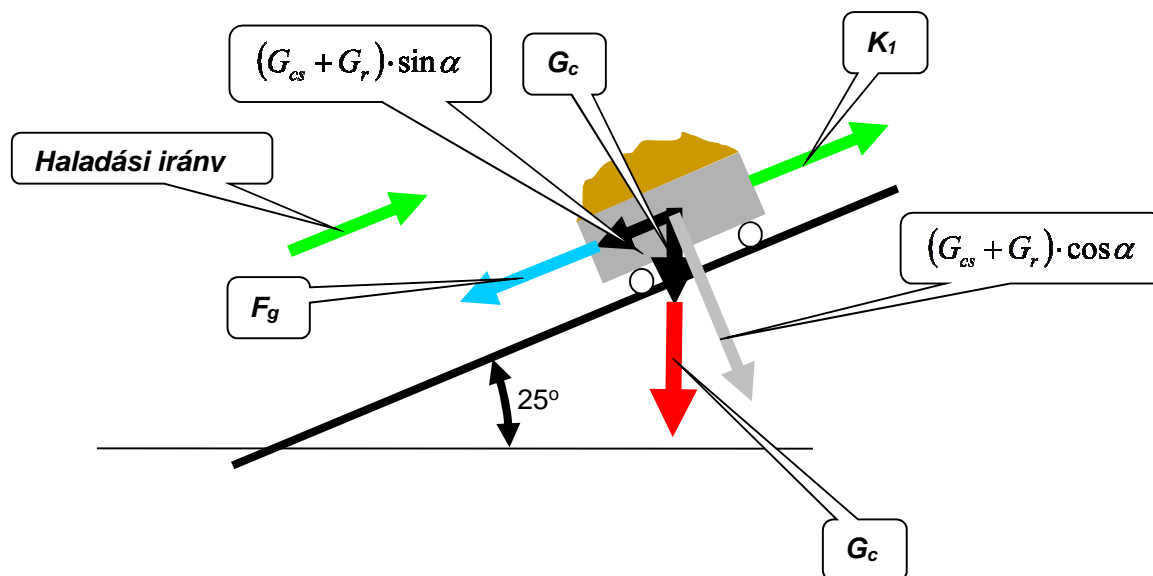
- a csillék haladási sebessége 50 m/min,
- a gördülési ellenállás értéke 0,02,
- a kötél Dobnál 85 %-os, a hajtóműnél 60 %-os a villamosmotornál pedig 80 %-os hatásfokkal kell számolnunk.

Rajzoljuk fel az energiaszállítást a veszteségek szemléltetésére

Megoldás:

A lejtőn felfelé haladó megrakott kocsi erőjátéka az alábbi ábrán látható:

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

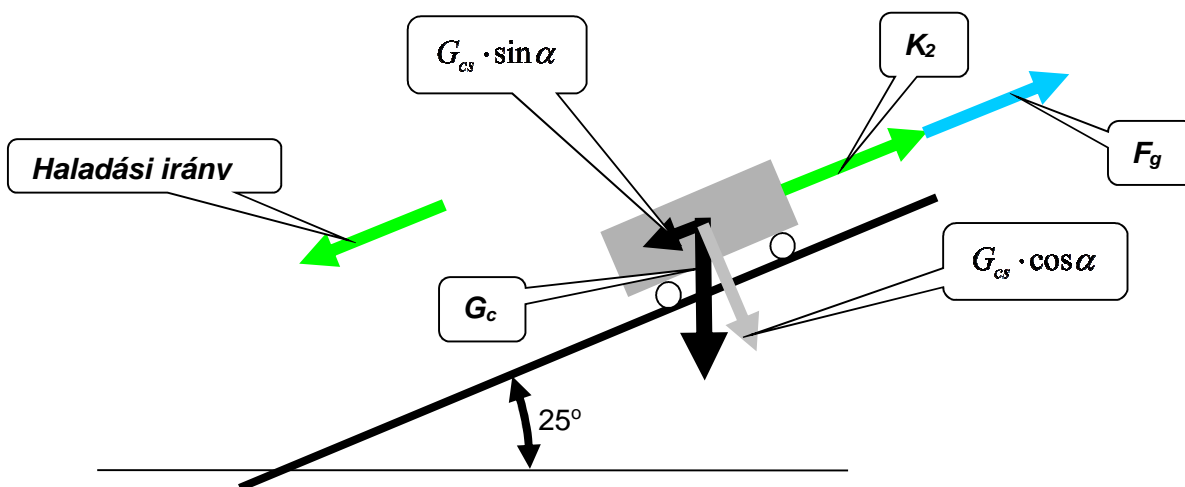


Az ábra jelöléseit alkalmazva a K_1 kötélerő:

$$K_1 = (G_{cs} + G_r) \cdot \sin \alpha + F_g = (G_{cs} + G_r) \cdot \sin \alpha + \mu_g \cdot (G_{cs} + G_r) \cdot \cos \alpha = (G_{cs} + G_r) \cdot (\sin \alpha + \mu_g \cdot \cos \alpha)$$

$$K_1 = (500 + 1000) \cdot g \cdot (\sin 25^\circ + 0,02 \cdot \cos 25^\circ) \approx 6611 \text{ N}$$

A lefelé haladó terheletlen csille erőjátéka a következő ábrán látható:



$$K_2 + F_g = K_2 + G_{cs} \cdot \mu_g \cdot \cos \alpha = G_{cs} \cdot \sin \alpha \Rightarrow K_2 = G_{cs} \cdot \sin \alpha - G_{cs} \cdot \mu_g \cdot \cos \alpha = G_{cs} \cdot (\sin \alpha - \mu_g \cdot \cos \alpha)$$

$$K_2 = 500 \cdot g \cdot (\sin 25^\circ - 0,02 \cdot \cos 25^\circ) \approx 2022 \text{ N}$$

A dob kerületén a két kötélrő különbségként megjelenő kerületi erő "végez munkát":

$$F_k = K_1 - K_2 = 4589 \text{ N}$$

A dob tengelyét terhelő nyomaték:

$$M_{dob} = F_k \cdot \frac{d}{2} = 4589 \cdot \frac{0,65}{2} = 1491 \text{ Nm}$$

A dob szögsebessége és fordulatszáma:

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

$$\omega_{dob} = \frac{u}{d} = \frac{\frac{50}{2}}{\frac{60}{2}} = 2,56 \frac{rad}{s}, \text{ illetve } n_{dob} = \frac{60 \cdot \omega_{dob}}{2 \cdot \pi} = \frac{60 \cdot 2,56}{2 \cdot \pi} \approx 24,4 \frac{ford}{min}$$

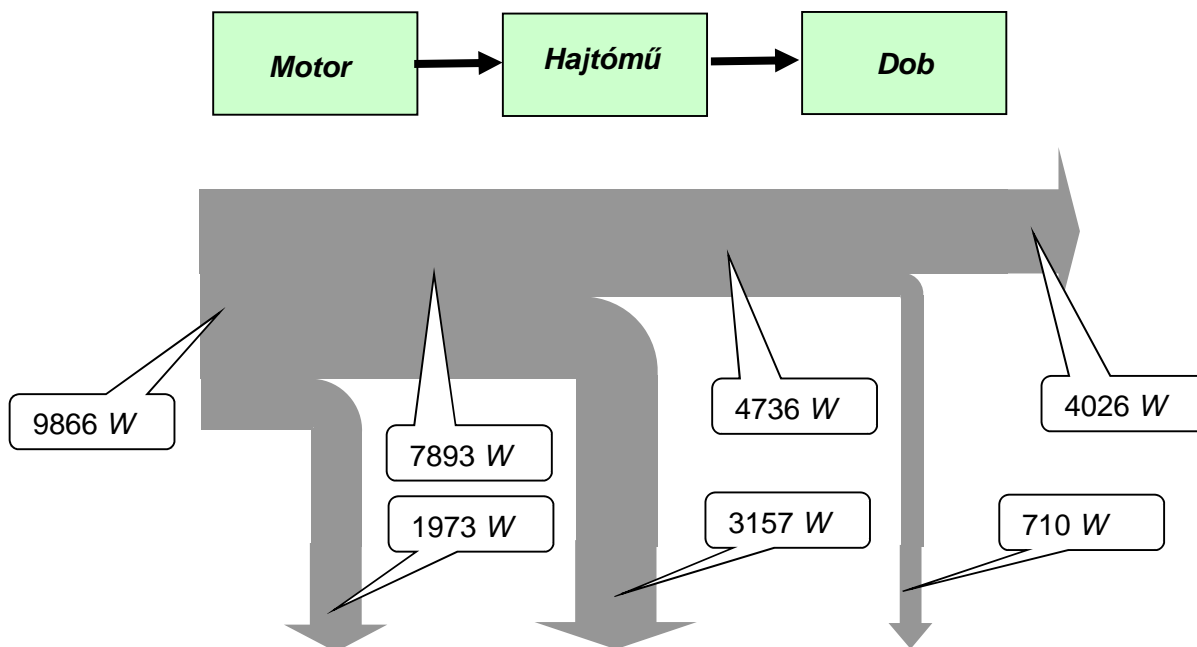
A hajtómű szükséges áttétele: $i = \frac{n_{motor}}{n_{dob}} = \frac{1500}{24,4} \approx 61,5$

A hasznos teljesítmény: $P_h = M_{dob} \cdot \omega_{dob} = 1491 \cdot 2,56 \approx 3817 W$

A dob tengelyén szükséges teljesítmény: $P_{dob} = \frac{1}{\eta_{dob}} \cdot M_{dob} \cdot \omega_{dob} = \frac{1}{0,85} \cdot 1491 \cdot 2,56 \approx 4491 W$

A hajtómű behajtó tengelyé szükséges teljesítmény: $P_{hajtómű} = \frac{P_{dob}}{\eta_{hajtómű}} = \frac{4491}{0,6} = 7485 W$

A motor teljesítmény: $P_{motor} = \frac{P_{hajtómű}}{\eta_{motor}} = \frac{7485}{0,8} = 9356 W$



1.9

Egy 30° maximális lejtésszögű hegyoldalban a kirándulókat sikló-felvonó szállítja. A kocsik teherbírása max. 48 fő (80 kg/személy), saját tömege 1,2 t. Mikor lesz maximális a sikló terhelése?

A sikló egyenletes haladási sebessége 3 m/s, a gördülési ellenállás értéke 0,005 és a csörlő hatásfoka 97,5%.

Mikor a legnagyobb a hajtó motor terhelése?

Mekkora a kocsik pályaelenállása, ha tele van?

Mekkora a kocsik pályaelenállása, ha üres?

Mekkora a kerületi erő a kötéldobon maximális terheléskor?

Határozza meg a legnagyobb terheléshez szükséges teljesítményt!

Megoldás:

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

A sikló üzeme közben az aktuálisan lefelé haladó kocsi ellensúlyként működik. A sikló terhelése nyilván akkor a legnagyobb, amikor a felfelé haladó kocsi tele van és a lefelé haladó kocsi üres, hiszen ekkor a legkisebb az ellensúly!

A gördülési ellenállás a pályára merőleges erőkomponens és a gördülési ellenállás szorzata, azaz

$$F_g = m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \mu_g$$

ahol a m a mindenkori tömeg, α a lejtő hajlásszöge és μ_g pedig a gördülési ellenállás. Az összefüggés megfelelően alkalmazva a teli kocsira ható gördülési ellenállás $218,3 \text{ N}$, az üres kocsira ható pedig 52 N .

A kerületi erő maximumának kiszámításához számba kell vennünk a súlyerőből származó lejtő menti komponenseket a teli és az üres kocsi esetében egyaránt. Ügyelni kell arra, hogy ez az erőkomponens a teli kocsi oldalán (felfelé halad!) növeli a kötélterőt, tehát a gördülési ellenálláshoz hozzá kell adni, míg a lefelé haladó kocsi esetében az ott keletkező lejtő menti erőkomponensből le kell vonni az ennél a kocsinál keletkező gördülési ellenállást, hiszen az csökkenti a kötélterőt. A helyesen felírt egyenletből a kerületi erő maximuma $19,5 \text{ kN}$.

A teljesítmény maximuma a megadott hatásfok figyelembevételével a kerületi erő maximumának és a haladási sebességnek a szorzata, osztva a hatásfokkal, azaz $59,9 \text{ kW}$.

1.10

Egy 16% emelkedésű, havas domboldalban egy 3 kg tömegű szánkót, rajta ülő 18 kg gyerekkel egyenletes sebességgel vontatunk felfelé. A szántalp és a hó közötti súrlódási együttható értéke $0,03$. A vontatás sebessége $2,4 \text{ m/s}$, a vontató erő az emelkedő síkjával 15° -os szöget zár be az emelkedő síkjától eltartóan.

Határozza meg:

- a lejtő hajlásszögét, (**$9,1^\circ$**)
- a vontató erő nagyságát, (**$40,5 \text{ N}$**)
- a vontatás teljesítményét! (**$93,8 \text{ W}$**)

1.11

Egy gépcsoport erőgép-hajtómű-munkagép egységekből áll. Az összes bevezetett teljesítmény 220 kW , az erőgép vesztesége 11 kW , a hajtómű hatásfoka 80% , a munkagép vesztesége pedig $41,8 \text{ kW}$.

Számítsa ki

- a gépcsoport eredő hatásfokát, (**57%**)
- a gépcsoport hasznos teljesítményét, (**$125,4 \text{ kW}$**)
- a hajtómű veszteségét! (**$41,8 \text{ kW}$**)

1.12

Egy gépcsoport erőgép-hajtómű-munkagép egységekből áll, melyek veszteségei rendre: 675 W , 855 W , 250 W . A gépcsoport eredő hatásfoka 54% .

Számítsa ki

- a gépcsoport hasznos teljesítményét, (**$2089,6 \text{ W}$**)
- a gépcsoportba bevezetett összes teljesítményt (**$3869,6 \text{ W}$**)
- a hajtómű hatásfokát! (**$73,2 \%$**)

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

1.13

Egy gépcsoport erőgép-hajtómű-munkagép egységekből áll, melynek hasznos teljesítménye 450 kW, összes vesztesége 300 kW. Az erőgép hatásfoka 92%, a munkagépbe bevezetett teljesítmény 560 kW.

Számítsa ki

- a gépcsoport eredő hatásfokát, **(60 %)**
- a munkagép hatásfokát, **(80,4 %)**
- a hajtómű veszteségét! **(130 kW)**

1.14

Egy fűtési rendszer az alábbi elemekből áll: kazánház-elosztóhálózat-hőleadók. A kazán hatásfoka 92 %, az elosztóhálózat hővesztesége 460 W, a hőleadók által leadott hőteljesítmény pedig 6860 W, hatásfokuk 85 %.

Számítsa ki

- a fűtési rendszer eredő hatásfokát, **(74 %)**
- a kazán által leadott hőteljesítményt, **(8531 W)**
- a kazán veszteségét! **(741,8 W)**

1.15

Egy gépjármű motorja 22 kW teljesítményt ad le. A gépjármű fogyasztása 8 kg benzin 100 km út megtétele alatt.

Mekkora a motor fajlagos üzemanyag-fogyasztása, ha a gépjármű 80 km/h egyenletes sebességgel halad?

Mekkora a fajlagos hőfogyasztás, ha a benzin fűtőértéke 42 MJ/kg?

Mekkora a motor hatásfoka?

Megoldás:

$$b = \frac{\dot{m}_{\text{üa}}}{P_h} = \frac{m}{\frac{s}{v} \cdot P_h} = \frac{8[\text{kg}] \cdot 80 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right]}{10 \cdot [\text{km}] \cdot 22[\text{kW}]} = 0,291 \left[\frac{\text{kg}}{\text{kWh}} \right]$$

$$q = b \cdot H = 0,291 \left[\frac{\text{kg}}{\text{kWh}} \right] \cdot 42 \left[\frac{\text{MJ}}{\text{kg}} \right] = 12,222 \left[\frac{\text{MJ}}{\text{kWh}} \right] = 12,222 \cdot \frac{10^3}{3600} = 3,395 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kJ}} \right]$$

$$\eta = \frac{1}{q} = \frac{1}{3,395} = 0,29$$

1.16

Egy 180 MW hasznos teljesítményű hőerőmű napi tüzelőanyag-fogyasztása 1400 Mg, 46 MJ/kg fűtőértékű földgáz.

Mennyi az erőmű fajlagos fogyasztása és fajlagos hőfogyasztása?

Mekkora az erőmű átlagos hatásfoka?

Megoldás:

Fajlagos fogyasztás:

$$b = \frac{\dot{m}_{\text{üa}}}{P_h} = \frac{1400 \cdot 10^3}{180 \cdot 10^3 \cdot 24} = 0,3241 \left[\frac{\text{kg}}{\text{kWh}} \right]$$

Fajlagos hőfogyasztás:

$$q = b \cdot H = 0,3241 \left[\frac{\text{kg}}{\text{kWh}} \right] \cdot 46 \left[\frac{\text{MJ}}{\text{kg}} \right] = 14,91 \left[\frac{\text{MJ}}{\text{kWh}} \right]$$

Átlagos hatások:

$$q = b \cdot H = 14,91 \left[\frac{\text{MJ}}{\text{kWh}} \right] = 14,91 \cdot \frac{10^3}{3600} = 4,1417 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kJ}} \right]$$

$$\eta = \frac{1}{q} = \frac{1}{4,1417} = 0,2414 [\%]$$

1.17

Egy földgázmotor villamos generátort hajt, melynek hatásfoka 96%. A motor fogyasztása 0,4 m³ 31 MJ/m³ fűtőértékű gáz 1 kWh villamosenergia-termelés esetén.

- Mekkora a gépcsoport fajlagos hőfogyasztása?
- Mekkora a motor fajlagos hőfogyasztása?
- Mennyi a motor hatásfoka?
- Mennyi a gépcsoport hatásfoka?

Megoldás:

A gépcsoport fajlagos hőfogyasztása:

$$q_{gcs} = b \cdot H = \frac{0,4}{1} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kWh}} \right] \cdot 31 \left[\frac{\text{MJ}}{\text{m}^3} \right] = 12,4 \left[\frac{\text{MJ}}{\text{kWh}} \right]$$

A motor fajlagos hőfogyasztása úgy számítható ki, hogy az elfogyasztott földgáz mennyiségét a motor hasznos teljesítményére vetítjük, mely persze nagyobb kell legyen a gépcsoport hasznos teljesítményénél, mégpedig a generátor hatásfokának mértékében :

$$q_{mot} = b \cdot H = \frac{0,4}{0,95} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kWh}} \right] \cdot 31 \left[\frac{\text{MJ}}{\text{m}^3} \right] = 11,78 \left[\frac{\text{MJ}}{\text{kWh}} \right]$$

A motor hatásfoka:

$$\eta_{mot} = \frac{1}{q_{mot}} = \frac{1}{11,78} = 0,3056 \text{ azaz kb. } 30,6 \%$$

A gépcsoport hatásfoka a generátor és a motor hatásfokának szorzata, vagy a gépcsoport dimenziótlan fajlagos hőfogyasztásának reciproka

$$\eta_{gcs} = \eta_{mot} \cdot \eta_{gen} = 0,3056 \cdot 0,95 = 0,2903 = \frac{1}{q_{gcs}} = \frac{1}{12,4} = 0,2903$$

1.18

Egy 7 kW hasznos teljesítményű ventilátort Diesel-motorral hajtunk meg. A ventilátor hatásfoka 78%. A Diesel-motor üzemanyag-fogyasztása 2,6 kg/h 43000 kJ/kg fűtőértékű olaj..

- Mekkora a motor fajlagos üzemanyag-fogyasztása?
- Mekkora a motor fajlagos hőfogyasztása?
- Mennyi a motor és a gépcsoport hatásfoka?

Megoldás:

A motor fajlagos üzemanyag-fogyasztása:

$$b = \frac{\dot{m}_{\ddot{u}a}}{P_{hm}} = \frac{\dot{m}_{\ddot{u}a}}{\frac{P_v}{\eta_v}} = \frac{2,6}{\frac{7}{0,78}} = 0,2897 \left[\frac{kg}{kWh} \right]$$

A motor fajlagos hőfogyasztása:

$$q_{mot} = b \cdot H = 0,2897 \cdot 43000 = 12,46 \left[\frac{MJ}{kWh} \right] \quad 12,5 \text{ MJ/kWh}$$

A motor és a gépcsoport hatásfoka:

$$\eta_{mot} = \frac{1}{q_{mot}} = \frac{1}{12,46} = 0,2889 \text{ ill. } \eta_{gcs} = \eta_{mot} \cdot \eta_v = 0,2889 \cdot 0,78 = 0,2253$$

azaz kb. 28,9 % ill. 22,5%.

1.19

Egy 31% hatásfokra becsült benzinmotor fajlagos fogyasztása 0,28 kg/kWh. Mennyi a benzin fűtőértéke?

Megoldás:

A dimenziótlan fajlagos hőfogyasztás a becsült hatásfok reciproka, azaz kb. 3,226 kJ/kJ.

A fajlagos hőfogyasztás definíciós egyenletéből

$$H = \frac{q_{mot}}{b} = \frac{3,226 \cdot 3,6 \left[\frac{MJ}{kWh} \right]}{0,28 \left[\frac{kg}{kWh} \right]} = 41,48 \left[\frac{MJ}{kg} \right]$$

1.20

Egy munkagép 4 órán át 7,2 kW, 3 órán át 6,5 kW és 1 órán át 2,1 kW hasznos teljesítményt fejt ki. Mekkora a 7 kW névleges teljesítményű munkagép közepes terhelése?

Megoldás:

Az átlagos terhelés az egyes üzemállapotokhoz tartozó terhelési tényezők időtartammal történő súlyozásával határozható meg. Azaz:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot \tau_i}{\sum \tau_i} = \frac{\frac{7,2}{7} \cdot 4 + \frac{6,5}{7} \cdot 3 + \frac{2,1}{2,1} \cdot 1}{4 + 3 + 1} = 0,8955$$

tehát az átlagos terhelés ebben az időszakban kb. 90%

1.21

Vízerőmű generátora egy hónap alatt 18 000 MWh villamos energiát termel. A generátor-hajtómű-víz turbina egység teljes havi munkaideje a következők szerint oszlik meg: 100 órán át 27 MW, 200 órán át 28,2 MW és 420 órán át 27,5 MW. Mennyi a generátor átlagos hatásfoka?

Megoldás:

$$\bar{\eta} = \frac{\sum W_h}{\sum W_{\ddot{o}}} = \frac{18000}{27 \cdot 100 + 28,2 \cdot 200 + 27,5 \cdot 420} = \frac{18000}{19890} = 0,905$$

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

1.22

Egy erőgép napi 8 órás üzemidejéből 4 órán át teljes terheléssel jár, hatásfoka ekkor 78 %, 3 órán át 80 %-os terheléssel jár, hatásfoka 76 %, 1 órán át 30 %-os terheléssel jár, hatásfoka 56 %.

- a.) Mekkora a gép napi átlagos terhelése?
- b.) Mekkora a gép napi átlagos hatásfoka?

Megoldás:

Az átlagos terhelés a részterhelések idő szerint súlyozott átlaga, azaz

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot \tau_i}{\sum \tau_i} = \frac{1 \cdot 4 + 0,8 \cdot 3 + 0,3 \cdot 1}{4 + 3 + 1} = 0,8375$$

Az átlagos hatásfok az adott napon a különböző terhelési állapotok mellett végzett hasznos munkák összeg osztva az egyes terhelési állapotokban végzett összes munkák összegével:

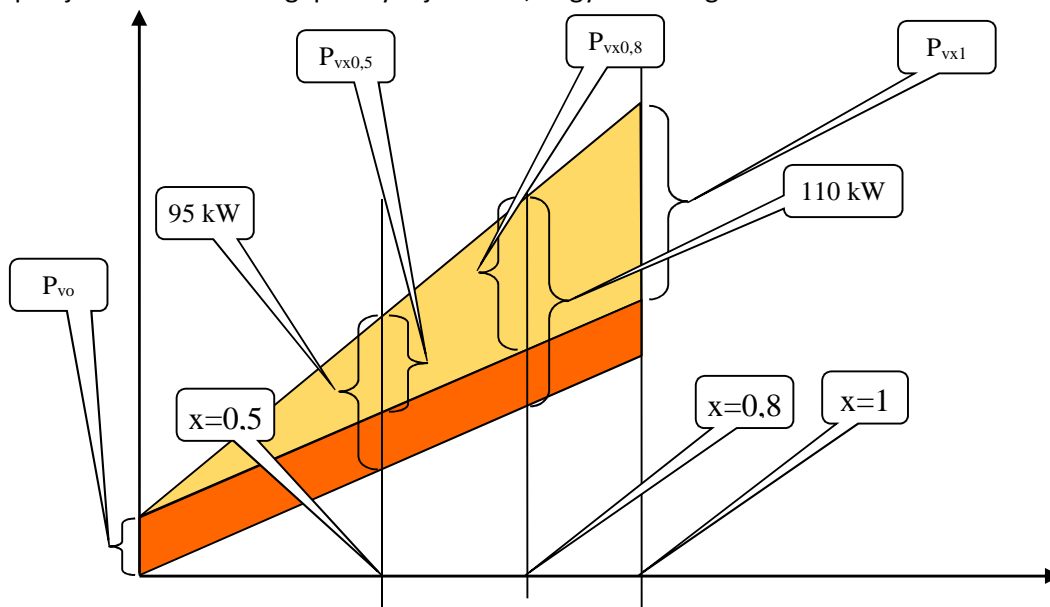
$$\bar{\eta} = \frac{\sum W_h}{\sum W_{\sigma}} = \frac{P_h \cdot (1 \cdot 4 + 0,8 \cdot 3 + 0,3 \cdot 1)}{P_h \cdot \left(\frac{1 \cdot 4}{0,78} + \frac{0,8 \cdot 3}{0,76} + \frac{0,3 \cdot 1}{0,56} \right)} = \frac{6,7}{8,822} = 0,7595$$

1.23

Egy repülőgép repülése során a hajtómű 40 percig teljes terheléssel működik, 110 percig 80%-os, 25 percig 60%-os és 25 percig 15%-os terheléssel működik. A hajtóműről tudjuk, hogy 50%-os terhelésnél összes veszteségei (a termikus veszteségeket nem számítva) 95 kW-ot, 80%-os terhelésnél pedig 110 kW-ot tesznek ki. A hajtómű maximális bruttó teljesítménye 650 kW.

Megoldás:

A repülőgép hajtóműve kalorikus gép melyre jellemző, hogy veszteségei a terheléssel lineárisan nőnek.



Ezt és a két terhelési állapotban ismert összes veszteséget felhasználva

$$110 = P_{vo} + P_{vx1} \cdot 0,8, \text{ ill. } 95 = P_{vo} + P_{vx1} \cdot 0,5$$

A két egyenletből álló egyenletrendszer megoldása: $P_{vo}=70 \text{ kW}$ a változó veszteség maximuma pedig $P_{vx1}=50 \text{ kW}$.

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

A maximális hasznos teljesítmény

$$P_{h\max} = P_{hx1} = P_{\delta} - (P_{vo} + P_{vx1}) = 650 - (70 + 50) = 530 \text{ kW}$$

Az egyes időszakokra a megadott terhelések ismeretében már könnyen ki lehet számítani a hasznos és az összes teljesítmény értékét, melyek rendre:

650 kW/530 kW, 534 kW/424 kW, 418 kW/318 kW, 157 kW/79,5 kW.

Az egyes időszakokban kiszámítható az összes és a hasznos munka mennyisége, melyek rendre

433,3 kWh/353,3 kWh, 979 kWh/777,3 kWh, 174,2 kWh/132,5 kWh, 65,4 kWh/33,1 kWh

Ezek összegzése után az átlagos hatásfok megkapható:

$$\bar{\eta} = \frac{\sum W_h}{\sum W_{\delta}} = \frac{353,3 + 777,3 + 132,5 + 33,1}{433,3 + 979 + 174,2 + 65,4} = \frac{1296,2}{1651,9} = 0,7846$$

azaz, az átlagos hatásfok kb. 78,5 %.

Az egyes üzemállapotokban a hatásfokok értékei rendre: 81,5%, 79,4%, 76,1%, 50,6%. Fontos megjegyezni, hogy ezek átlaga (71,9 %) távolról sem egyezik meg az imént helyesen kiszámított átlaggal!

1.24

Adott egy 15 kW maximális hasznos teljesítményű villamos motor, melyről tudjuk, hogy összes veszteségei 100%-os terhelésnél 1600 W, 50%-os terhelésnél pedig 750 W.

Határozzuk meg

- ☞ a hatásfok értékét 80%-os terhelésnél,
- ☞ a hatásfok maximumát és
- ☞ a maximális hatásfokhoz tartozó terhelés nagyságát.

Megoldás:

A villamos gépek esetében a terhelés függvényében a változó veszteségek négyzetesen nőnek, tehát

$$P_{vx} = P_{v0} + x^2 \cdot P_{vx1}$$

Ezt az egyenletet kétszer alkalmazva a megadott két terhelési állapotra,

$$1600 = P_{vo} + P_{vx1} \cdot 1^2, \text{ ill. } 750 = P_{vo} + P_{vx1} \cdot 0,5^2$$

ki lehet számítani az állandó és maximális terheléshez tartozó változó veszteséget:

$$P_{v0} = 466,7 \text{ W}, P_{vx1} = 1133,3 \text{ W}.$$

A veszteségek változását leíró összefüggést és a hatásfok definícióját megadó összefüggés segítségével

$$\eta_{0,8} = \frac{P_{h\max} \cdot x}{P_{h\max} \cdot x + (P_{vo} + P_{vx1} \cdot x^2)} = \frac{15000 \cdot 0,8}{15 \cdot 0,8 + (466,7 + 1133,3 \cdot 0,8^2)} = \frac{12000}{12000 + 1192} = 0,9096$$

tehát 80 %-os terhelésnél a hatásfok kb. 91 %.

A hatásfok akkor maximális, ha az állandó és változó veszteség egymással éppen egyenlő,

$$P_{vo} = P_{vx} = P_{vx1} \cdot x^2 \text{ tehát } 466,7 = P_{vx} = 1133,3 \cdot x^2$$

ez pedig 64,17 %-os terhelésnél teljesül. Ekkor a maximális hatásfok

$$\eta_{\max} = \frac{P_{h\max} \cdot 0,6417}{P_{h\max} \cdot 0,6417 + 2 \cdot P_{vo}} = \frac{15000 \cdot 0,6417}{15 \cdot 0,6417 + 2 \cdot 466,7} = \frac{9625,5}{9625,5 + 933,4} = 0,9116$$

tehát kb. 91,2 %.

Láthatóan a széles tartományban változó hatásfok mellett is igen jó és közel állandó hatásfok adódik. Ez a villamos motorok számos kedvező tulajdonsága közül az egyik!

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

1.25

Egy szivattyú gép 4,6 kW hasznos teljesítmény mellett éppen maximális hatásfokkal üzemel, ami 63 %. A maximális hasznos teljesítmény 7,3 kW.

Határozzuk meg, hogy mekkora a szivattyú hatásfoka

- teljes terhelésnél,
- 72%-os terhelésnél!

Megoldás

A hidraulikus gépek maximális hatásfoka annál a terhelésnél van, ahol a változó veszteség éppen fele akkora, mint az állandó veszteség.

Az adatokból a maximális hatásfokhoz tartozó terhelésnél

$$P_{vo} + P_{vx} = P_{vo} + \frac{P_{vo}}{2} = \frac{3}{2} \cdot P_{vo} = \frac{4,6}{0,63} - 4,6 = 2,7 \text{ kW}$$

ahonnan az állandó veszteség 1,8 kW.

Ugyanerre a terhelési állapotra felírva, hogy a hidraulikus gépek esetében a változó veszteség a terhelés harmadik hatványával arányos

$$2,7 = P_{vo} + P_{vx1} \cdot 0,63^3 = 1,8 + P_{vx1} \cdot 0,63^3$$

a változó veszteség teljes terhelésnél 3,6 kW.

Most már nincs akadálya annak, hogy a két kért terhelési állapotra kiszámítsuk a hatásfokokat.

$$\eta_1 = \frac{P_{h\max}}{P_{h\max} + P_{vo} + P_{vx1}} = \frac{7,3}{7,3 + 1,8 + 3,6} = 0,575$$

$$\eta_{0,72} = \frac{P_{h\max} \cdot 0,72}{P_{h\max} \cdot 0,72 + P_{vo} + P_{vx1} \cdot 0,72^3} = \frac{5,256}{5,256 + 1,8 + 3,6 \cdot 0,72^3} = 0,6257$$

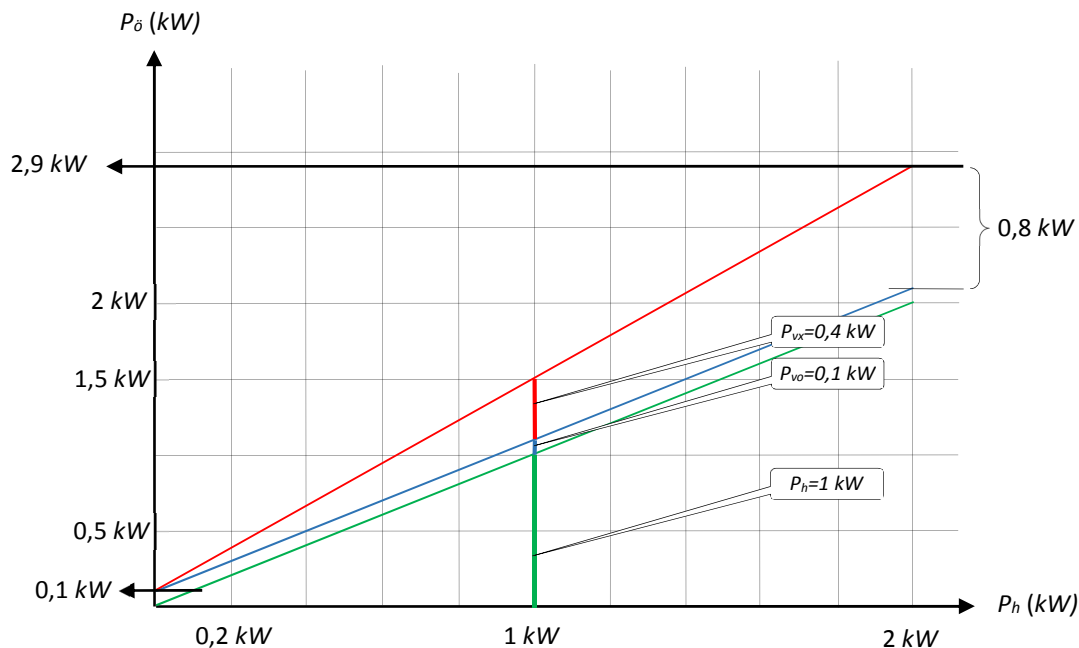
tehát a teljes terhelésnél a hatásfok 57,5 %, 72%-os részterhelésnél pedig ennél nagyobb, kb. 62,6 %.

1.26

Mechanikus sajtológép hasznos teljesítménye teljes terhelésnél 2 kW, az üresjárású bevezetett teljesítménye 0,1 kW. A gép összes vesztesége teljes terheléskor 0,9 kW.

- Mekkora a változó veszteség teljes és fél terheléskor? (**0,8 kW és 0,4 kW**)
- Ábrázolja a sajtológépbe bevezetett teljesítményt a hasznos teljesítmény függvényében! Jelölje meg fél terhelésnél a teljesítményfelvétel összetevőit! Célszerű léptékek: a hasznos teljesítményhez 0,2 kW/cm, a bevezetett teljesítményhez 0,5 kW/cm.

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár



1.27

Egy villamos generátor hatásfokát a leadott villamos teljesítmény függvényében mérésrel határozták meg. Teljes terheléskor a hasznos teljesítmény 380 kW, a hatásfok 95 % volt, 200 kW-os leadott teljesítmény mellett ugyancsak 95 % hatásfokot mértek.

Mekkora az üresjáratú veszteség és mekkora a változó veszteség teljes terheléskor? **(6,9 kW ill. 13,1 kW)**

1.28

25 kW-os munkagép hatásfoka 70 %-os terhelésnél 76 %. A gépbe bevezetett teljesítmény üresjáráskor 2,1 kW. Mennyi az állandó veszteség, az adott terheléshez tartozó hasznos teljesítmény és változó veszteség? **($P_{vo}=2,1$ kW, $P_{hx}=17,5$ kW, $P_{vx}=3,4$ kW)**

1.29

Egy transzformátor teljes terhelésnél 140 kW teljesítményt ad le. Ekkor a teljesítményfelvétele 148 kW. A transzformátor 60 %-os terhelés esetén dolgozik a legjobb hatásfokkal.

- Mekkora a transzformátor állandó vesztesége? **(2,12 kW)**
- Mekkora a 60 %-os terheléshez tartozó hatásfokmaximum? **(95,2%)**

1.30

Egy villamos motor hatásfoka teljes terhelésnél 88 %, hasznos teljesítménye ekkor 41 kW. A teljesítményvesztés változó része teljes terhelésnél 3,9 kW.

- Rajzolja meg a gép veszteségeinek változását a terhelés függvényében 10 %/cm terhelés- illetve 0,5 kW/cm teljesítményvesztés-lépték felhasználásával!
- A diagram alapján mekkora terhelés esetén maximális a hatásfok? **(65,8%)**

1.31

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

Egy villamos motor bevezetett teljesítménye teljes terhelésnél 37,9 kW, üresjáratú vesztesége 1,4 kW, változó vesztesége teljes terheléskor 2,5 kW.

- Mekkora a motor hatásfoka $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ és 1 terhelésnél?
- Rajzolja meg a hatásfok-terhelés diagramot!

1.32

Egy őrleő berendezés hajtásához szükséges teljesítmény félterhelésnél 6,42 kW. A hatásfok ekkor 53 %. Az üresjáratú veszteség 1,7 kW, a változó veszteségeket tekintse a terheléssel egyenesen arányosnak!

- Mekkora a hatásfok teljes terhelésnél? (**61%**)
- Mekkora terheléssel kell a berendezést üzemben tartani, hogy a hatásfok 60 % legyen? (**89,3%**)

1.33

Egy villamos motor teljesítményfelvétele a leadott teljesítmény függvényében:

$$P_o = P_h + 1,8(kW) + 0,0025\left(\frac{1}{kW}\right) \cdot P_h^2$$

A $P_o - P_h$ függvény grafikonja alapján határozza meg az optimális üzemi ponthoz tartozó hasznos teljesítményt és számítsa ki a maximális hatásfokot! (A függvénygrafikon megrajzolásához néhány pontban számítson összetartozó $P_h - P_b$ értékeket a $0 < P_h < 45$ kW tartományban.) A koordinátarendszer mindkét tengelyén a teljesítménylépték 5 kW/cm legyen! (**26,8 kW, 88,2%**)

1.34

Felvonó pillanatnyi hasznos teljesítménye 4 kW, hatásfoka ekkor 66%. A felvonó névleges hasznos teljesítménye 6,4 kW, üresjáratú vesztesége 0,8 kW. A változó veszteség a terheléssel arányos.

- Mennyi a változó veszteség teljes terhelésekor? (**2,02 kW**)
- Mennyi a hatásfok teljes terhelésekor? (**69,4%**)
- Mennyi a hatásfok negyed- és félterhelésnél? (**55% ill. 63,9%**)

1.35

Egy 20 kW-os villamos motor mérésrel felvett hatásfok-terhelés jelleggörbáját tartalmazza a 25. ábra. A mérés egyéb adatai nem állnak rendelkezésre.

- Rajzolja meg a teljesítményvesztéseket a hasznos teljesítmény függvényében!
- Mennyi a $P_h=0$ hasznos teljesítménynél kiolvasható üresjáratú veszteség? (**0,9 kW**)

2. Hajtások, áttétel, változó sebességű üzem, lendítőkerék méretezése

2.1

Adott egy dörzskerék-párral megvalósított dörzshajtás, melyről mérésel megállapítottuk, hogy 10 mm átmérőjű kisebbik kerék fordulatszáma 750 *ford/min*, a 600 mm átmérőjű nagyobbik kerék fordulatszáma pedig 12 *ford/min*.

Határozzuk meg a dörzshajtás slipjét és hatásfokát!

Megoldás:

A slip a hajtó és a meghajtott kerék kerületi sebességének különbsége, a hajtókerék kerületi sebességére vonatkoztatva.

A kisebbik (hajtó) kerék kerületi sebessége:

$$u_{\text{hajtó}} = \frac{d_{\text{hajtó}}}{2} \cdot \omega_{\text{hajtó}} = \frac{0,01}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 750}{60} = 0,3927 \frac{m}{\text{sec}}$$

A nagyobbik (hajtott) kerék kerületi sebessége:

$$u_{\text{hajtott}} = \frac{d_{\text{hajtott}}}{2} \cdot \omega_{\text{hajtott}} = \frac{0,6}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 12}{60} = 0,377 \frac{m}{\text{sec}}$$

$$\text{A slip: } s = \frac{u_{\text{hajtó}} - u_{\text{hajtott}}}{u_{\text{hajtó}}} = \frac{0,3927 - 0,377}{0,3927} \approx 0,04 \Rightarrow 4\%$$

A hatásfok pedig: $\eta = 1 - s = 1 - 0,4 = 0,96 \Rightarrow 96\%$

2.2

Dörzshajtással 0,4 kW teljesítményt akarunk átvinni. A tárcsák csúszásmentes gördülését tételezzük fel és a súrlódási tényező 0,4. A hajtott tárcsa átmérője 16 cm, a módosítás (áttétel) 2,1 szeres és lassító.

Mekkora a hajtó tárcsa átmérője?

Mekkora legyen az összeszorító erő, ha a hajtótengely fordulatszáma 2010 *ford/min*?

Mekkora legyen az összeszorító erő, ha azt akarjuk, hogy 0,24 súrlódási tényező esetén se csússzanak egymáshoz képest a tárcsák?

Megoldás:

- a) A hajtótárcsa átmérője: 7,62 cm
- b) Az összeszorító erő 2010 *ford/min* esetén: 125 N
- c) Az összeszorító erő 0,24 súrlódási tényező esetén: 208 N

2.3

Mekkora teljesítmény vihető át azzal a dörzshajtással, amelynek kerekei között a súrlódási tényező 0,37, a hajtott kerék átmérője 45 mm, fordulatszáma 120 *ford/min*? Az összeszorító erő 238 N.

Megoldás:

Az átvihető teljesítmény kb. 24,9 W.

2.4

Egy szíjhajtásnál a két szíjtárcsán ávetett szíj megfeszítéshez alkalmazott erő 450 N. A hajtó szíjtárcsa átmérője 250 mm, a meghajtott tárcsáé 800 mm. Határozzuk meg a szíjhajtással átvihető teljesítmény nagyságát és az áttétel tényleges értékét, ha

- a slip becsült értéke 5%,

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

- két szíjágban ható erők viszonyozsáma 1,8-nek vehető,
- a hajtó tárcsa fordulatszámá 800 *ford/min*.

Megoldás:

Mivel a feszes és a laza ágban ható erők összege éppen a feszítő erő, $T_1 + T_2 = 450 \text{ N}$, az ismert feszültégi viszonyozsámmal: $T_1 = 289 \text{ N}$ és $T_2 = 161 \text{ N}$.

Ezekkel a kerületi erő: $F_k = T_1 - T_2 = 289 - 161 = 128 \text{ N}$

A hajtó tárcsa tengelyén lévő nyomaték: $M_{\text{hajtó}} = F_k \cdot \frac{d_{\text{hajtó}}}{2} = 128 \cdot \frac{0,25}{2} = 16 \text{ Nm}$

A hajtó tárcsa szögsebessége: $\omega_{\text{hajtó}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{\text{hajtó}}}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 800}{60} = 83,8 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

A hajtó tárcsa teljesítménye: $P_{\text{hajtó}} = M_{\text{hajtó}} \cdot \omega_{\text{hajtó}} = 16 \cdot 83,8 \approx 1341 \text{ W}$

A hajtás hatásfoka kb. 95%, mivel a slip 5%, így az átvihető teljesítmény:

$$P_{\text{hajtott}} = P_{\text{hajtó}} \cdot \eta = 1341 \cdot 0,95 \approx 1274 \text{ W} .$$

Az áttétel tényleges értéke (lassító áttételről van szó!): $i = \frac{d_{\text{hajtott}}}{d_{\text{hajtó}}} \cdot \frac{1}{(1-s)} = \frac{800}{250} \cdot \frac{1}{(1-0,05)} = 3,368$, ami

kisebb, mint az egymáson csúszásmentesen legördülő két kerék átmérőjéből számítható elméleti $\frac{800}{250} = 0,32$.

2.5

Egy szíjhátáson végzett méréssel a következőket állapítottuk meg:

- az egyik tárcsa átmérője 160 *mm*, egyenletes sebességű üzem mellett a fordulatszámá percenként 1350,
- a másik tárcsa átmérője 580 *mm*, percenkénti fordulatszámá 500,
- a tárcsák tengelyén alkalmazott feszítő erő 650 *N*,
- nagyobbik tárcsa tengelyét meghajtó kb. 90% hatásfokúnak tekintett 220 *V*-os villamosmotor áramfelvétele 5,7 *A*.

Határozzuk meg a szíjhátás, slipjét, hatásfokát, áttételét és a feszes és laza szíjágban ható erőket!

Megoldás:

A legegyszerűbb a slip meghatározása, mivel ez a két tárcsa kerületi sebességének különbsége a hajtó tárcsa kerületi sebességére vonatkoztatva. A kisebbik tárcsa kerületi sebessége:

$$u_1 = \frac{d_1}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60} = \frac{0,16}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 1350}{60} = 11,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \text{ hasonló módon számítva a nagyobbik tárcsa kerületi}$$

sebességére $u_2 = 15,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ adódik. A feladat megfogalmazásában ugyan nem szerepel a hajtó és meghajtott kifejezés, de természetesen csak a nagyobb kerületi sebességű (nagyobb átmérőjű és kisebb fordulatszámú!) tárcsa lehet a hajtó, azaz **gyorsító áttételről** van szó! Így a slip: $s = \frac{u_{\text{hajtó}} - u_{\text{hajtott}}}{u_{\text{hajtó}}} = \frac{15,2 - 11,3}{15,2} = 0,26$.

A következő a hatásfok meghatározása, ami $\eta = 1 - s = 1 - 0,26 = 0,74$, tehát 74%.

Az áttételt, ha van csúszás, akkor a fordulatszámok hányadosa adja meg helyesen, ami figyelembe veszi a csúszás mértékét, tehát

$$i = \frac{n_{\text{hajtó}}}{n_{\text{hajtott}}} = \frac{500}{1350} = 0,37$$

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

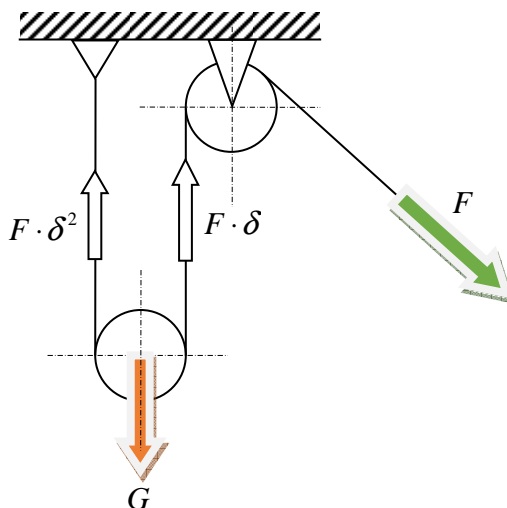
A tárcsaátmérők aránya csak csúszásmentes legördülés esetén adja meg helyesen a dörzshajtás áttételét. Esetünkben a tárcsaátmérők aránya 3,625, ami lényegesen nagyobb az áttétel tényleges értékénél. A kettő közötti különbség oka a csúszás, ami csökkenti az áttételt. A csúszás értéke az adott esetben

$$s = 1 - \frac{\frac{d_{\text{hajtott}}}{n_{\text{hajtott}}}}{\frac{d_{\text{hajtó}}}{n_{\text{hajtó}}}} = 1 - \frac{\frac{160}{1350}}{\frac{580}{500}} = 1 - \frac{0,276}{0,37} = 1 - \frac{2,7}{3,625} = 0,254 \text{ az a csúszás mértéke kb. 25\%}$$

2.6

Egy mozgócsigával és egy álló csigával történő teheremeléskor a következő adatok mérhetők. A szabad kötélágban ható erő 1,67 kN, a teher 2 kN, a köté haladási sebessége 0,65 m/s. Határozza meg a teheremelés sebességét, hasznos teljesítményét, hatásfokát és a köté rögzítési pontjánál ébredő erő nagyságát. Feltételezheti, hogy az egyes csigakerekeknél a súrlódásból és a kötéelhajlításból adódó ellenállás miatt a kerékre fel- és onnan lefutó kötélágakban ébredő erők viszonyozsáma azonos.

Megoldás:



A vázlaton jelölt $\delta < 1$ tényező a kötélfeszességi viszonyozsám, mely figyelembe veszi, hogy a csigakerékre felfutó és onnan lefutó erők közül a lefutó kötélágba ébredő erő nagyobb, hiszen a kerék csapágyazásánál veszteség keletkezik és a köté meghajlítása is erőt igényel.

A vázlat szerint a G súlyerő éppen egyenlő a mozgócsigán átfutó két kötélágban ébredő erők összegével:

$$G = F \cdot \delta + F \cdot \delta^2$$

Ez a másodfokú egyenlet megoldható és belőle a kötélfeszességi viszonyozsám 0,703. Az egyenlet másik gyöke a feladat szempontjából nem értelmezhető, mert negatív!

Így a rögzített kötélágban ható erő, mely egyébként a legkisebb kötélerő: 825,3 N.

A teheremelés sebessége éppen fele a szabad kötélág haladási sebességének, hiszen a csigasor áttétele éppen az alkalmazott mozgócsigák számának duplája, azaz esetünkben éppen kettő. Így a teheremelés sebessége $0,65/2 = 0,325 \text{ m/s}$.

A teheremelés hasznos teljesítménye

$$P_h = G \cdot v_G = 2 \cdot 0,325 = 0,65 \text{ kW}$$

A mozgócsigás teheremelés hatásfoka

$$\eta = \frac{P_h}{P_{\delta}} = \frac{G \cdot v_G}{F \cdot v_F} = \frac{G \cdot v_G}{F \cdot 2 \cdot v_G} = \frac{G}{2 \cdot F} = \frac{2}{2 \cdot 1,67} = 0,599$$

azaz kb. 60%.

2.7

Legfeljebb mekkora teher emelhető azzal a talajszinten elhelyezett gépi csörlővel, melynek a 450 mm átmérőjű és percenként 16-ot forduló kötéldobját meghajtó motor leadott teljesítménye 3,45 kW. A teheremeléshez két mozgócsigás horogszerkezetet használnak, mellyel kapcsolatban feltételezhető, hogy az egyes csigakerekekénél a súrlódásból és a kötélahajlításból adódó ellenállás miatt a kerékre fel- és onnan lefutó kötélagyakban ébredő erők viszonyszáma azonos és becslés alapján 0,88. Mekkora a teheremelő szerkezet teljes hatásfoka, ha a villamosmotor hatásfoka 78% és a hajtó motor és a kötél Dob közé beépített hajtómű hatásfoka 64%? Mekkora áttételű a 720 ford/min fordulatszámú motor és a kötél Dob közé beépített hajtómű?

Megoldás:

A villamosmotor leadott teljesítménye a hajtóműn keresztül érkezik a kötél Dobra és értéke a hajtómű veszteségével csökken, azaz $3,45 \cdot 0,64 = 2,208 \text{ kW}$.

A kötél Dob fordulatszámja segítségével meghatározható a kötél Dob tengelyét hajtó forgatónyomaték

$$M_{\text{dob}} = \frac{P}{\omega_{\text{dob}}} = \frac{2208}{\frac{2 \cdot \pi \cdot 16}{60}} = \frac{60 \cdot 2208}{2 \cdot \pi \cdot 16} = 1318,5 \text{ mN}$$

A kötél Dobra csévélődő kötélen ható erő tehát

$$F = \frac{M_{\text{dob}}}{r_{\text{dob}}} = \frac{1318,5}{\frac{0,45}{2}} = 5860 \text{ N}$$

A rögzített kötélagban ható erő a két mozgócsiga és a két állócsiga miatt a kiszámított kötélerő és a kötélfeszességi viszonyszám negyedik hatványának a szorzata

$$F_r = F \cdot \delta^4 = 5860 \cdot 0,88^4 = 3514,2 \text{ N}$$

Az emelhető teher nagysága

$$G = F \cdot (\delta + \delta^2 + \delta^3 + \delta^4) = F \cdot \delta \cdot \frac{1 - \delta^4}{1 - \delta} = 5860 \cdot 0,88 \cdot \frac{1 - 0,88^4}{1 - 0,88} = 17202,4 \text{ N}$$

A csigasor hatásfoka

$$\eta = \frac{P_h}{P_{\delta}} = \frac{G \cdot v_G}{F \cdot v_F} = \frac{G \cdot v_G}{F \cdot 4 \cdot v_G} = \frac{17202,4}{5860 \cdot 4} = 0,734$$

A teljes teheremelő szerkezet hatásfoka a részhatásfokok szorzata:

$$\eta = \eta_{\text{csigasor}} \cdot \eta_{\text{hajtómű}} \cdot \eta_{\text{motor}} = 0,734 \cdot 0,64 \cdot 0,78 = 0,366, \text{ tehát kb. } 37\%$$

A hajtómű áttétele a motor és a kötél Dob fordulatszámának a hányadosa, azaz $720/16=45$

2.8

Darugémen futó 16 tonna teherbírású, három mozgócsigás horogszerkezettel felszerelt csörlőt tervezünk. A tervezett maximális teheremelési sebesség 18 m/min, a kötél Dob átmérője 600 mm. Határozzuk meg

- a szükséges kötélen teherbírását,
- a rögzített kötélag rögzítési pontjában ható erőt,
- a csörlő hatásfokát
- a 720 ford/min fordulatszámú hajtó motor és a Dob közé beépítendő hajtómű áttételét és
- a hajtó villamos motor felvett teljesítményét!

A számításokhoz tételezzük fel, hogy a kötélfeszességi viszonyszám becsült értéke 0,82, a villamos motor hatásfoka kb. 76% és a hajtómű becsült hatásfoka 68%.

Megoldás:

Ezúttal ügyelnünk kell arra, hogy a csörlő magasan történő elhelyezésének köszönhetően az állócsigák száma egyel kevesebb, mint a mozgócsigáké. A kötéldob kerületére csévélődő kötélen ható erő tehát a teherbírásból kiindulva

$$F = G \cdot \frac{1 - \delta}{1 - \delta^6} = 160000 \cdot \frac{1 - 0,82}{1 - 0,82^6} = 41380 \text{ N}$$

Tekintettel arra, hogy a kötélagak közül ez az ág a legnagyobb terhelésű, a köté szükséges teherbírása is ennyi kell legyen, legalább.

A rögzített kötélag rögzítési pontjában ható erő a mozgócsigák számát figyelembe véve

$$F_r = F \cdot \delta^6 = 41380 \cdot 0,82^6 = 12580 \text{ N}$$

ez egyébként a legkisebb terhelésű kötélag!

A teheremelés sebességének éppen hatszorosa lesz a kötéldobra csévélődő köté sebessége, azaz a kerületi sebesség:

$$v_F = u = 6 \cdot v_G = 6 \cdot 18 = 108 \frac{\text{m}}{\text{min}} = 1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ebből a kötél dob fordulatszámja:

$$n_{dob} = \frac{u}{\frac{d_{dob}}{2}} \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi} = \frac{1,8}{0,6} \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi} = 57,33 \frac{\text{ford}}{\text{min}}$$

A hajtómű szükséges áttétele pedig $720/57,33=12,56$.

A csörlő hatásfokának kiszámításához szükségünk van a csigasor hatásfokára, ami

$$\eta = \frac{P_h}{P_{\dot{\sigma}}} = \frac{G \cdot v_G}{F \cdot v_F} = \frac{G \cdot v_G}{F \cdot 6 \cdot v_G} = \frac{160000}{41380 \cdot 6} = 0,644$$

Igy csörlő hatásfoka várhatóan:

$$\eta_{cs} = \eta_{csigasor} \cdot \eta_{hajtómű} \cdot \eta_{motor} = 0,644 \cdot 0,68 \cdot 0,76 = 0,333, \text{ tehát kb. } 33\%$$

A hajtó villamosmotor felvett teljesítménye

$$P_{\dot{\sigma}} = \frac{P_h}{\eta_{cs}} = \frac{G \cdot v_G}{0,33} = \frac{160000 \cdot 18}{0,33 \cdot 60} = 145450 \text{ W} = 145,4 \text{ kW}$$

2.9

Egy 4 mozgócsigával és három állócsigával szerelt teheremelő szerkezettel 8000 kg tömegű terhet emelünk. Méréssel megállapítottuk, hogy a 800 mm átmérőjű kötél dob percnként 6 fordulatot tesz meg és a rögzített kötélagban ható erő 3225 N.

Határozzuk meg a csigasor hatásfokát és a maximális kötélerő értékét, feltételezve, hogy az egyes csigáknál a súrlódás és a kötélahajlításból adódó ellenállás miatt a csigára felfutó és onnan lefutó kötélagokban ébredő erők viszonyszáma azonos.

Megoldás:

A kötélagak közül a legkisebb erővel a rögzített kötélag van terelve: $K = F \cdot \delta^8$. Tudjuk továbbá, hogy a kötéldobra csavarodó ágba ébredő erő ebben az esetben: $F = G \cdot \frac{1 - \delta}{1 - \delta^n}$.

A két egyenletben két ismeretlen van, azonban a zárt alakban történő megoldás nem lehetséges.

Sorozatos próbálkozáshoz a két egyenletet F -re rendezve és egymással egyenlővé téve, majd a törteket eltüntetve: $K + G \cdot \delta^9 = (K + G) \cdot \delta^8$

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

Behelyettesítve $K=3225\text{ N}$ és $G=80000\text{ N}$ értékeket és K értékével végig osztva, hogy kisebb számokkal kelljen dolgoznunk: $1 + 24,8 \cdot \delta^9 = 25,8 \cdot \delta^8$

Tudjuk, hogy $\delta < 1$ így a próbálkozást kezdhetjük pl. 0,9-el.

Ekkor a baloldal 10,61 a jobb oldal 11,1.

El kell döntenünk, hogy növeljük vagy csökkentünk δ értékét. Próbálkozzunk a csökkentéssel, legyen 0,85. Ekkor a baloldal 6,744 a jobboldal pedig 7,03, tehát csökkent a különbség.

Válasszuk most 0,8 értéket. Ekkor a baloldal 4,328 és a jobboldal is 4,328. Tehát a kötélfeszességi viszonyszám 0,8.

A csigasor hatásfoka meghatározható a kötélfeszességi viszonyszám alapján vagy pedig a teher oldalán és a munkát végző erő oldalán jelentkező teljesítmények hányadosaként.

A csigasor hatásfokára vonatkozó összefüggés szerint:

$$\eta = \frac{(1 - \delta^n)}{n \cdot (1 - \delta)} = \frac{(1 - 0,8^8)}{8 \cdot (1 - 0,8)} = 0,52 \Rightarrow 52\%$$

A másik módszer alkalmazásához szükségünk van a dobra csavarodó kötélnél sebességére, azaz a dob kerületi

$$\text{sebességére, ami } u_{dob} = \frac{d_{dob}}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{0,8}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 6}{60} = 0,251 \frac{m}{sec}$$

Mivel a kötelet nyújthatatlannak tételezzük fel, a teher emelkedésének sebessége ennek éppen nyolcada, tehát 0,0314 m/sec.

Már nem okoz problémát a kötéldobra csavarodó, legjobban terhelt ágban ható F erő meghatározása:

$$F = G \cdot \frac{1 - \delta}{1 - \delta^n} = 80000 \cdot \frac{1 - 0,8}{1 - 0,8^8} \approx 19226\text{ N} \quad \text{illetve} \quad F = \frac{K}{\delta^n} = \frac{3225}{0,8^8} \approx 19222\text{ N}, \quad \text{a különbség}$$

elhanyagolható!

$$\text{Ezzel a hatásfok: } \eta = \frac{G \cdot v_G}{F \cdot v_F} = \frac{80000 \cdot 0,0314}{19224 \cdot 0,251} = 0,52 \Rightarrow 52\%, \text{ meglehetősen jó egyezéssel.}$$

(Megjegyzés: az utóbbi összefüggésbe az F erőre kapott két érték átlagát írtuk be!)

2.10

Egy mozdony vízszintes 600 m-es pályaszakason 150 kN állandó húzóerőt fejt ki. A vonat sebessége 36 km/h-ról 54 km/h-ra növekszik. A vonat tömege 1000 Mg.

- Mekkora a mozgási energia megváltozása ezen a pályaszakason?
- Mekkora az ellenállási erő?

Megoldás:

A mozgási energia megváltozása:

$$\Delta E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (c_2^2 - c_1^2) = \frac{1}{2} \cdot 10^6 \cdot (15^2 - 10^2) = 62,5 \cdot 10^6\text{ J}$$

Mivel a mozgási energia megváltozása egyenlő a gyorsító erővel

$$F_{gy} = \frac{\Delta E_m}{s} = \frac{62,5 \cdot 1000}{600} = 104,2\text{ kN}$$

Így a gördülési ellenállás értéke $150 - 104,2 = 45,8\text{ kN}$.

Más úton is eljuthatunk erre az eredményre.

Nem nulla kezdősebességű mozgás esetén

$$s = c_1 \cdot \tau + \frac{a}{2} \cdot \tau^2 = c_1 \cdot \tau + \frac{c_2 - c_1}{2 \cdot \tau} \cdot \tau^2 = \frac{c_1 + c_2}{2} \cdot \tau$$

A honnan a 600 m-es úton állandó gyorsulással történő sebességváltozáshoz szükséges idő:

$$\tau = \frac{2 \cdot s}{c_1 + c_2} = \frac{2 \cdot 600}{15 + 10} = 48 \text{ s}$$

Ebből a gyorsulás értéke:

$$a = \frac{\Delta v}{\tau} = \frac{5}{48} = 0,1042 \text{ m/s}^2$$

A gyorsító erő pedig:

$$F_{gy} = m \cdot a = 10^3 \cdot 0,1042 = 104,2 \text{ kN}$$

Tekintettel arra, hogy a vonóerő 150 kN a pályaelenállás (gördülési ellenállás) 150-104,2= 45,8 kN

2.11

Az **1.1** feladatban említett felvonóra vonatkoztatva határozzuk meg az egyenletes sebességgel történő teheremeléshez előírt sebességre történő felgyorsításhoz szükséges teljesítményt, ha feltételezzük, hogy

- ☞ a gyorsulás állandó értékű, $0,2 \text{ m/sec}^2$,
- ☞ a kötéldob tehetetlenségi nyomatéka $9,5 \text{ kgm}^2$,
- ☞ a motor és a tengelyével együtt forgó csiga tehetetlenségi nyomatéka 2 kgm^2 ,
- ☞ a motor fordulatszáma 750 ford/min és
- ☞ a dob átmérője 500 mm .

Megoldás:

A gyorsítás során nem csak a súrlódást és egyéb ellenállásokat kell leküzdeni, de fedezni kell a gyorsítás munkaszükségletét, ami mozgási energia formájában tárolódik a lassítás, ill. megállás időszakáig.

A mozgási energia a haladó és forgó tömegek mozgási energiáinak összege.

Haladó tömegek a járószék (1600 kg), a hasznos teher (400 kg) és az ellensúly ($1600+200=1800 \text{ kg}$). Ezek mozgási energiája összesen:

$$\frac{1}{2} \cdot (1600 + 400 + 1800) \cdot 0,6^2 = 684 \text{ J}$$

Forgó tömeg a dob és a motor tengely a ráékeltszigával együtt, ezek mozgási energiája összesen:

$$\frac{1}{2} \cdot 9,5 \cdot 2,4^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 78,5^2 \approx 6190 \text{ J}$$

(a dob szögsebessége $2,4 \text{ rad/sec}$, a motor tengelyének szögsebessége $78,5 \text{ rad/sec}$).

Figyelembe véve, hogy a gyorsítás időszaka 3 sec és az egyenletes sebességű teheremelés teljesítményszükséglete 5200 W könnyen kiszámítható, hogy a súrlódás ellenében végzett munka mennyisége

$$W_s = \frac{P_{ii} \cdot \tau}{2} = \frac{3 \cdot 5200}{2} = 7800 \text{ J}$$

Ehhez kell hozzáadni a mozgási energiák összegét, tehát a gyorsítás időszakában elvégzett összes munka:

$$W_{\delta} = W_s + E_m = 7800 + (6190 + 684) = 14674 \text{ J}$$

Ebből pedig a teljesítménycsúcs (a gyorsítás utolsó pillanatában) $P_{\max} = \frac{2 \cdot W_{\delta}}{\tau} = \frac{2 \cdot 14674}{3} \approx 9783 \text{ W}$.

Figyelemre méltó, hogy a gyorsítási szakasz "elnyújtása" jelentősen csökkenti a teljesítménycsúcsot, ami kisebb teljesítményű, tehát olcsóbb gép alkalmazását teszi lehetővé!

2.12

Egy gép az adott üzemállapotban 122 mN nyomatékot ad le 900 ford/min fordulatszám mellett. A terhelés változása miatt a gép átáll egy új munkapontba, ahol nyomatéka 173 mN , fordulatszáma pedig 800 ford/min . Mennyi ideig tart a gép átállása, ha tudjuk, hogy az üres járási nyomaték $12,5 \text{ mN}$, az üres járási fordulatszám 1120 ford/min ?

Vegye figyelembe, hogy a gép az üres járási állapotból 4 perc alatt áll meg szabad kifutással!

Megoldás

A gépet lassító nyomaték $M_{\text{lassító}} = 173 - 122 = 51 \text{ mN}$

A gép tehetetlenségi nyomatéka a szabadkifutás időtartamából határozható meg.

Az üres járási teljesítményfelvétel: $P_o = M_o \cdot \omega = 12,5 \cdot \frac{1120}{9,55} \approx 1466 \text{ W}$

Így az $\frac{1}{2} \cdot \Theta \cdot \omega^2 = P_o \cdot \frac{\Delta t_{\text{szabadkifutás}}}{2}$ összefüggésből:

$$\Theta = P_o \cdot \frac{\Delta t_{\text{szabadkifutás}}}{\omega^2} = 1466 \cdot \frac{4 \cdot 60}{\left(\frac{1120}{9,55}\right)^2} \approx 25,5 \text{ kgm}^2$$

A létrejövő szöglassulás, ha a nyomaték nem változna: $\varepsilon = \frac{M_{\text{lassító}}}{\Theta} = \frac{51}{25,5} = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

Ilyen szöglassulással az átállás ideje: $\Delta t = \frac{\Delta \omega}{\varepsilon} = \frac{100}{2} = 5,2 \text{ s}$

Mivel változik a lassító nyomaték az átállás során (folyamatosan csökken) a tapasztalatok azt mutatják, hogy a tényleges átállási idő a kiszámított érték háromszorosa, tehát körülbelül 16 sec.

2.13

Tömör tárcsa alakú lendítőkerék 24 cm átmérőjű tengelye két helyen szimmetrikusan van csapágyazva. A 2,5 m átmérőjű lendkerék és a tengely együttes tömege 6000 kg.

A csapágyakban a súrlódási tényező 0,04.

- Mekkora a csapsúrlódásból adódó fékezőnyomaték?
- Mennyi idő múlva fog a 300 ford/min fordulatszámánál magára hagyott lendkerék megállni?
- Hány fordulatot tesz meg ez alatt?

Megoldás

A csapsúrlódásból adódó fékezőnyomaték:

$$M_s = 2 \cdot F_s \cdot \frac{d}{2} = 2 \cdot \frac{G}{2} \cdot \mu \cdot \frac{d}{2} = 6000 \cdot 10 \cdot 0,04 \cdot \frac{0,24}{2} = 288 \text{ mN}$$

A megállási idő kiszámításához ismernünk kell a tehetetlenségi nyomatékot. Tekintettel arra, hogy a tengely átmérője nagyságrenddel kisebb a lendkerékénél, joggal feltételezhetjük, hogy a tömege és a tehetetlenségi nyomatéka is elhanyagolható a lendkeréké mellett, a tehetetlenségi nyomaték közelítőleg

$$\Theta = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 = \frac{1}{2} \cdot 6000 \cdot \left(\frac{2,5}{2}\right)^2 = 4687,5 \text{ kgm}^2$$

A szabadkifutás kezdetén a mozgási energia

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot \Theta \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 4687,5 \cdot \left(\frac{300}{9,55}\right)^2 = 2312,85 \text{ kJ}$$

A szabadkifutás során a megállásig mindezt felemészti a súrlódási nyomaték munkája:

$$E_m = \frac{M_s \cdot \omega_o \cdot \tau}{2}$$

ahonnan a megállási idő, állandó fékezőnyomaték feltételezésével

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

$$\tau = \frac{2 \cdot E_m}{M_s \cdot \omega_o} = \frac{2 \cdot 2312,85 \cdot 10^3}{288 \cdot \left(\frac{300}{9,55}\right)} \approx 511 \text{ s}$$

ami kb. 8 és fél perc.

Más úton haladva a szöglassulás a lassító nyomaték és a tehetetlenségi nyomaték hányadosa $0,06144 \text{ 1/s}^2$.

Ezzel a megállási idő

$$\tau = \frac{\omega_o}{\varepsilon} = \frac{\left(\frac{300}{9,55}\right)}{0,06144} \approx 511 \text{ s}$$

Ez megegyezik az előbb kiszámítottal.

A megállásig megtett fordulatok száma, továbbra is feltételezve, hogy a lassító nyomaték, azaz a szöglassulás állandó

$$\varphi = \frac{\varepsilon}{2} \cdot \tau^2 = \frac{0,06144}{2} \cdot 511^2 \approx 8022 \text{ fok}$$

Ez pedig kb. $\frac{8022}{2 \cdot \pi} = 1277,4$ fordulatnak felel meg.

2.14

Egy gépcsoport forgó részeinek tehetetlenségi nyomatéka 62 kgm^2 . Az állandó indítónyomaték 820 mN , a csapágyakban ébredő súrlódási ellenállás legyőzéséhez 165 mN nyomaték szükséges.

- Mennyi idő alatt gyorsul fel a gép 1200 ford/min fordulatszámra? (**11,9 sec**)
- Mennyi a mozgási energiája ezen a fordulatszámon? (**489 KJ**)
- Mekkora hajtónyomaték szükséges a fordulatszám tartásához? (**165 mN**)

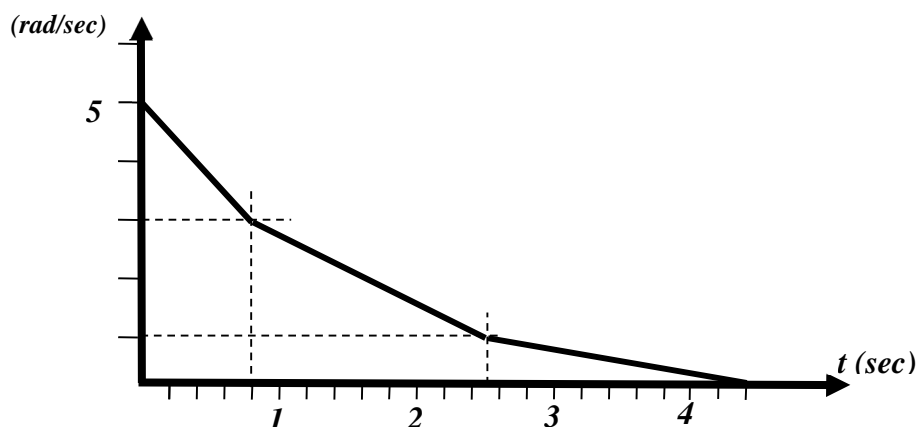
2.15

Egy gépcsoport forgó részének tehetetlenségi nyomatéka 132 kgm^2 . A fordulatszám 750 ford/min . A megállítás szakaszában összesen 310 mN állandó fékezőnyomaték hat rá.

- Mekkora a szöglassulás? (**2,35 rad/sec²**)
- Mennyi idő alatt áll meg a gép? (**33,4 sec**)
- Hány fordulatot tesz a forgórész a megállásig? (**208 fordulat**)

2.16

Egy gépcsoport forgó részeinek szögsebessége a megállási szakaszban az alábbi ábrán látható diagram szerint csökken. A forgó részek tehetetlenségi nyomatéka 120 kgm^2 .

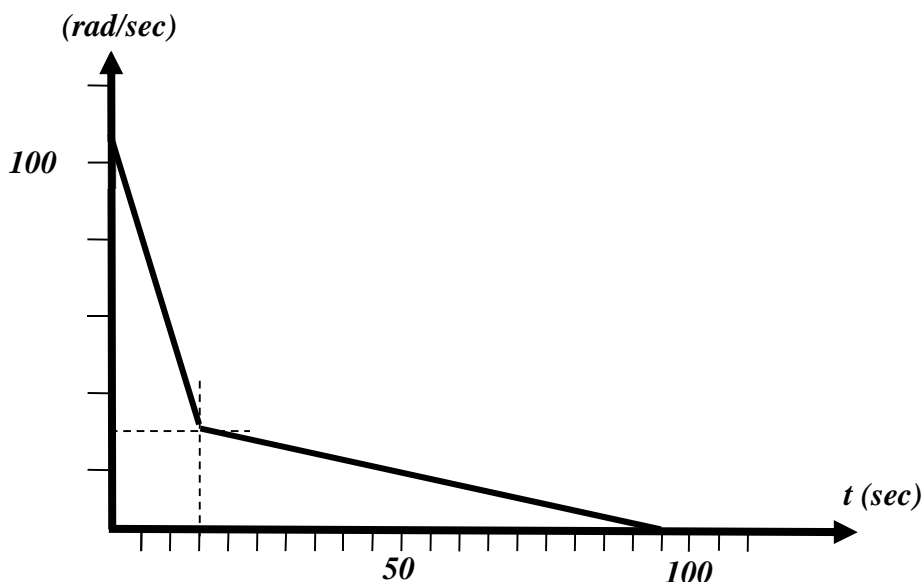


ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

a.) Állapítsa meg a fékezőnyomaték nagyságát az egyes szakaszokban! (**300 mN, 141 mN, 63 mN**)

2.17

Egy gépcsoport forgó részének tehetetlenségi nyomatéka $8,5 \text{ kgm}^2$. A fordulatszám 1000 ford/min . A megállási szakasz elején a csapsúrlódási nyomatékon kívül fékezőnyomaték is hat a forgó részre. A szögsebesség ez alatt az alábbi ábra szerint csökken.



- a.) Mekkora a csapsúrlódási nyomaték? (**3,187 mN**)
b.) Mekkora külső fékezőnyomaték? (**39,14 mN**)
c.) Mennyi idő alatt állna meg a gép szabad kifutással? (**4,67 min**)

2.18

Egy gépcsoport forgó részének tehetetlenségi nyomatéka 31 kgm^2 . Az elérni kívánt üzemi fordulatszám 1200 ford/min . Mekkora állandó nyomaték szükséges az üzemi fordulatszámra oly módon történő felgyorsításához, hogy az indítási szakaszban megtett fordulatok száma 500 legyen? A csapsúrlódási nyomaték 6 mN . (**83,8 mN**)

2.19

Egy forgó géprész 35 másodperc alatt gyorsítunk fel egyenletesen az 1000 ford/min üzemi fordulatszámra. A gyorsítási szakasz végén mérhető legnagyobb teljesítmény 185 W . A csapsúrlódási nyomaték $0,35 \text{ mN}$. Mennyi a forgó géprész mozgási energiája az üzemi fordulatszámon? (**2,6 kJ**)

2.20

Mekkora nyomatékkal kell fékeznünk egy kikapcsolt villamos mérleggép $6,3 \text{ kgm}^2$ tehetetlenségi nyomatékú, 1000 ford/min fordulatszámú tengelyrendszerét, ha azt akarjuk, hogy fél perc alatt megálljon? A csapágysúrlódások fékező hatása elhanyagolhatóan kicsi. (**22 mN**)

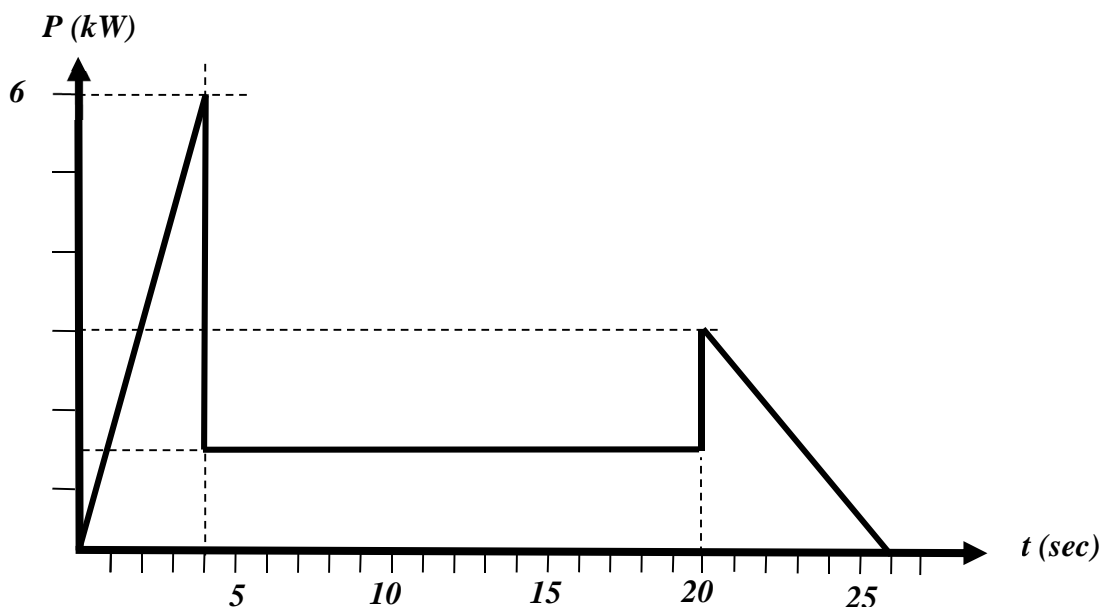
ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

2.21

Mennyi idő alatt gyorsítható fel egyenletesen a $13,2 \text{ kgm}^2$ tehetetlenségi nyomatékú forgó géprész a 600 ford/min üzemi fordulatszámra, ha a teljesítmény nem haladja meg a $0,8 \text{ kW}$ értéket? A csapsúrlódási nyomaték $1,35 \text{ mN}$. (**73 sec**)

2.22

Az alábbi ábrán egy lendítőkerékre ható nyomatékok teljesítményének ábráját látjuk az idő függvényében. A tömör tárcsa alakú lendítőkerék tömege 3000 kg , tengelyének átmérője 15 cm , a szimmetrikusan elhelyezett csapágyakban a súrlódási tényező $0,03$.



- Mekkora a lendítőkerék fordulatszáma az állandó szögsebességű üzemállapotban? (**212 ford/min**)
- Mekkora a lendítőkerék átmérője? (**0,312 m**)
- Jelölje ki a diagramban az állandó szögsebességhez tartozó mozgási energiával arányos területeket, és számítsa ki a mozgási energiával arányos területeket, és számítsa ki a mozgási energia nagyságát! (**9000 J**)

2.23

Munkagépet 2000 mN állandó nyomatékkal indítunk. A terhelőnyomaték 1 s -on át 1750 mN , 2 s -on át 200 mN , ütemesen változik. A $82,2 \text{ ford/min}$ közepes fordulatszámmal forgó részek $1,8 \text{ m}$ átmérőre redukált tömege 2500 kg .

- Mennyi idő kell az üzemi fordulatszám eléréséhez? (**14 sec**)
- Mekkora állandó hajtónyomaték kell a közepes fordulatszám tartásához, és milyen egyenlőtlenégi fokot biztosít ekkor a lendkerék? (**717 mN; 0,593**)

2.24

Mekkora teljesítményű motor szükséges ahhoz, hogy egy 950 kg tömegű gépjárművet vízszintes úton ($\mu_g=0,03$), 10 s alatt, állandó gyorsulással 100 km/h sebességre gyorsíthassunk fel. Hanyagolja el a gépjármű belső veszteségeit és a légellenállást! Hogyan változik a szükséges teljesítmény, ha gyorsítás a megadott 10 s alatt, de 2,3,4,5 ill. 6 egyenlő hosszúságú, állandó gyorsulású fokozatban történik? ($P_{\bar{v}}=7,917 \text{ kW}$; $P_{max1}=81,417 \text{ kW}$; $P_{max2}=64,68 \text{ kW}$; $P_{max3}=58,3 \text{ kW}$; $P_{max4}=54,7 \text{ kW}$; $P_{max5}=52,5 \text{ kW}$; $P_{max6}=50,8 \text{ kW}$)

2.25

Egy gépegység forgó része 0,4 m sugáron elhelyezkedő 46 kg, 0,8 m sugáron elhelyezkedő 310 kg és 0,56 m sugáron elhelyezkedő 82 kg tömegekből áll. A gép forgása közben 87 mN ellenállásokból adódó nyomaték ébred. Mennyi idő alatt gyorsul fel a gép 2100 ford/min fordulatszámra, ha az állandó indítónyomaték nagysága 420 mN? (**153 sec**)

2.26

3000 kg tömegű, 2,8 m átmérőjű lendítőkerék 210 ford/min fordulatszámmal jár. A redukálási tényező 0,8, a csapsúrlódások nyomatéka 49 mN.

- Mennyi idő múlva áll meg a kerék szabad kifutással? (**35,1 min**)
- A lendkerék kerületéhez két oldalról, egymással szemben 500 N erővel fékpofákat nyomunk. A súrlódási tényező 0,15. Mennyi ideig kell a fékpofákat a lendkerékhez szorítani, hogy az a szabad kifutás fele ideje alatt álljon meg? (**4,1 min**)

2.27

Egy villamos motor a hozzá kapcsolt berendezéssel együtt indítva 4 sec alatt éri el üzemi fordulatszámát. A szabad kifutással történő megállítást 15 sec-ig tart. Feltételezve, hogy egyenletes üzemben a teljesítményfelvétel 6545 W, határozzuk meg a motor minimálisan szükséges névleges teljesítményét! (**18 kW**)

2.28

Egy 2500 kg tömegű jármű vízszintes úton egyenletesen gyorsul álló helyzetből 20 m/s sebességre. Az egyenletes gyorsulás értéke 2 m/s², a gördülési ellenállás 0,02.

Határozza meg:

- a gyorsítási munkát,
- a gyorsítás időtartamát,
- a jármű hajtóműve által leadott legnagyobb teljesítményt, ha egy fokozatban történik a gyorsítás,
- a teljesítmény legnagyobb értékét, ha két, azonos idejű fokozatban történik a gyorsítás.

Megoldás

A gyorsítási munka egyenlő a mozgási energia megváltozásával

$$E_m = W_{gy} = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{2500 \cdot 20^2}{2} = 500 \text{ kJ}$$

A gyorsítás időtartama a sebességváltozás és a közben eltelt idő hányadosa, azaz 10 s.

Az egyfokozatú gyorsítás maximális teljesítményigénye a következő egyenletből számítható ki:

$$\frac{P_{\max 1} \cdot \tau_i}{2} = E_m + F_g \cdot \frac{a}{2} \cdot \tau_i^2$$

$$P_{\max 1} = \frac{2 \cdot E_m}{\tau_i} + F_g \cdot a \cdot \tau_i = \frac{2 \cdot 500}{10} + 2,5 \cdot 10 \cdot 0,02 \cdot 2 \cdot 10 = 100 + 10 = 110 \text{ kW}$$

Ha az indítási szakaszt két egyenlő részre osztjuk és mindkét fokozatban állandó gyorsulást alkalmazunk, akkor a teljesítményszükséglet

$$P_{\max 2} = P_{\max 1} \cdot \frac{2}{\left(2 - \frac{1}{1}\right) + \left(2 - \frac{1}{2}\right)} = 110 \cdot \frac{2}{2,5} = 110 \cdot 0,8 = 88 \text{ kW}$$

2.29

Egy berendezést 6 másodperc alatt lehet felgyorsítani üzemi fordulatszámára. Az egyfokozatú indítás teljesítményszükséglete 6,25 kW, az egyenletes sebességű üzem teljesítményszükséglete 1730 W, a veszteségektől ezúttal eltekintünk.

Határozza meg:

- a gép teljesítményszükségletét, ha a 6 másodperces indítási szakaszt két, azonos időtartamú fokozatban valósítjuk meg,
- a gyorsítási munkát,
- az üzemi fordulatszámot, ha a gép redukált tehetetlenségi nyomatéka 3,2 kgm²,
- a gép gyorsításához egy fokozat esetén szükséges nyomatékot,
- a gép két fokozatban történő indítása esetén az első fokozat végén elért fordulatszámot!

Megoldás

Ha az indítási szakaszt két egyenlő részre osztjuk és mindkét fokozatban állandó gyorsulást alkalmazunk, akkor a teljesítményszükséglet

$$P_{\max 2} = P_{\max 1} \cdot \frac{2}{\left(2 - \frac{1}{1}\right) + \left(2 - \frac{1}{2}\right)} = 6,25 \cdot \frac{2}{2,5} = 6,25 \cdot 0,8 = 5 \text{ kW}$$

A gyorsítási munka egyenlő az indítási szakaszban (akár egy, akár több fokozatban történik az) elvégzett összes munka és az indítás szakaszában a súrlódás ellenében végzett munka különbsége:

$$E_m = W_{gy} = \frac{P_{\max 1} \cdot \tau_i}{2} - \frac{P_{ii} \cdot \tau_i}{2} = \frac{6,25 \cdot 6}{2} - \frac{1,73 \cdot 6}{2} = 13,56 \text{ kJ}$$

Az üzemi fordulatszám:

$$\omega_{ii} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_m}{\Theta}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 13,56 \cdot 1000}{3,2}} = 92,06 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \text{ tehát } n_{ii} = \frac{60 \cdot \omega_{ii}}{2 \cdot \pi} = \frac{60 \cdot 92,06}{2 \cdot \pi} = 879,6 \frac{\text{ford}}{\text{min}}$$

Az egy fokozatban történő indításhoz szükséges nyomaték $M_i = \frac{P_{\max 1}}{\omega_{ii}} = \frac{6,25 \cdot 1000}{92,06} = 67,89 \text{ mN}$, amiből

a gyorsító nyomaték $M_{gy} = \Theta \cdot \frac{\omega_{ii}}{\tau_i} = 3,2 \cdot \frac{92,06}{6} = 49,1 \text{ mN}$, az üzemi ellenállás pedig a kettő különbsége, tehát 18,79 mN.

A két azonos hosszúságú és állandó gyorsulási indítási szakasz feltételezésével a következő két egyenlet írható fel:

$$M_i = M_{gy1} + M_e = \frac{P_{\max 2}}{\omega_1}; \omega_1 = \varepsilon_1 \cdot \tau = \frac{M_{1gy}}{\Theta} \cdot \tau$$

A két egyenlet mind az első fokozat gyorsító nyomatékára, mind pedig az első fokozat végén elért szögsebességre egy másodfokú egyenletrendszert alkot. Az első fokozat gyorsító nyomatékára:

$$M_{gy1}^2 + M_e \cdot M_{gy1} - \frac{P_{\max 2} \cdot \Theta}{\tau} = 0$$

Az egyenlet két gyöke közül csak az egyik értelmezhető és ez 64,1 mN. Ezzel az első fokozat végén a szögsebesség 60,1 rad/s, tehát a fordulatszám 573,8 ford/min.

$$\text{A második fokozat szöggyorsulása: } \varepsilon_2 = \frac{\Delta \omega}{\tau} = \frac{92,6 - 60,1}{3} = 10,83 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2},$$

a második fokozatban a gyorsító nyomaték: $M_{gy2} = \Theta \cdot \varepsilon_2 = 3,2 \cdot 10,83 = 34,66 \text{ mN}$, ehhez hozzáadva az ellenállás leküzdéséhez szükséges nyomatékot (18,79 mN), a második fokozatban a teljes indító nyomaték 34,66+18,79=53,45 mN.

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

Ellenőrzésként számítsuk ki a második fokozat végén a teljesítményt! Ez a teljesítmény az indító nyomaték itt kiszámított értékének és az üzemi szögsebességnek a szorzata, $53,45 \cdot 92,6 = 4949 \text{ W}$, ami jó közelítéssel megegyezik a két egyenlő hosszúságú, állandó gyorsulású fokozatban történő indításra kiszámított 5 kW teljesítménnyel.

Megjegyzés

Természetesen annak sincs semmi akadálya, hogy a fenti képleteket a haladó mozgásokra értelmezzük, a szokásos módon a szögsebességet sebességre, a tehetetlenségi nyomatékot tömegre, az ellenállás nyomatékát ellenállási (súrlódási/gördülési ellenállás) erőre és a gyorsító nyomatékot gyorsító erőre cserélve!

2.30

Egy munkagépet 16 másodperc alatt lehet felgyorsítani üzemi fordulatszámára, mely $n=2200 \text{ ford/min}$. Az egyfokozatú gyorsítás teljesítményszükséglete 8 kW , a veszteségektől ezúttal eltekintünk.

Határozza meg:

- a gyorsítási munkát,
- a gép teljesítményszükségletét, ha négy, azonos időtartamú fokozatban indítjuk ugyancsak 16 s alatt,
- a munkagép redukált tehetetlenségi nyomatékát,
- a munkagépet gyorsító nyomaték nagyságát!

Megoldás

A gyorsítási nyomaték a gyorsítási teljesítményből és a fordulatszámából számítható ki:

$$M_{gy} = \frac{P_{gy}}{\omega} = \frac{P_{gy}}{2 \cdot \pi \cdot n} = \frac{8000 \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot 2200} = 34,74 \text{ mN}$$

A gyorsítási munka:

$$W_{gy} = M_{gy} \cdot \varphi = M_{gy} \cdot \frac{\varepsilon}{2} \cdot \tau^2 = M_{gy} \cdot \frac{\Delta\omega}{2} \cdot \tau^2 = M_{gy} \cdot \frac{\Delta\omega}{2} \cdot \tau = 34,74 \cdot \frac{230,4}{2} \cdot 16 = 64032 \text{ J}$$

vagy egyszerűbben és nagyobb pontossággal:

$$W_{gy} = \frac{P_{gy} \cdot \tau}{2} = \frac{8000 \cdot 16}{2} = 64000 \text{ J}$$

Ha az indítási szakaszt négy egyenlő részre osztjuk és mind a négy fokozatban állandó gyorsulást alkalmazunk, akkor a teljesítményszükséglet

$$P_{\max 4} = P_{\max 1} \cdot \frac{4}{\left(2 - \frac{1}{1}\right) + \left(2 - \frac{1}{2}\right) + \left(2 - \frac{1}{3}\right) + \left(2 - \frac{1}{4}\right)} = 8 \cdot \frac{4}{5,92} = 8 \cdot 0,676 = 5,41 \text{ kW}$$

A redukált tehetetlenségi nyomaték:

$$\Theta = \frac{W_{gy} \cdot 2}{\omega^2} = \frac{64000 \cdot 2}{230,4^2} = 2,41 \text{ kgm}^2$$

2.31

Egy berendezést álló helyzetből 4 másodperc alatt gyorsítunk üzemi fordulatszámára. Ehhez egy fokozatban 320 mN nyomatékra van szükség. Az üzemi fordulatszám $2390 \text{ fordulat percenként}$.

Határozza meg:

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

- az egyfokozatú gyorsítás teljesítményszükségletét,
- a gyorsítási munkát,
- a berendezés redukált tehetetlenségi nyomatékát,
- a teljesítményszükségletet, ha két, azonos idejű fokozatban történik a gyorsítás,
- a két fokozatban történő indítás első fokozatában alkalmazott gyorsító nyomatékot és az elérhető fordulatszámot!

Megoldás

Az egy fokozatú indítás teljesítményszükséglete:

$$P_{\max 1} = M_{gy} \cdot \omega = M_{gy} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = 320 \cdot \frac{2390}{9,55} = 80083,8 \text{ W} \approx 80 \text{ kW}$$

A gyorsítási munka:

$$W_{gy} = \frac{P_{gy} \cdot \tau}{2} = \frac{80 \cdot 4}{2} = 160 \text{ kJ}$$

A redukált tehetetlenségi nyomaték:

$$\Theta = \frac{W_{gy} \cdot 2}{\omega^2} = \frac{160000 \cdot 2}{\left(\frac{2390}{9,55}\right)^2} = 5,11 \text{ kgm}^2$$

Két azonos hosszúságú, állandó gyorsulású szakaszra osztva a gyorsítást:

$$P_{\max 2} = P_{\max 1} \cdot \frac{2}{\left(2 - \frac{1}{1}\right) + \left(2 - \frac{1}{2}\right)} = 80 \cdot \frac{2}{2,5} = 80 \cdot 0,8 = 64 \text{ kW}$$

A két fokozatú gyorsítás első fokozatában a gyorsító nyomaték

$$M_{gy1} = \sqrt{\frac{P_{\max 2} \cdot \Theta}{\tau}} = \sqrt{\frac{64000 \cdot 5,11}{2}} = 404,4 \text{ mN}$$

Az első fokozatban elérhető fordulatszám:

$$n = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P_{\max 2}}{M_{gy1}} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{64000}{404,4} = 1512 \frac{\text{ford}}{\text{min}}$$

3. Jelleggörbe – munkapont, szabályozás, lendítőkerék méretezése

3.1

Legyen adott egy munkagép, melyet váltakozó terhelés ér:

- 8 sec ideig 127 *mN* nyomaték
- 18 sec ideig 80 *mN* nyomaték

Határozzuk meg a gép

- átlagos fordulatszámát, (**572 *ford/min***)
- átlagos teljesítményfelvételét, (**5,66 *kW***)
- járásának egyenlőtlenlégi fokát! (**0,03**)

Amennyiben a járás egyenlőtlenlégi foka nagyobb, mint 0,01, akkor határozzuk meg, hogy az egyik, 500 *ford/min* fordulatszámú tengelyre mekkora tömegű lendítőkeréket kell elhelyeznünk, ha a tömegredukciós tényező 0,75-nek vehető fel. (**1516 *kg***)

Mekkora legyen az öntöttvasból készülő lendítőkerék koszorúszélessége, ha 25 cm-es a koszorúvastagsága és 1 m az átlagos koszorúátmérő. (**..... *m***)

Vegyük figyelembe, hogy a gép

- fordulatszám-nyomaték jelleggörbéje egyenessel közelíthető és két pontja (500;100) ill. (1350;35), *ford/min* ill. *mN* mértékegységet alkalmazva,
- üresjárás teljesítményfelvétele 1,63 *kW*,
- a főtengely 1000 *ford/min* üresjárás fordulatszámra 5,3 *perc* alatt áll meg szabadkifutással.

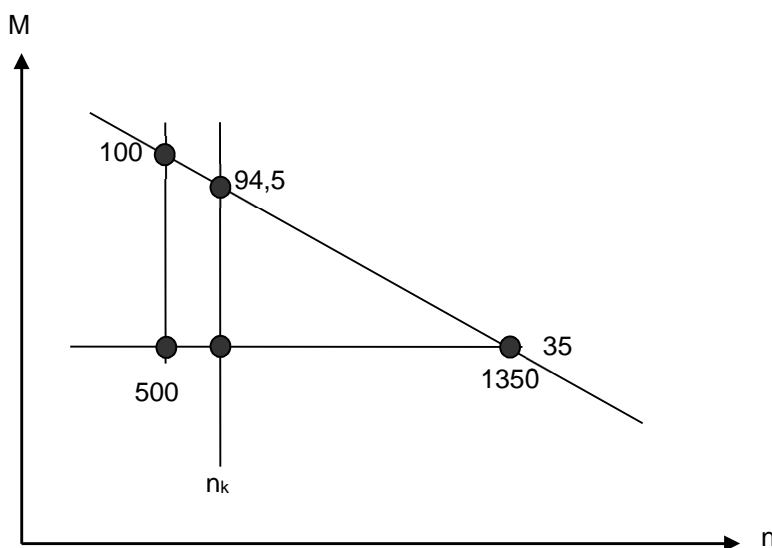
Megoldás

Az átlagos terhelő nyomatéokra igaz, hogy $M_k \cdot (8 + 18) = 127 \cdot 8 + 80 \cdot 18$, ahonnan

$$M_k = \frac{127 \cdot 8 + 80 \cdot 18}{8 + 18} = 94,5 \text{ mN}.$$

Az átlagos terheléshez tartozó fordulatszám annak az információknak a segítségével határozható meg, hogy a nyomaték kb. lineárisan változik az 500 – 1350 *ford/min* tartományban.

Az alábbi ábrán látható hasonló háromszögek segítségével:



$$\frac{100 - 35}{94,5 - 35} = \frac{1350 - 500}{1350 - n_k}, \text{ ahonnan } n_k = 572 \text{ ford/min}.$$

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

Ezzel a két adattal az átlagos teljesítmény $P_k = M_k \cdot n_k = 94,5 \cdot \frac{572}{9,55} = 5,66 \text{ kW}$

Az egyenlőtlenlégi fok szoros összefüggésben van a tehetetlenségi nyomatékkal, amit az üresjárási teljesítményfelvétélből és az innen szabadkifutással történő megállásra megadott idő ismeretében lehet kiszámítani és értéke $\Theta_{1000} = 47,3 \text{ kgm}^2$

Megjegyzés: az indexben alkalmazott jelölés arra emlékeztet, hogy az 1000 *ford/min* fordulatszámú tengelyre redukált tehetetlenségi nyomaték értéke ennyi.

A szögsebesség változását okozó nyomaték a közepes értéknél nagyobb, ill. kisebb érték, azaz 32,5 *mN* (8 másodpercen át) ill. 14,5 *mN* (18 másodpercen át).

Ahhoz, hogy az átlagos fordulatszám ingadozási sávját meghatározhassuk, a tehetetlenségi nyomaték értékét erre a fordulatszámra kell redukálni. Felhasználva, hogy a mozgási energia mennyisége azonos kell legyen:

$$\Theta_{572} = \Theta_{1000} \cdot \left(\frac{1000}{572}\right)^2 = 47,3 \cdot 3,06 = 144,7 \text{ kgm}^2$$

Ezt felhasználva a szögsebesség-ingadozás $\Delta\omega = \frac{32,5}{144,7} \cdot 8 = \frac{14,5}{144,7} \cdot 18 = 1,8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, tehát a fordulatszám-

ingadozás $\Delta n = 17,19 \frac{\text{ford}}{\text{min}}$ és az egyenlőtlenlégi fok $\delta = \frac{\Delta n}{n_k} = \frac{17,19}{572} = 0,03$

Ugyanerre az eredményre juthatunk, ha meghatározzuk a mozgási energia többletet ill. hiányt, majd a

$$\delta = \frac{\Delta E}{2 \cdot E_k} \text{ összefüggést használjuk fel.}$$

A mozgási energia többlete, ill. hiánya: $\Delta E = (127 - 94,5) \cdot \frac{572}{9,55} \cdot 8 = 15573 \text{ mN}$, ill.

$$\Delta E = (94,5 - 80) \cdot \frac{572}{9,55} \cdot 18 = 15633 \text{ mN}.$$

Mivel a kettőnek elvileg azonosnak kell lennie a valós értékeknek a kettő átlagát vegyük, tehát $\Delta E = 15603 \text{ mN}$.

Ezzel pedig az egyenlőtlenlégi fok: $\delta = \frac{15603}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 144,7 \cdot \left(\frac{572}{9,55}\right)^2} = 0,03$, ami igen pontosan egyezik az előző

eredményvel.

Amennyiben a 0,01-re szeretnénk csökkenteni az egyenlőtlenlégi fokot, akkor növelni kell a tehetetlenségi nyomatékat, ami a megoldás első részét felhasználva pl. $\Theta'_{572} = \frac{32,5}{0,01 \cdot \left(\frac{572}{9,55}\right)} \cdot 8 = 434 \text{ kgm}^2$ kell legyen,

azaz a többlet 289,3 *kgm*².

Mivel a feladat szerint a többlet tömeget az 500 *ford/min* fordulatszámú tengelyre helyezzük, a többletet „át kell redukálnunk” az említett tengelyre ahol a tehetetlenségi nyomaték így

$$\Theta'_{4500} = 289,3 \cdot \left(\frac{572}{500}\right)^2 = 379 \text{ kgm}^2$$

Figyelemmel a megadott 0,75 tömegredukációs tényezőre a lendítőkerék tömege:

$$m_l = \frac{\Theta'_{4500}}{\lambda \cdot r^2} = \frac{379}{0,75 \cdot 0,5^2} \approx 2021 \text{ kg}$$

3.2

Legyen adott egy munkagép, melynek főtengelyét váltakozó terhelés ér az alábbiak szerint:

- 10 s ideig 145 mN
- 26 s ideig 80 mN

A gép jelleggörbéjének egyenlete $M = -\frac{1}{9} \cdot n + 174,5$ lineáris egyenlettel közelíthető. Az egyenletben az állandók percenkénti fordulatszámra és mN-ban kifejezett nyomatékra vonatkoznak.

Határozza meg:

- a gépet terhelő közepes nyomatékot,
- a gép közepes fordulatszámát,
- a gyorsító (lassító) munka nagyságát,
- a lendítőkerék tehetetlenségi nyomatékát, ha a kívánatos egyenlőtlenlégi fok 0,065,
- a tömör tárcsa alakú, öntöttvas (sűrűség: 7,25 kg/dm³) lendítőkerék átmérőjét, ha a vastagság 54 mm!

Megoldás

A terhelő nyomaték közepes értéke az időtartamokkal történő súlyozással számolható ki:

$$M_k = \frac{10 \cdot 145 + 26 \cdot 80}{10 + 26} = 98,06 \text{ Nm}$$

A közepes fordulatszám a kiszámított közepes nyomaték értékének a gép jelleggörbéjének egyenletébe történő behelyettesítés után számítható ki:

$$n_k = (174,5 - 98,06) \cdot 9 = 688 \frac{\text{ford}}{\text{min}}$$

A gépet terhelő nyomatékok közül a nagyobbik 10 s ideig lassítja azt és e közben elvégzett lassítási munka:

$$W_l = M_l \cdot \varphi = (M_{\max} - M_k) \cdot \omega_k \cdot t = (145 - 98,06) \cdot \frac{688}{9,55} \cdot 10 = 33816 \text{ J}$$

Természetesen ugyanekkora a gépet 26 másodpercen át gyorsító nyomaték munkája:

$$W_{gy} = M_{gy} \cdot \varphi = (M_k - M_{\min}) \cdot \omega_k \cdot t = (98,06 - 80) \cdot \frac{688}{9,55} \cdot 26 = 33828 \text{ J}$$

Az eltérés elhanyagolható!

A tehetetlenségi nyomaték nagysága az egyenlőtlenlégi fok függvényében a gyorsítási, ill. lassítási munkából számítható ki:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot \Theta \cdot \omega_k^2 = \frac{W_{gy}}{2 \cdot \delta}$$

$$\Theta = \frac{W_{gy}}{\omega_k^2 \cdot \delta} = \frac{33816}{\left(\frac{688}{9,55}\right)^2 \cdot 0,065} = 100,3 \text{ kgm}^2$$

A tömör tárcsa kialakítású lendítőkerék esetében a tömegredukciós tényező 0,5, amivel

$$\Theta = 0,5 \cdot m \cdot r^2 = 0,5 \cdot (r^2 \cdot \pi \cdot b \cdot \rho) \cdot r^2$$

$$r = \left(\frac{\Theta}{0,5 \cdot \pi \cdot b \cdot \rho} \right)^{0,25} = \left(\frac{100,3}{0,5 \cdot \pi \cdot 0,054 \cdot 7310} \right)^{0,25} = 0,6343 \text{ m}$$

tehát, a szükséges átmérő ennek a kétszerese, azaz 1,26 m.

3.3

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

Egy gép főtengelyét ütemesen változó nyomaték terheli: 3/8 fordulaton át 320 mN, majd 5/8 fordulaton át 128 mN. A gép közepes teljesítménye 4,5 kW, járásának egyenlőtlenégi foka 0,02.

Határozza meg:

- a gépet terhelő közepes nyomatékot,
- a gép közepes fordulatszámát,
- a gyorsító (lassító) munka nagyságát,
- a lendítőkerék tehetetlenségi nyomatékát,
- a tömör tárcsa alakú, öntöttvas (sűrűség: 7,31 kg/dm³) lendítőkerék szükséges vastagságát, ha átmérője 85 cm!

Megoldás

A terhelő nyomaték közepes értéke az egyes nyomatékokhoz tartozó fordulatarányokkal történő súlyozással számolható ki:

$$M_k = \frac{3 \cdot 320 + 5 \cdot 128}{3 + 5} = 200 \text{ Nm}$$

A közepes fordulatszám a megadott teljesítmény és a közepes nyomaték alapján számítható ki:

$$n_k = \frac{P}{M_k} = \frac{4500}{200} = 22,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Azaz 214,9 ford/min.

A gépet terhelő nyomatékok közül a nagyobbik 3/8 fordulaton át lassítja azt és e közben elvégzett lassítási munka:

$$W_l = M_l \cdot \varphi = (M_{\max} - M_k) \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{3}{8} = (320 - 200) \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{3}{8} = 282,6 \text{ J}$$

A tehetetlenségi nyomaték nagysága az egyenlőtlenégi fok függvényében a gyorsítási, ill. lassítási munkából számítható ki:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot \Theta \cdot \omega_k^2 = \frac{W_{gy}}{2 \cdot \delta}$$

$$\Theta = \frac{W_{gy}}{\omega_k^2 \cdot \delta} = \frac{282,6}{22,5^2 \cdot 0,02} = 27,91 \text{ kgm}^2$$

A tömör tárcsa kialakítású lendítőkerék esetében a tömegredukciós tényező 0,5, amivel

$$\Theta = 0,5 \cdot m \cdot r^2 = 0,5 \cdot (r^2 \cdot \pi \cdot b \cdot \rho) \cdot r^2$$

$$b = \frac{\Theta}{0,5 \cdot \pi \cdot r^4 \cdot \rho} = \frac{27,91}{0,5 \cdot \pi \cdot \left(\frac{0,85}{2}\right)^4 \cdot 7310} = 0,0745 \text{ m}$$

tehát, a szükséges vastagság 74,5 mm.

3.4

Egy gép főtengelyét, mely 1650 ford/min közepes fordulatszámon üzemel ütemesen változó nyomaték terheli:

- 3 s ideig 128 mN,
- 6 s ideig 236 mN.

A váltakozó terhelés hatására a fordulatszám ingadozása a közepes érték körül ± 50 ford/min.

Határozza meg:

- a gépet terhelő közepes nyomatékot,
- az egyenlőtlenégi fok értékét,

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

- a gyorsító (lassító) munka nagyságát,
- a lendítőkerék tehetetlenségi nyomatékát,
- a 0,63 redukciós tényezőjű, 73 cm átmérőjű lendítőkerék tömegét!

Megoldás

A terhelő nyomaték közepes értéke az időtartamokkal történő súlyozással számolható ki:

$$M_k = \frac{3 \cdot 128 + 6 \cdot 236}{3 + 6} = 200 \text{ Nm}$$

Az egyenlőtlenlégi fok az arra vonatkozó definíciós egyenletből számítható ki:

$$\delta = \frac{n_{\max} - n_{\min}}{n_k} = \frac{2 \cdot 50}{1650} = 0,0606$$

A gépet terhelő nyomatékok közül a nagyobbik 10 s ideig lassítja azt és e közben elvégzett lassítási munka:

$$W_l = M_l \cdot \varphi = (M_{\max} - M_k) \cdot \omega_k \cdot t = (236 - 200) \cdot \frac{1650}{9,55} \cdot 3 = 18660 \text{ J}$$

A tehetetlenségi nyomaték nagysága az egyenlőtlenlégi fok függvényében a gyorsítási, ill. lassítási munkából számítható ki:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot \Theta \cdot \omega_k^2 = \frac{W_{gy}}{2 \cdot \delta}$$

$$\Theta = \frac{W_{gy}}{\omega_k^2 \cdot \delta} = \frac{18660}{\left(\frac{1650}{9,55}\right)^2 \cdot 0,0606} = 10,32 \text{ kgm}^2$$

A tömör tárcsa kialakítású lendítőkerék esetében a tömegredukciós tényező 0,5, amivel

$$\Theta = 0,63 \cdot m \cdot r^2$$

$$m = \frac{\Theta}{0,5 \cdot r^2} = \frac{10,32}{0,5 \cdot \left(\frac{0,73}{2}\right)^2} = 154,9 \text{ kg}$$

3.5

Egy gép főtengelyét ütemesen változó nyomaték terheli:

- 2/5 fordulaton át 260 mN,
- 3/5 fordulaton át 85 mN.

A gép jelleggörbéjének egyenlete $M_l = -0,044 \cdot n + 210$, a főtengelyére szerelt lendítőkerék tehetetlenségi nyomatéka 1,2 kgm². Az egyenletben az állandók percenkénti fordulatszámra és mN-ban kifejezett nyomatékokra vonatkoznak.

Határozza meg:

- a gépet terhelő közepes nyomatékot,
- a gép főtengelyének közepes fordulatszámát,
- a gyorsító (lassító) munka nagyságát,
- a gép üzemének egyenlőtlenlégi fokát,
- a fordulatszám ingadozásának nagyságát!

Megoldás

A terhelő nyomaték közepes értéke az egyes nyomatékokhoz tartozó fordulatarányokkal történő súlyozással számolható ki:

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

$$M_k = \frac{2 \cdot 260 + 3 \cdot 85}{2 + 3} = 155 \text{ Nm}$$

A közepes fordulatszám a gép jelleggörbéje alapján számítható ki:

$$n_k = \frac{210 - 155}{0,044} = 1250 \frac{\text{ford}}{\text{min}}$$

A gépet terhelő nyomatékok közül a nagyobbik 3/8 fordulaton át lassítja azt és e közben elvégzett lassítási munka:

$$W_l = M_l \cdot \varphi = (M_{\max} - M_k) \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{2}{5} = (260 - 155) \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{2}{5} = 263,76 \text{ J}$$

Az egyenlőtlenégi fok a gyorsítási, ill. lassítási munkából és a közepes mozgási energiából számítható ki:

$$\delta = \frac{W_{gy}}{2 \cdot E_k} = \frac{W_{gy}}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \Theta \cdot \omega_k^2} = \frac{263,76}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot \left(\frac{1250}{9,55}\right)^2} = 0,0128$$

A fordulatszám-ingadozás az egyenlőtlenégi fok definíciós egyenletéből számítható ki:

$$\Delta n = \delta \cdot n_k = 0,0128 \cdot 1250 = 16 \frac{\text{ford}}{\text{min}}$$

tehát $\pm 8 \text{ ford/min}$.

3.6

Adott hajtó gép, mely jelleggörbéjének két pontja ismert: (580 *ford/min*; 310 *mN*) ill. (900 *ford/min*; 140 *mN*). Ebben a tartományban a jelleggörbe egyenessel közelíthető meg.

Az ellenállás nagyjából másodfokú függvénnyel közelíthető. Az állandó rész 12 *mN* és 1100 *ford/min*-nél 280 *mN* az ellenállás.

1. Milyen fordulatszámnál alakul ki az egyenletes sebességű üzem?
2. Mekkora lesz a hasznos teljesítmény?
3. A kialakuló munkapont jellege milyen (stabilis vagy labilis)?
4. Mekkora veszteséggel (kW) kell számolni, ha a feladat az üzemi fordulatszám 20%-os csökkentése?
5. Mekkora éves költséget okoz a szabályozási veszteség (12 óra/nap, 22 nap/hó; 21 Ft/kWh)?

Megoldás

1. Lépés

Írjuk fel a hajtás jelleggörbéjének egyenletét az egyenes egyenletére vonatkozó ismeretek alapján. Az egyenes

- meredeksége: $m = \frac{310 - 140}{580 - 900} = -0,53$,
- tengelymetszete: $b = 310 + 580 \cdot 0,53 \approx 617 \text{ mN}$.

A hajtás jelleggörbéje tehát: $M = -0,53 \cdot n + 617$

2. Lépés

Írjuk fel az ellenállás jelleggörbéjének egyenletét, tudva, hogy az matematikailag egy centrális parabola.

A parabola meredekségére jellemző állandó: $c = \frac{280 - 12}{1100^2} = 2,2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{mN}}{\left(\frac{\text{ford}}{\text{min}}\right)^2}$

Az ellenállás jelleggörbéje ezek után: $M = 2,2 \cdot 10^{-4} n^2 + 12$

3. Lépés

A munkapont matematikailag a két egyenlet egymással történő egyenlővé tétel alapján kapható meg. Két metszéspont adódik, melyek koordinátái:

$$P_1 \left(-3255 \frac{\text{ford}}{\text{min}}; 2342 \text{ mN} \right)$$

$$P_2 \left(845 \frac{\text{ford}}{\text{min}}; 169 \text{ mN} \right)$$

Nyilvánvaló, hogy csak a második lehet tényleges munkapont. Ezzel az első kérdésre a választ megadtuk.

4. Lépés

A hasznos teljesítmény a P_2 munkapont koordinátaival számítható ki. Ennek értéke: $14,95 \approx 15 \text{ kW}$

5. Lépés

Egyszerű vázlat alapján is eldönthető, hogy a munkapont stabil.

Számítással a munkapontban vett deriváltak összehasonlítása adja meg a választ. Ha a gép jelleggörbe deriváltja kisebb mint az ellenállásé, akkor a munkapont stabil, ellenkező esetben labilis.

Az ellenállás jelleggörbéjének derivált függvénye: $\frac{dM_e}{dn} = 4,4 \cdot 10^{-4} \cdot n$, aminek helyettesítési értéke a P_2

munkapontnál: $0,3718$. Ez kisebb a gép jelleggörbéjének deriváltjánál, ami egyébként állandó (*egyenesről van szó*), és $0,53$. tehát a munkapont stabil.

6. Lépés

A szabályozással beállított munkaponthoz tartozó fordulatszám: 676 ford/min .

Mivel a gép jelleggörbéje nem változik ezért a gép nyomatéka ekkor:

$$M_{P_{sz}} = -0,53 \cdot 676 + 617 = 258,7 \text{ mN}$$

Ebben a pontban a tényleges teljesítmény:

$$P_{sz} = M_{P_{sz}} \cdot n_{sz} = 258,7 \cdot \frac{676}{9,55} \approx 18,3 \text{ kW}$$

Az eredeti terhelési jelleggörbén ugyanezen szabályozott fordulatszámhoz tartozó nyomaték:

$$M_{P_{sz\min}} = 2,2 \cdot 10^{-4} \cdot 676^2 + 12 \approx 112,5 \text{ mN}, \text{ és a minimális teljesítményszükséglet:}$$

$$P_{P_{sz\min}} = M_{P_{sz}} \cdot n_{sz} = 112,5 \cdot \frac{676}{9,55} \approx 11,8 \text{ kW}$$

A szabályozási veszteség tehát: $\Delta P_v = P_{sz} - P_{P_{sz\min}} = 18,3 - 11,8 = 6,5 \text{ kW}$

7. Lépés

A veszteséggel járó költség kiszámításához szükséges az üzemórák számának ismerete:

$$T = 12 \left(\frac{\text{óra}}{\text{nap}} \right) \cdot 22 \left(\frac{\text{nap}}{\text{hó}} \right) \cdot 12 \left(\frac{\text{hó}}{\text{év}} \right) = 3168 \frac{\text{óra}}{\text{év}}$$

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

A veszteségként elfogyasztott energia mennyisége:

$$E_v = \Delta P_v \cdot T = 6,5 \cdot 3168 = 20592 \text{ kWh}$$

Ennek ára, azaz a szabályozás költsége:

$$K = E_v \cdot k = 20592 \cdot 21 = 432432 \text{ Ft/év}$$

3.7

Egy dízelmozdony vonóerő-vontatási sebesség jelleggörbéje a következő függvénnyel írható le: $F_v = 1320/v$, ahol F_v vonóerő kN , a vontatási v sebesség km/h mértékegységgel számolandó.

A vontatmány fajlagos vontatási ellenállása a következő függvénnyel szintén adott: $f_R = 2,381 \cdot 10^{-3} v^2 + 26,43$, ahol a fajlagos ellenállás f_R N/t mértékegységben megadja egy vasúti kocsi tonnánkénti ellenállását.

Határozza meg:

- a mozdony vonóerejét 80 km/h vontatási sebességnél, ($16,5 \text{ kN}$)
- hány db kocsiból álló szerelvényt képes a mozdony 80 km/h sebességgel továbbítani, ha egy kocsi tömege 25 t , (15 db)
- a mozdony vonóerejét 65 km/h sebességnél, ($20,31 \text{ kN}$)
- a szerelvény ellenállását 65 km/h sebességnél, ($13,68 \text{ kN}$)
- a gyorsító erőt 65 km/h sebességnél. ($6,63 \text{ kN}$)

3.8

Egy munkagép jelleggörbéje a következő függvénnyel írható le: $M_H = 362 - 0,18 \cdot n$

A terhelés jelleggörbéje szintén ismert, a következő formában: $M_T = 2,56 \cdot n - 26$.

Mindkét függvénynél a nyomaték mN , a fordulatszám $ford/min$.

Határozza meg:

- a munkaponti fordulatszámot, ($141,6 \text{ ford/min}$)
- a hajtó nyomatékot a munkapontban, ($336,51 \text{ mN}$)
- a gép által leadott hasznos teljesítményt a munkapontban, ($4,99 \text{ kW}$)
- mekkora lesz a szabályozási veszteség teljesítményben kifejezve, ha a berendezés fordulatszámát 15%-kal kívánjuk csökkenteni fojtással! ($733,6 \text{ W}$)

3.9

Egy munkagép jelleggörbéje másodfokú parabolával közelíthető, ahol az állandó rész 285 mN . A munkagép teljesítménye 955 percenkénti fordulatszámon 22 kW .

A terhelés jelleggörbéje a $M_T = 1,2 \cdot 10^{-4} \cdot n^2$ függvénnyel írható le, ahol a nyomaték mN , a fordulatszám $ford/min$.

Határozza meg:

- a hajtógép-jelleggörbe másodfokú tagjának együtthatóját, előjel helyesen, ($-0,07127 \text{ mkN}/(\text{ford}/\text{min})^2$)
- a munkaponti fordulatszámot, ($1220,7 \text{ ford}/\text{min}$)
- a hajtó nyomatékot a munkapontban, ($178,8 \text{ mN}$)
- a gép által leadott hasznos teljesítményt a munkapontban! ($22,85 \text{ kW}$)

3.10

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

Egy munkagép jelleggörbéje az alábbi függvénnyel írható le: $M_H = 300 - 8,5 \cdot 10^{-5} \cdot n^2$, ahol a nyomaték mN , a fordulatszám $ford/perc$.

A terhelés jellege lineáris, ahol az állandó rész $28 mN$, és 700 percenkénti fordulatszámon pedig az ellenállás értéke $168 mN$.

Határozza meg:

- a terhelés jelleggörbe változó részének együtthatóját, ($0,2 mN/(ford/min)$)
- a munkaponti fordulatszámot, ($964,6 ford/min$)
- a hajtó nyomatékot a munkapontban, ($220,9 mN$)
- a gép által leadott hasznos teljesítményt a munkapontban! ($22,31 kW$)

3.11

Egy munkagép jelleggörbéje az alábbi függvénnyel írható le: $M_H = -6,6 \cdot 10^{-5} \cdot n^2 + 260$,

A terhelés is másodfokú függvénnyel közelíthető, mely $M_T = 1,7 \cdot 10^{-5} \cdot n^2 + 0,12 \cdot n$ alakú.

A nyomaték mN , a fordulatszám $ford/min$.

Határozza meg:

- a munkaponti fordulatszámot, ($1188,94 ford/min$)
- a hajtó nyomatékot a munkapontban, ($166,7 mN$)
- a gép által leadott hasznos teljesítményt a munkapontban, ($20,75 kW$)
- mekkora lesz a szabályozott hajtás jelleggörbének állandó része, ha a berendezés fordulatszámát a felére kívánjuk csökkenteni a munkagép jelleggörbéjének módosításával! ($100,7 mN$)

3.12

Egy munkagép teljesítménye $1400 W$ -ról $1625 W$ -ra változik miközben fordulatszáma az eredeti $1450 ford/min$ értékről annak 76% -ára csökken a terhelés oldaláról történő szabályozás következtében.

Határozza meg a szabályozás következtében jelentkező havi költségnövekedést, ha tudja, hogy a gép havonta 44 órát át üzemel a szabályozott munkapontban és $1 kWh$ villamos energia ára $31 Ft$.

Az ellenállás gyakorlatilag lineárisan nő a fordulatszámmal és minimális értéke $17,5 mN$.

3.13

Adott egy hajtó gép jelleggörbéjének másodfokú függvénye: $M_H = 254 - 0,24 \cdot 10^{-4} \cdot n^2$, a terhelése $M_T = 0,3 \cdot n$.

A nyomaték mN , a fordulatszám $ford/min$.

A fojtással szabályozott fordulatszám $420 ford/min$. A berendezés havi 540 órát üzemel, ennek 40% -ban a szabályozott munkapontban. Az áramdíj $25 Ft/kWh$.

Határozza meg:

- a szabályozási veszteséget teljesítményben kifejezve, ($5445 W$)
- havi költséget, melyet a szabályozási veszteség okoz! ($29400 Ft/hó$).

3.14

Egy munkagép egy adott üzemállapotban $1650 ford/min$ fordulatszámmal jár és leadott nyomatéka $86 mN$. A terhelés oldalán történő szabályozás alkalmazásával a gép egy olyan munkapontba kerül, ahol hasznos teljesítménye $16,3 kW$, fordulatszáma pedig $1100 ford/min$.

Határozza meg a szabályozás következtében jelentkező havi költségnövekedést, ha tudja, hogy a gép havonta 170 órát üzemel a szabályozott munkapontban és $1 kWh$ villamos energia ára $26,5 Ft$.

ÁLTALÁNOS GÉPTAN példatár

Az ellenállás jellegéről tudja, hogy a fordulatszám csökkentésével az négyzetesen csökken zérusig.

3.15

Egy munkagép nyomatéka a terhelés oldaláról történő szabályozás során 125 *mN*-ról 160 *mN*-ra nő, miközben teljesítménye 14 *kW*-ról 16,5 *kW*-ra változik.

Határozza meg a szabályozás következtében jelentkező havi költségnövekedést, ha tudja, hogy a gép havonta 93 órát át üzemel a szabályozott munkapontban és 1 *kWh* villamos energia ára 25 *Ft*.

Az ellenállás négyzetesen nő a fordulatszámmal és minimális értéke 16 *mN*.

3.16

Egy munkagép jelleggörbéje egyenessel közelíthető: $M_H = 254 - 0,24n$

A nyomaték *mN*, a fordulatszám *ford/min*.

A terhelés lineáris függvényének állandó része 64 *mN*, 800 percenkénti fordulatszámon pedig 224 *mN*. A fojtással szabályozott fordulatszám 350 *ford/min*.

A berendezés napi 5,4 órában üzemel a szabályozott munkapontban heti hat napon, 1 *kWh*-ért 25 *Ft*-t kell fizetni a szolgáltatónak.

Határozza meg:

- a szabályozási veszteséget teljesítményben kifejezve, (1319.4 W)
- a heti költséget, melyet a szabályozási veszteség okoz! (1069 *Ft*/hét)

3.17

Egy munkagép egy adott üzemállapotban 1500 *ford/min* fordulatszámmal jár és leadott nyomatéka 60 *mN*. A terhelés oldalán történő szabályozás alkalmazásával a gép egy olyan munkapontba kerül, ahol hasznos teljesítménye 10 *kW*, fordulatszáma pedig 1100 *ford/min*.

Határozza meg a szabályozás következtében jelentkező havi költségnövekedést, ha tudja, hogy a gép havonta 170 órát üzemel a szabályozott munkapontban és 1 *kWh* villamos energia ára 26,5 *Ft*.

Az ellenállás jellegéről tudja, hogy a fordulatszám csökkentésével az négyzetesen csökken 2,5 *mN* Nyomatékig.

3.18

Egy munkagép teljesítménye 8 *kW*-ról 10 *kW*-ra változik miközben fordulatszáma az eredeti 1000 *ford/min* értékről annak 65 %-ára csökken a terhelés oldaláról történő szabályozás következtében.

Határozza meg a szabályozás következtében jelentkező havi költségnövekedést, ha tudja, hogy a gép havonta 110 órát át üzemel a szabályozott munkapontban és 1 *kWh* villamos energia ára 25 *Ft*.

Az ellenállás gyakorlatilag lineárisan nő a fordulatszámmal és minimális értéke 1,2 *mN*.

3.19

Adott egy hajtó gép jelleggörbéjének másodfokú függvénye: $M_H = 254 - 0,24 \cdot 10^{-4} \cdot n^2$, és a gépet terhelő ellenállásé: $M_T = 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot n^2$.

A nyomaték *mN*, a fordulatszám *ford/min*.

A fojtással szabályozott fordulatszám 300 *ford/min*. A berendezés havi 330 órában üzemel, ennek 40%-ban a szabályozott munkapontban. Az áramdíj 25 *Ft/kWh*.

Határozza meg:

- a szabályozási veszteséget teljesítményben kifejezve, (4,52 *kW*)
- a havi költséget, melyet a szabályozási veszteség okoz! (14910 *Ft/hó*).