HIDROMOTOROK

I. feladat

Egy 6,8 bar túlnyomású hidraulikus rendszerről kívánunk üzemeltetni egy 350 *cm³*-es axiál dugattyús hidrosztatikus motort. Milyen maximális fordulatszám és nyomaték érhető el, ha a kívánt hasznos teljesítmény 725 *W*? A volumetrikus hatásfok becsült értéke 86%, a mechanikai hatásfok kb. 70%.

Megoldás

A hidrosztatikus motor szükséges folyadéknyelése:

$$\dot{V} = \frac{P}{\eta_v \cdot \eta_m \cdot \Delta p} = \frac{725}{0{,}86 \cdot 0{,}7 \cdot 6{,}8 \cdot 10^5} = 1{,}771 \cdot 10^{-3} \left(\frac{m^3}{s}\right)$$

azaz kb. 1,77 *l/s*.

A folyadéknyelésből meghatározható az elérhető maximális fordulatszám:

$$n = \frac{\dot{V} \cdot 60 \cdot \eta_v}{V_l} = \frac{1{,}771 \cdot 10^{-3} \cdot 60 \cdot 0{,}86}{350 \cdot 10^{-6}} = 261{,}1 \left(\frac{ford}{\min}\right)$$

A hasznos nyomaték értéke:

$$M_h = \frac{P_h}{\omega} = \frac{725}{261{,}1} \cdot 9{,}55 = 26{,}52\ (mN)$$

Más úton számítva:

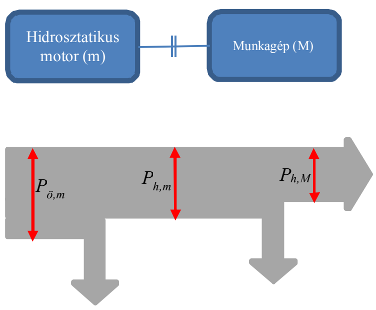
$$M_h = \frac{V_l \cdot \Delta p_{mot} \cdot \eta_{mmot}}{2 \cdot \pi} = \frac{350 \cdot 10^{-6} \cdot 6{,}8 \cdot 10^5 \cdot 0{,}7}{2 \cdot \pi} = 26{,}52 \quad (mN)$$

II. feladat

Egy munkagép hajtásához egy 158 *cm³* összes lökettérfogatú hidrosztatikus motort kívánunk használni, hajtómű közbeiktatása nélkül. A munkagép leadott teljesítmény 1250 *W*, nyomatéka 23 *mN*! Mekkora legyen a hidrosztatikus motor folyadéknyelése és a motort tápláló hidraulikus rendszer nyomása. A munkagép becsült hatásfoka 75%, a hidrosztatikus motor volumetrikus hatásfoka kb. 85%, mechanikai hatásfoka 78%.

Megoldás

Az alábbi vázlat a hidrosztatikus motor és a hajtott munkagép energiafolyam ábráját mutatja



A hidrosztatikus motor leadott, azaz hasznos teljesítménye a hajtani tervezett gép teljesítményéből:

$$P_{h,m} = \frac{P_{h,M}}{\eta_M} = \frac{1250}{0,75} = 1667\ (W)$$

Mivel hajtómű beépítésére nem kerül sor, a hidrosztatikus motor és a munkagép fordulatszáma azonos:

$$\omega_M = \omega_{hm} = \frac{P_{h,M}}{M_{h,M}} = \frac{1250}{23} = 54,35\ \left(\frac{rad}{s}\right)$$

Tehát a fordulatszám 519 *ford/min*.

A hidrosztatikus motor bemenő teljesítménye:

$$P_{ö,m} = \frac{P_{h,m}}{\eta_v \cdot \eta_m} = \frac{1667}{0,85 \cdot 0,78} = 2514\ (W)$$

A hidrosztatikus motor ismert lökettérfogata és a kiszámított szögsebesség segítségével a szükséges folyadéknyelés:

$$\dot{V}_{be} = V_{löket} \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{1}{\eta_v} = 158 \cdot \frac{519}{60} \cdot \frac{1}{0,85} = 1608\ \left(\frac{cm^3}{s}\right)$$

A szükséges rendszernyomás (túlnyomás!):

$$\Delta p = \frac{P_{ö,m}}{\dot{V}_{be}} = \frac{2514}{1608 \cdot 10^{-6}} = 1,563 \cdot 10^6\ (Pa) \approx 15,6\ (bar)$$

III. feladat

Egy 225 *cm³*-es hidrosztatikus motoron végzett mérés eredményei a következők: a leadott teljesítmény 755 *W*, a fordulatszám 386 *ford/min* a rendszer nyomás 6,8 *bar* (túlnyomás). Felételezve, hogy a motor volumetrikus hatásfoka kb. 76%, határozza meg a folyadéknyelés nagyságát, a hidrosztatikus motor összhatásfokát és mechanikai hatásfokát!

Megoldás

A mért értékekből kiszámítható a szükséges folyadéknyelés:

$$\dot{V}_{be} = V_{löket} \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{1}{\eta_v} = 225 \cdot \frac{386}{60} \cdot \frac{1}{0,76} = 1905\ \left(\frac{cm^3}{s}\right)$$

A hidrosztatikus motor összes teljesítménye a tényleges folyadéknyelésből és a mért rendszernyomásból:

$$P_{ö,m} = \dot{V}_{be} \cdot \Delta p = 1905 \cdot 10^{-6} \cdot 6,8 \cdot 10^5 = 1295\ (W)$$

A hidrosztatikus motor összes hatásfoka:

$\eta_{ö,m} = \frac{P_{h,m}}{P_{ö,m}} = \frac{755}{1295} = 0,583$, tehát kb. 58,3 %

A mechanikai hatásfok értéke pedig:

$\eta_{m,m} = \frac{\eta_{ö,m}}{\eta_{v,m}} = \frac{0,583}{0,76} = 0,767$ tehát közel megegyezik a volumetrikus hatásfokkal, 76,7 %.

VÍZTURBINÁK

IV. feladat

Milyen típusú turbinát kell alkalmazni, ha a gép 6 pólusú, 50 periódusú szinkron-generátort hajt, a rendelkezésre álló esés 200 (*m*), a víznyelés 4 (m^3/s) és a turbina hatásfoka 90 %?

Megoldás

Az 50 periódus azt jelenti, hogy másodpercenként 50-szer vált irányt a váltakozó áram, azaz percenként 3000-szer. A normál generátor esetében ez egy póluspárnál éppen a 3000-es percenkénti fordulatszám mellett valósul meg.
A póluspárok számának növekedésével a fordulatszám a hálózati frekvenciát biztosító generátor fordulatszámával (3000 *f/min*) fordított arányban változik, azaz 6 pólus, ill. három póluspár esetében a fordulatszám 3000/3=1000 *f/min*.

Az alkalmazandó turbina típusát a jellemző fordulatszám alapján lehet meghatározni.

$$n_s = n \cdot P^{\frac{1}{2}} \cdot H^{-\frac{5}{4}}$$

Ennek kiszámításához először az alapadatokból ki kell számítani a hasznos teljesítményt:

$$P_h = \dot{V} \cdot H \cdot \rho \cdot g \cdot \eta_t = 4 \cdot 200 \cdot 1000 \cdot g \cdot 0{,}9 = 7200\,(kW)$$

Ezzel

$$n_s = n \cdot P^{\frac{1}{2}} \cdot H^{-\frac{5}{4}} = 1{,}166 \cdot 1000 \cdot 7200^{\frac{1}{2}} \cdot 200^{-\frac{5}{4}} \approx 131{,}5$$

Azaz egy lassú járású Francis-turbina jöhet szóba.

V. feladat

Egy Francis-turbina teljes nyitásnál 670 (dm^3/s) víznyelésű, fordulatszáma 600 (*f/min*). Járókerekének belépő palástja 500 (*mm*) átmérőjű és 90^0 a belépő lapátszög. A kilépő sebességnek nincs kerületi sebesség irányú komponense. A hidraulikus hatásfok 87 %, a turbina összhatásfoka 80 %. Mekkora turbina tengelyteljesítménye?

Megoldás

Ha a belépő lapátszög 90^o-os akkor a belépő relatív sebesség éppen merőleges a kerületi sebességre. Ebből következik az, hogy a belépő abszolút sebesség kerületi irányú komponense megegyezik a kerületi sebességgel.

$$u_1 = \frac{d_1}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{0{,}5}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 600}{60} = 15{,}7 \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$H = \frac{c_{1u} \cdot u_1}{\eta_h \cdot g} = \frac{u_1^2}{\eta_h \cdot g} = \frac{15{,}7^2}{0{,}87 \cdot 10} = 28{,}33\,(m)$$

A turbina tengelyteljesítménye (hasznos teljesítménye):

$$P_h = \dot{V} \cdot H \cdot \rho \cdot g \cdot \eta_t = 0{,}67 \cdot 28{,}33 \cdot 1000 \cdot g \cdot 0{,}8 = 151{,}8\,(kW)$$

VI. feladat

Egy 120 (*m*) diszponibilis esésű vízerőmű turbinája teljes nyitásnál 160 (dm^3/s) víznyelésű. Fordulatszáma 500 (*f/min*). A megadott üzemi jellemzőknél a használható engedélyteljesítmény 230 (*LE*). Milyen típusú a beépített turbina? Mennyi a turbina összhatásfoka?

Megoldás

A turbina összes teljesítménye:

$$P_h = \dot{V} \cdot H \cdot \rho \cdot g = 0{,}160 \cdot 120 \cdot 1000 \cdot g = 192000\ (W) = \frac{192000}{75 \cdot 9{,}81} = 261\ (LE)$$

Az engedélyteljesítmény a hasznos teljesítményre használt egyik szakkifejezés!

A hatásfok: $\eta_t = \dfrac{P_h}{P_ö} = \dfrac{230}{261} = 0{,}8812 \quad 88{,}1\%$

A turbina típusa a jellemző fordulatszám alapján állapítható meg.

$$n_s = n \cdot P^{\frac{1}{2}} \cdot H^{-\frac{5}{4}} = 500 \cdot 230^{\frac{1}{2}} \cdot 120^{-\frac{5}{4}} \approx 19{,}1$$

Ez azt jelenti, hogy Pelton-turbina jöhet szóba.

VII. feladat

Egy 126 (*m*) hasznosítható esésű Pelton-turbina összhatásfoka 90*%.* A fúvóka keresztmetszete 0,0016 (m^2) a kifolyási sebességi tényező a sugárcsőnél φ=0,97. Határozza meg a fúvókából kilépő víz sebességét, a turbina hasznos teljesítményét és a járókerék átmérőjét, ha a gép fordulatszáma 1000 (*f/min*)! Mekkora a jellemző fordulatszám?

Megoldás

Az esés alapján a fúvókából kilépő folyadéksugár sebessége:

$$c_o = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = 0{,}97 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot 126} = 48{,}7\ \left(\frac{m}{s}\right)$$

A turbina víznyelése tehát:

$$\dot{V} = c_o \cdot A = 48{,}7 \cdot 0{,}0016 = 0{,}07792\ \left(\frac{m^3}{s}\right) = 77{,}92 \left(\frac{dm^3}{s}\right)$$

A hasznos teljesítmény:

$$P_h = \dot{V} \cdot H \cdot \rho \cdot g \cdot \eta_t = 0{,}07792 \cdot 126 \cdot 1000 \cdot g \cdot 0{,}9 = 88{,}36\ (kW)$$

Tekintettel arra, hogy a teljesítmény akkor a maximális, ha a kerületi sebesség éppen fele a sugárcsőből kilépő folyadék sebességének, így ez utóbbi 24,35 *m/s*.

Ezzel a járókerék átmérője kiszámítható:

$$D_k = \frac{2 \cdot u \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot n} = \frac{2 \cdot 24{,}35 \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot 1000} = 0{,}4653\ (m)$$

$$n_s = 1{,}166 \cdot n \cdot P^{\frac{1}{2}} \cdot H^{-\frac{5}{4}} = 1{,}166 \cdot 1000 \cdot 88{,}36^{\frac{1}{2}} \cdot 126^{-\frac{5}{4}} = 25{,}96$$

VIII. feladat

Egy turbina-kisminta kagylódiagramjában a legjobb hatásfokú ponthoz 120 *f/min* fajlagos fordulatszám és 1,3 dm^3/s fajlagos víznyelés tartozik. Számítsa ki, hogy a kismintához geometriailag hasonló 2,5 *m* külső átmérőjű járókerék 12 *m*-es esésnél mekkora fordulatszám mellett, milyen víznyeléssel és mekkora hasznos teljesítménnyel üzemeltethető! A turbina hatásfokát becsléssel 86%-ra vegye fel!

Megoldás

A fajlagos fordulatszám, a fajlagos víznyelés és ezekhez hasonlóan a fajlagos esés és teljesítmény egyezményesen olyan járókerékre van vonatkoztatva, melynek külső átmérője 1 m és 1 m-es esés mellett üzemel.

Az áramlástani hasonlóság akkor áll fenn két geometriailag hasonló turbina (vagy szivattyú) járókerék között, ha a Reynolds-számok megegyeznek, miből következik, hogy a járókerékre vonatkozóan fent felsorolt jellemző paraméterekből képzett dimenziótlan jellemzők a kis-mintára és az ahhoz geometriailag hasonlóra készített másik turbinára azonos értékűek, továbbá a jellemző fordulatszám is azonos a két esetben.

A képezhető dimenziótlan jellemzők közül a legfontosabb az Euler-féle turbina egyenletből származtatható

$$\frac{g\cdot H}{c_{1u}\cdot u_1}\approx\frac{g\cdot H}{u_1^2}\approx\frac{g\cdot H}{(n\cdot D_1)^2}$$

Egy másik, a víznyelést tartalmazó dimenziótlan jellemző ebből leszármaztatható. Figyelembe véve ugyanis, hogy

$$\dot{V}\approx u_1\cdot D_1^2$$

$$\frac{g\cdot H}{c_{1u}\cdot u_1}\approx\frac{g\cdot H}{u_1^2}\approx\frac{g\cdot H}{\left(\dfrac{\dot{V}}{D_1^2}\right)^2}\approx\frac{\sqrt{g\cdot H}\cdot D_1^2}{\dot{V}}$$

Végezetül használatos még egy olyan dimenziótlan jellemző, mely a teljesítményt tartalmazza

$$\frac{P}{H\cdot\dot{V}\cdot\rho\cdot g}\approx\frac{P}{g\cdot H\cdot\sqrt{g\cdot H}\cdot D_1^2\cdot\rho}\approx\frac{P}{(g\cdot H)^{\frac{3}{2}}\cdot D_1^2\cdot\rho}$$

Az itt elmondottakat felhasználva a víznyelésre vonatkozóan írható

$$\left[\frac{\sqrt{g\cdot H}\cdot D_1^2}{\dot{V}}\right]_{km}=\left[\frac{\sqrt{g\cdot H}\cdot D_1^2}{\dot{V}}\right]_{nk}$$

$$\left[\frac{\sqrt{g\cdot 1}\cdot 1^2}{1{,}3}\right]_{km}=\left[\frac{\sqrt{g\cdot 12}\cdot 2{,}5^2}{\dot{V}}\right]_{nk}$$ ahonnan a nagy kivitel víznyelése 28,1 *dm³/s*

A fordulatszám az esésre vonatkozó dimenziótlan jellemzőből

$$\left[\frac{g\cdot H}{(n\cdot D_1)^2}\right]_{km}=\left[\frac{g\cdot H}{(n\cdot D_1)^2}\right]_{nk}$$

$$\left[\frac{g\cdot 1}{(120\cdot 1)^2}\right]_{km}=\left[\frac{g\cdot 12}{(n\cdot 2{,}5)^2}\right]_{nk}$$ ahonnan a keresett fordulatszám 166,3 *f/min*

A nagy kivitel hasznos teljesítménye most már kiszámítható:

$$P_h=\dot{V}\cdot H\cdot\rho\cdot g\cdot\eta_t=28{,}1\cdot 10^{-3}\cdot 12\cdot 1000\cdot g\cdot 0{,}86\approx 2{,}845\ (kW)$$

Ellenőrzésként kiszámíthatjuk a kisminta és a nagy kivitel jelelemző fordulatszámát:

$$[n_s]_{km} = 1{,}166 \cdot 120 \cdot \left(\frac{1{,}3 \cdot 1 \cdot \rho \cdot g}{1000} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot 1^{-\frac{5}{4}} = 14{,}79$$

$$[n_s]_{nk} = 1{,}166 \cdot 166{,}3 \cdot \left(\frac{28{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 12 \cdot \rho \cdot g}{1000} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot 12^{-\frac{5}{4}} = 14{,}79$$

Az egyezés kielégítő pontosságú, eltérés csak a tizedes értékekben van! Egyébiránt egy szabadsugár turbináról (pl. Pelton) lehet szó!

IX. feladat

Egy gyorsjárású Francis-turbina járókerekének átmérője 1660 *mm*. A turbinára a 80 *f/min* fajlagos fordulatszám és az 1,75 m^3/s fajlagos víznyelés jellemzi. Teljes nyitásnál a turbina összhatásfoka 80 *%*. Figyelemmel arra, hogy a turbina 25 *m*-es eséssel dolgozik, határozza meg a fordulatszámát, víznyelését és hasznos teljesítményét!

Megoldás

$$\left[\frac{\sqrt{g \cdot H} \cdot D_1^2}{\dot{V}} \right]_{km} = \left[\frac{\sqrt{g \cdot H} \cdot D_1^2}{\dot{V}} \right]_{nk}$$

$$\left[\frac{\sqrt{g \cdot 1} \cdot 1^2}{1{,}75} \right]_{km} = \left[\frac{\sqrt{g \cdot 25} \cdot 1{,}66^2}{\dot{V}} \right]_{nk}$$ ahonnan a nagy kivitel víznyelése 24,1 m^3/s

$$\left[\frac{g \cdot H}{(n \cdot D_1)^2} \right]_{km} = \left[\frac{g \cdot H}{(n \cdot D_1)^2} \right]_{nk}$$

$$\left[\frac{g \cdot 1}{(80 \cdot 1)^2} \right]_{km} = \left[\frac{g \cdot 25}{(n \cdot 1{,}66)^2} \right]_{nk}$$ ahonnan a keresett fordulatszám 241 *f/min*

A hasznos teljesítmény pedig:

$$P_h = \dot{V} \cdot H \cdot \rho \cdot g \cdot \eta_t = 24{,}1 \cdot 25 \cdot 1000 \cdot g \cdot 0{,}8 \approx 4820\ (kW)$$

X. feladat

Egy Francis-turbina jellemző fordulatszáma 160. 32 *m*-es diszponibilis esés mellett a hasznos teljesítmény 409 *LE*. A kilépési veszteségtényező 0,06, az összhatásfok pedig 92 %-ra becsülhető! Mekkora a turbina fordulatszáma és külső átmérője, ha feltesszük, hogy ez utóbbi megegyezik a turbina kilépő csonkjának átmérőjével?

Megoldás

$$160 = n \cdot 409^{\frac{1}{2}} \cdot 32^{-\frac{5}{4}}$$ ebből az összefüggésből a fordulatszám 602 *f/min*.

A kilépési veszteségtényező megmutatja, hogy a turbinából távozó folyadék mennyi mozgási energiát visz magával az esésből hasznosítható energiára vonatkoztatva:

$$\upsilon_s = \frac{\frac{c_2^2}{2\cdot g}}{H}$$ ebből kiszámíthatjuk a turbinából távozó víz sebességét:

$$c_2 = \sqrt{2\cdot g\cdot H\cdot \upsilon_s} = \sqrt{2\cdot g\cdot 32\cdot 0{,}06} = 6{,}2\left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$$

A térfogatáram a megadott hasznos teljesítményből számítható ki:

$$\dot{V} = \frac{P}{H\cdot\rho\cdot g\cdot\eta_t} = \frac{409\cdot 736}{32\cdot 1000\cdot g\cdot 0{,}92} = 1{,}0225\left(\frac{m^3}{s}\right)$$

A járókerék átmérője a fenti feltételezés szerint:

$$D_1 = \sqrt{\frac{4\cdot\dot{V}}{\pi\cdot c_2}} = \sqrt{\frac{4\cdot 1{,}0225}{\pi\cdot 6{,}2}} = 0{,}458\,(m)$$

XI. feladat

Egy vízturbina a legjobb hatásfokú pontban 120 *f/min* fordulatszám, 11 *m* hasznosítható esés és 8000 m^3/h víznyelés mellett üzemel. Számítsa ki, hogy hányszor nagyobb vagy kisebb legyen annak a turbinának a járókereke, mely geometriailag hasonló az eredetihez, 700 *kW* hasznos teljesítményt szolgáltat és fordulatszáma 240 *f/min*. Mekkora ennek a turbinának a víznyelése és mekkora hasznosítható esés mellett üzemeltethető a leghatékonyabban? Az eredeti és az annak alapján készített turbina esetében a legjobb hatásfok egyaránt 78%-nak vehető!

Megoldás

Az eredeti turbina hasznos teljesítménye:

$$P_{h1} = \dot{V}_1\cdot H_1\cdot\rho\cdot g\cdot\eta_t = \frac{8000}{3600}\cdot 11\cdot 1000\cdot g\cdot 0{,}78 \approx 187\ (kW)$$

A két turbina jellemző fordulatszáma azonos kell legyen!

$$[n_s]_1 = 1{,}166\cdot 120\cdot 187^{\frac{1}{2}}\cdot 11^{-\frac{5}{4}} \approx 95{,}51$$

$$H_2 = \left(\frac{[n_s]_1}{1{,}166\cdot P^{\frac{1}{2}}}\right)^{-\frac{4}{5}} = \left(\frac{95{,}51}{1{,}166\cdot 240\cdot 700^{\frac{1}{2}}}\right)^{-\frac{4}{5}} = 32{,}47\ (m)$$

A víznyelés

$$\dot{V}_2 = \frac{P_{h2}}{H_2\cdot\rho\cdot g\cdot\eta_t} = \frac{700\cdot 1000}{32{,}47\cdot 1000\cdot g\cdot 0{,}78} \approx 2{,}817\left(\frac{m^3}{s}\right) = 169\left(\frac{m^3}{\min}\right)$$

A méretarány például abból a feltételből számítható ki, hogy a hasznosítható esés a fordulatszám és a külső átmérő szorzatának négyzetével arányos, azaz

$$\left[\frac{g\cdot H}{(n\cdot D_1)^2}\right]_1 = \left[\frac{g\cdot H}{(n\cdot D_1)^2}\right]_2$$

Innen

$$\frac{D_{1,2}}{D_{1,1}} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sqrt{\frac{H_2}{H_1}} = \frac{120}{240} \cdot \sqrt{\frac{32,47}{11}} = 0,859$$

SZÉLTURBINÁK

XII. feladat

Mekkora az elméleti teljesítménye annak a szélkeréknek, melynek rotor átmérője 6,5 m, egy adott üzemállapotban a hatásfoka pedig 72%? A számításoknál a szél sebességét 80 *km/h*-nak a levegő sűrűségét pedig 1,22 *kg/m³*-nek vegye? Milyen legnagyobb teljesítményt képes szolgáltatni ez a szélkerék?

Megoldás

A hatásfok ismeretében kiszámítható a szélkerék síkjában érvényes sebesség, ami

$$c_2 = \sqrt{(1-\eta_{szk})} \cdot c_1 = \sqrt{(1-0{,}72)} \cdot 80 \approx 42 \left(\frac{km}{\mathrm{h}}\right)$$

A szélkerék síkjában az elméleti sebesség

$$c_{szk} = \frac{c_1 + c_2}{2} = \frac{80+42}{2} = 61\left(\frac{km}{h}\right)$$

A szélkerék síkjában ható erő az impulzus tételből határozható meg:

$$F = c_{szk} \cdot A_{szk} \cdot \rho \cdot (c_1 - c_2) = 16{,}9 \cdot \frac{6{,}5^2 \cdot \pi}{4} \cdot 1{,}22 \cdot (22{,}2 - 11{,}7) \approx 7184\,N$$

Ezzel pedig a szélkerék teljesítménye:

$$P_{szk} = F \cdot c_{szk} = 7184 \cdot 16{,}9 \approx 121{,}4\,kW$$

A teljesítmény maximuma a Betz-limit alapján a szélkerék felületén átáramló levegő mozgási energiájának 59,3 %-a

$$P_{szk\max} = 0{,}593 \cdot A_{szk} \cdot \frac{c_1^3}{2} \cdot \rho = 0{,}593 \cdot \frac{6{,}5^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{22{,}2^3}{2} \cdot 1{,}22 = 131{,}3\ (kW)$$

XIII. feladat

Egy tengerjáró hajót két darab, egyenként 3 méter átmérőjű, 65 %-os propeller hatásfokú hajócsavar hajt.
Határozzuk meg a hajótestre ható közegellenállás eredő nagyságát a maximális sebességgel történő egyenletes sebességű haladáskor, ha tudjuk, hogy a hajócsavarnál a víz áramlási sebessége ekkor kb. 20 *m/s*, a propeller hatásfok kb. 74 % és a mechanikai hatásfok közelítőleg 80 %! Mekkora a hajócsavarokat hajtó motor által leadott teljesítmény?

Megoldás

A közegellenállási erő nyilván éppen egyenlő a hajócsavarok tolóerejével.

A haladási sebesség kiszámításánál ügyelni arra kell, hogy ezúttal a propeller hatásfok

$$\eta_p = \frac{F \cdot c_1}{F \cdot c_p} = \frac{c_1}{\frac{c_1 + c_2}{2}} = \frac{2}{1 + \frac{c_2}{c_1}}$$

ahol c_1 a hajócsavar előtt nagy távolságban lévő pontban az áramcsőbe belépő folyadék sebessége, ami a hajó haladási sebessége, hiszen ebben az esetben a jelenség egy olyan koordináta rendszerben stacionárius, mely a hajócsavarral és az ahhoz rögzített áramcsővel együtt mozog. A c_2 sebesség pedig a hajócsavar mögött, nagy távolságban az áramcsőből kilépő folyadék elméleti sebessége.

A hajó haladási sebessége

$$c_1 = c_p \cdot \eta_p = 20 \cdot 0{,}74 = 14{,}8 \left(\frac{m}{s}\right) 53{,}6 \left(\frac{km}{h}\right)$$

$$c_2 = 2 \cdot c_p - c_1 = 2 \cdot 20 - 14{,}8 = 25{,}2 \left(\frac{m}{s}\right)$$

Egy hajócsavar tolóereje:

$$F = c_p \cdot A_p \cdot \rho \cdot (c_1 - c_2) = 20 \cdot \frac{3^2 \cdot \pi}{4} \cdot 1000 \cdot (25{,}2 - 14{,}8) \approx 1469{,}5\ (kN)$$

A közegellenállás pedig ennek éppen kétszerese: kb. 2939 *kN*.

A hajócsavarokat hajtó motor által leadott teljesítmény

$$P_{ö} = \frac{F \cdot c_p}{\eta_m} = \frac{2939 \cdot 20}{0{,}8} = 73{,}5\,(MW)$$

XIV. feladat

Adott egy szélkerék, mely 8,5 *kW* hasznos teljesítményt szolgáltat. A szélkerék átmérője 4,5 *m*. Határozzuk meg a szélkerékre ható erőt, ha a hatásfokot 60 %-osnak lehet feltételezni! Mekkora ennek az erőnek a maximuma?
A levegő sűrűségét vegye 1,1 kg/m^3 értéknek!

Megoldás

A szél sebességét a hasznos teljesítmény összefüggéséből lehet kiszámítani, ha abba behelyettesítjük a hatásfok és a szélkerék síkjában érvényes sebességre vonatkozó összefüggéseket.

$$P_{szkh} = \frac{c_1^3}{4} \cdot \rho \cdot A_{szk} \cdot \left(1 + \frac{c_2}{c_1}\right) \cdot \left[1 - \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2\right]$$

$$\eta_{szk} = 1 - \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2$$

$$P_{szkh} = \frac{c_1^3}{4} \cdot \rho \cdot A_{szk} \cdot \left(1 + \sqrt{1 - \eta_{szk}}\right) \cdot \eta_{szk}$$

$$c_1 = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot P_{szkh}}{\rho \cdot A_{szk} \cdot \left(1 + \sqrt{1 - \eta_{szk}}\right) \cdot \eta_{szk}}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 8500}{1{,}1 \cdot \frac{4{,}5^2 \cdot \pi}{4} \cdot \left(1 + \sqrt{1 - 0{,}6}\right) \cdot 0{,}6}} = 12{,}56 \left(\frac{m}{s}\right)$$

$c_2 = 7{,}94 \left(\frac{m}{s}\right)$ és $c_{szk} = 10{,}25 \left(\frac{m}{s}\right)$

A keresett erő pedig

$$F = c_{szk} \cdot A_{szk} \cdot \rho \cdot (c_1 - c_2) = 10{,}25 \cdot \frac{4{,}5^2 \cdot \pi}{4} \cdot 1{,}1 \cdot (12{,}56 - 7{,}94) \approx 828\,(N)$$

Ez az erő akkor maximális, ha a szélkerék teljesítménye is maximális, azaz $c_2=c_1/3$

$$F=c_{szk}\cdot A_{szk}\cdot\rho\cdot(c_1-c_2)=8{,}37\cdot\frac{4{,}5^2\cdot\pi}{4}\cdot 1{,}1\cdot(12{,}56-4{,}18)\approx\ 1225\ (N)$$

XV. feladat

Egy rögzített helyzetben lévő hajócsavar esetében méréssel meghatározták, hogy a hajócsavar síkjában ébredő erő 1,5 *kN*, amikor a hajócsavarnál mért teljesítmény 12 *kW*. Határozzuk meg a hajócsavarra a propellerhatásfokot, ha tudjuk, hogy a hajócsavar előtt nagy távolságban, annak tengelyében az áramlás sebessége 2,5 *m/s*.

Megoldás

A mért teljesítményből és az erőből:

$$c_p=\frac{P_ö}{F}=\frac{12000}{1500}=8\ \left(\frac{m}{s}\right)$$

Mivel ez a sebesség a számtani közepe a hajócsavar előtt és mögött nagy távolságban érvényes elméleti sebességeknek, a hajócsavar mögött nagy távolságban a sebesség

$$c_2=2\cdot c_p-c_1=2\cdot 8-2{,}5=13{,}5\ \left(\frac{m}{s}\right)$$

A hajócsavar propellerhatásfoka

$$\eta_p=\frac{F\cdot c_1}{F\cdot c_p}=\frac{c_1}{\frac{c_1+c_2}{2}}=\frac{2}{1+\frac{c_2}{c_1}}=\frac{2}{1+\frac{13{,}5}{2{,}5}}=0{,}3125$$

azaz kb. 31,2%.

XVI. feladat

Mekkora teljesítményt szolgáltat 75 *km/h* szélsebesség mellett az a 3,4 *m* átmérőjű szélkerék, melynek hatásfoka 65 %. A levegő sűrűsége közelítőleg 1,15 kg/m^3. Mekkora erő hat a szélkerékre? Mekkora a szélkerék lehetséges legnagyobb teljesítménye?

Megoldás

A szélkerék hatásfokából

$$\eta_p=0{,}65=1-\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2=1-\left(\frac{c_2}{20{,}8}\right)^2$$

A szélkerék mögött nagy távolságban a sebesség elméleti értéke 12,3 *m/s*.

A szélkerék síkjában a sebesség $c_p=\frac{c_1+c_2}{2}=\frac{20{,}8+12{,}3}{2}=16{,}55\ \left(\frac{m}{s}\right)$

A szélkerék által szolgáltatott teljesítmény

$$P_h=(c_1-c_2)\cdot c_p\cdot\rho\cdot A_p\cdot c_p=(20{,}8-12{,}3)\cdot 16{,}55\cdot 1{,}15\cdot 9{,}08\cdot 16{,}55=24311\ (W)$$

azaz kb. 24,3 *kW*.

A maximális teljesítmény akkor adódik, ha a szélkerék mögött nagy távolságban az elméleti sebesség éppen $c_1/3$=6,93 *m/s*.

Ekkor a teljesítmény

$$P_{h\max} = (c_1 - c_2) \cdot c_p \cdot \rho \cdot A_p \cdot c_p = (20{,}8 - 6{,}93) \cdot 13{,}865 \cdot 1{,}15 \cdot 9{,}08 \cdot 16{,}55 = 320{,}2 \ (kW)$$

XVII. feladat

Legalább milyen hosszú szélkerék lapátokra van szükség, ha azt akarjuk, hogy 50 *km/h* sebességű szél esetén a szélturbina által termelt villamos teljesítmény 1 *MW* legyen? Milyen nagyságú erőre kell méretezni a szélturbina oszlopát? Tételezzük fel, hogy a szélturbina mechanikai és villamos hatásfoka együttesen 65 % és a levegő sűrűsége 0,95 kg/m^3.

Megoldás

A szélkerék rotor lapátjainak hossza akkor a legkisebb, ha a lehető legnagyobb mértékben hasznosítja a szél energiáját

$$P_{szk\max} = 0{,}593 \cdot A_{szk} \cdot \frac{c_1^3}{2} \cdot \rho \cdot \eta_m = 0{,}593 \cdot A_{szk} \cdot \frac{13{,}9^3}{2} \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}65 = 10^6 \ (W)$$

Ebből az egyenletből a rotor kör területe 2034 m^2, az átmérő kb. 51 *m*, tehát a rotor lapát hossza legalább 25,5 *m* kell legyen!

A szélturbinát tartó oszlopra ható erő

$$F = c_{szk} \cdot A_{szk} \cdot \rho \cdot (c_1 - c_2) = 9{,}3 \cdot \frac{51^2 \cdot \pi}{4} \cdot 0{,}95 \cdot (13{,}9 - 4{,}56) \approx 168{,}6 \ (kN)$$

XVIII. feladat

Egy szélkerék maximális hasznos teljesítménye 800 *kW*. Ennél a teljesítménynél a szélturbinára ható erő 93,5 *kN*. Határozzuk meg a rotorlapátok hosszát és a szél sebességét, ha a levegő sűrűsége közelítőleg 0,92 kg/m^3! A szélturbina mechanikai hatásfoka 80%-ra becsülhető.

Megoldás

A maximális hasznos teljesítmény esetén a szélturbina síkjában az elméleti sebesség:

$$c_{szk} = \frac{P_{h\max}}{\eta_m \cdot F} = \frac{800 \cdot 10^3}{0{,}8 \cdot 93{,}5 \cdot 10^3} = 10{,}7 \ \left(\frac{m}{s}\right)$$

A szélturbinára ható erő összefüggéséből a szélkerék rotorkörének területe az egyelőre ismeretlen szélsebesség függvényeként kifejezhető, hiszen a maximális teljesítménynél a szél sebessége elméletileg a harmadára csökken

$$F = c_{szk} \cdot A_{szk} \cdot \rho \cdot (c_1 - c_2) \ \Rightarrow \ A_{szk} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F}{c_{szk} \cdot c_1 \cdot \rho} = \frac{3}{2} \cdot \frac{93{,}5 \cdot 10^3}{10{,}7 \cdot c_1 \cdot 0{,}92} = \frac{14247}{c_1}$$

összevetve a Betz-limitről szóló törvénnyel

$$P_{h\max} = 0{,}593 \cdot A_{szk} \cdot \frac{c_1^3}{2} \cdot \rho \cdot \eta_m = 0{,}593 \cdot \frac{14247}{c_1} \cdot \frac{c_1^3}{2} \cdot \rho \cdot \eta_m$$

kifejezhető a szélsebesség

$$c_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot P_{h\max}}{0{,}593 \cdot 14247 \cdot \rho \cdot \eta_m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 800 \cdot 10^3}{0{,}593 \cdot 14247 \cdot 0{,}92 \cdot 0{,}8}} \approx 16 \ \left(\frac{m}{s}\right)$$

A szél sebessége tehát 57,6 *km/h*.

A szélturbina rotor körének területe:

$$A_{szk} = \frac{14247}{c_1} = \frac{14247}{16} = 890{,}4\ \left(m^2\right)$$

Ahonnan a rotor lapátok hossza

$$l = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot A_{szk}}{\pi}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 890{,}4}{\pi}} = 16{,}8\,(m)$$