Széchenyi István Egyetem
Műszaki Tudományi Kar
Mechatronika és Gépszerkezettan Tanszék

Áramló valóságos kontinuumok (példatár)

javított és bővített változat, 2010.

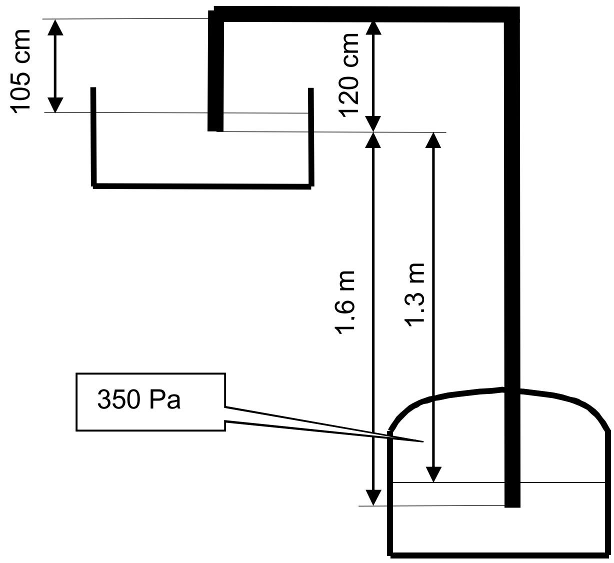
Összeállította: ***Író Béla***
A javításban és a bővítésben közreműködött***: Baracskai Melinda***

☺ Példatár ☺

Ha külön nincs jelezve, akkor a feladatok megoldásánál a gravitációs gyorsulást minden esetben 10 m/s^2 értékűnek lehet venni!

VK/1. feladat

Határozza meg, hogy a felső nyitott tartályból percenként hány liter víz folyik át az alsóba a 25 *mm* átmérőjű, gyakorlatilag egyenesnek tekinthető 6m-es csövön, ha a veszteségeket is figyelembe veszi.
A jelenséget stacionáriusnak tételezheti fel.
Legfeljebb milyen magasan lehet a felső tartályban lévő folyadék vízszintje felett a csővezeték legmagasabban fekvő pontja, ha a folyadék hőmérsékletéhez tartozó telítési gőznyomás 46000 Pa?
Az alsó tartályban a víz felszíne felett a jelzett túlnyomás uralkodik.
(ρ=1000 kg/m^3, g=10 m/s^2, p_o=1 *bar*, ν_o=1,1·10^{-6} m^2/sec)

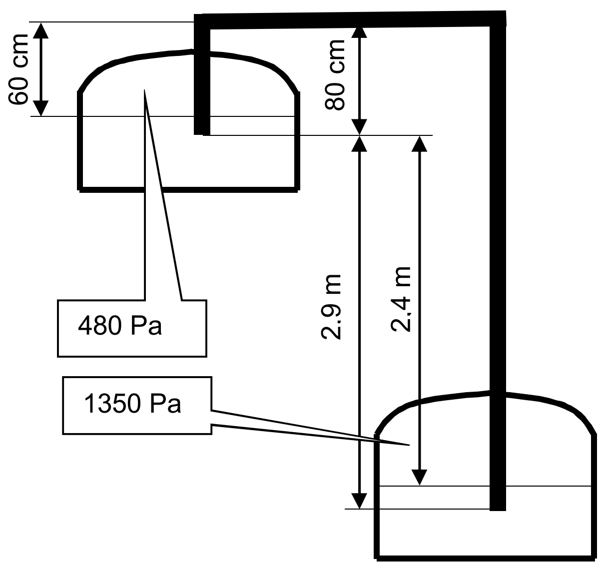


A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/2. feladat

Határozza meg, hogy a felső tartályból percenként hány liter víz folyik át az alsóba a 25 *mm* átmérőjű, gyakorlatilag egyenesnek tekinthető 5,3 m hosszú csövön át.
Vizsgálja meg azt is, hogy a csőben a nyomás mindenütt meghaladja-e a folyadék hőmérsékletéhez tartozó telítési gőznyomást, mely legyen 38000 Pa!
A jelenséget stacionáriusnak tételezheti fel, de a súrlódás hatását vegye figyelembe! Alkalmazza a Dupuit-féle állandót!
Az alsó tartályban a víz felszíne felett a jelzett túlnyomás uralkodik a felső tartályban pedig a jelzett vákuum van a vízszint felett!
(ρ=1000 kg/m^3, g=10 m/s^2 , p_o=1 *bar*)

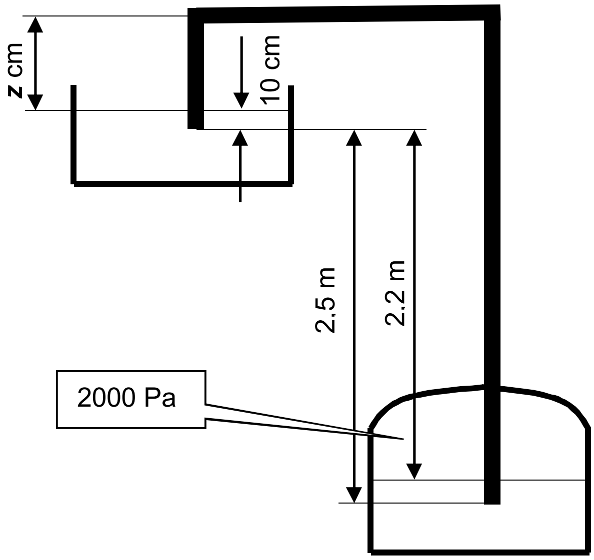


A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/3. feladat

A felső tartályból egy 30 *mm* átmérőjű csövön át vizet akarunk átfolyatni az alsó tartályba az ábra szerinti elrendezés szerint. Legfeljebb mekkora lehet a ’*z*’-vel megjelölt méret, ha a cső teljes hossza 4 *m* és a telítési gőznyomás 85700 *Pa*?
Hány liter víz folyik át ebben a határesetben percenként?
A jelenséget stacionáriusnak tételezheti fel, de a súrlódás hatását vegye figyelembe. Alkalmazza a Dupuit-féle állandót!
Az alsó tartályban a víz felszíne felett a jelzett túlnyomás uralkodik.
(ρ=1000 kg/m^3, g=10 m/s^2 , p_o=1 *bar*)



A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/4. feladat

Egy 1200 *mm* belső átmérőjű, 250 *km* hosszú csővezetéken óránként 3500 *tonna* kőolajat szállítanak. Az olaj dinamikai viszkozitási tényezője 4,94 Ns/m^2, sűrűsége 950 kg/m^3.
Határozzuk meg, hogy

- milyen az áramlás jellege,
- mekkora a szállítás során keletkező összes energiaveszteség,
- mekkora a veszteségek fedezéséhez szükséges teljesítmény.

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/5. feladat

Legfeljebb hány liter víz áramoltatható át óránként egy 50 *mm* belső átmérőjű üvegcsőben, ha az üvegcsőben mindenképpen lamináris áramlást akarunk fenntartani? Mekkora a nyomásveszteség ebben az állapotban a 2,4 m hosszú csövön? Tételezze fel, hogy a lamináris áramlás elméleti felső határát jelző 2320-as Reynolds-számot a biztonság kedvéért legfeljebb 75%-ban lehet megközelíteni! A víz sűrűsége 1000 kg/m^3, kinematikai viszkozitása $1{,}12\cdot 10^{-6}$ m^2/s.

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/6. feladat

Egy 100 mm belső átmérőjű vezetéken percenként 1100 liter folyadék áramlik át. Mekkora a keletkező nyomásveszteség a vezeték egy méteres szakaszán? (a folyadék dinamikai viszkozitása 0,0016 *Pas*, sűrűsége pedig 1,016 kg/dm^3)

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/7. feladat

Egy 80 *mm* belső átmérőjű csőben a folyadék áramlására jellemző Reynolds-szám nem csökkenhet 4000 alá, mert a tapasztalatok szerint az áramlás ekkor már nem tekinthető egészében turbulensnek. Legalább hány liter/perc legyen a térfogatáram az említett feltétel teljesüléséhez és mekkora nyomásveszteséggel kell számolni ekkor a 7,5 méter hosszú vezetéken? (a folyadék kinematikai viszkozitása 0,0098 cm^2/s, sűrűsége pedig 0,972 kg/dm^3)

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/8. feladat

Határozzuk meg annak a diffúzornak a hatásfokát és veszteségi tényezőjét, melyen percenként 150 liter víz áramlik át és belépő keresztmetszetében a sebesség 2.5 m/sec.
Mekkora a diffúzor nyomásvesztesége?
A diffúzor által összekapcsolt két csővezetékre vonatkozó keresztmetszeti arány 1,6.
A diffúzor be- és kilépő keresztmetszete között mért nyomáskülönbség (vízszintes helyzetben) 650 Pa.

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/9. feladat

Egy diffúzor hatásfoka 65%. A diffúzorra jellemző átmérőarány 1,82, az átáramló víz térfogatáram 325 *liter* percenként. Mekkora a diffúzor veszteségtényezője és nyomásvesztesége, ha a két keresztmetszet közül a nagyobbik átmérője 90 *mm*. (a víz sűrűsége 1 kg/dm^3)

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/10. feladat

Egy függőleges helyzetű és 520 *mm* hosszú 1:2-es átmérő arányú diffúzoron felfelé áramlik át a víz. A térfogatáram percenként 0,67 m^3. Mekkora a diffúzor hatásfoka, nyomásvesztesége és veszteségtényezője, ha a diffúzor be- és kilépő keresztmetszetében lévő nyomások különbsége 2300 *Pa*? A diffúzor kilépő átmérője 110 *mm*. (a víz sűrűsége 1 kg/dm^3)

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/11. feladat

Egy csővezeték két pontjában végzett mérések eredményei a következők:

1. pont	2. pont
1,56 bar	1,72 bar
125 mm	150 mm

Az első mérési pont 3,2 m-el magasabban van mint a második.
Melyik irányba áramlik a folyadék a csővezetékben?
A folyadék térfogatárama 2200 dm^3/min.
Határozzuk meg a keletkező nyomásveszteséget és a csővezeték jelleggörbéjének egyenletét!

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/12. feladat

Egy csővezeték két keresztmetszetében a nyomás azonos, mindkét pontban 1,93 *bar*. A második pont 1,5 *m*-rel feljebb van, mint az első és az átmérő itt 1,6-szer nagyobb, mint az 1. pontban. Határozzuk meg az áramlás irányát, a nyomásveszteséget és a csővezetéki állandót, ha tudjuk, hogy a térfogatáram 1680 liter percenként és az 1. pontban az átmérő 80 *mm*. (a víz sűrűsége 1 kg/dm^3)

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/13. feladat

Egy csővezeték állandója 0,0498 (Pa/$(m^3/h)^2$). Mekkora legyen a nyomás a kezdőpontban, ha 360 *liter/perc* térfogatáram esetén a végponti nyomás nem lehet kisebb 2 *bar*-nál. A csővezeték átmérője állandó és a végpont a kezdőpontnál 65 *m*-el magasabban van. Mekkora ebben az esetben a nyomásveszteség? (a víz sűrűsége 1 kg/dm^3)

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/14. feladat

Egy állandó keresztmetszetű csővezeték, melynek állandója 60000 *Pa/(m³/sec)²* két tartályt köt össze. A csővezeték végpontja 14 *m*-el magasabban van, mint annak a nyitott tárolómedencének a vízszintje, ahonnan a vizet elszállítjuk. A végpont egy 2,1 *bar* túlnyomású tartályban van.
Határozzuk meg a csővezetékes szállítás hatásfokát 2500 *m³/h* térfogatáram esetére! (a víz sűrűsége 1 *kg/dm³*)

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/15. feladat

Egy 150 *mm* belső átmérőjű, gyakorlatilag egyenesnek tekinthető csővezetéken percenként 2,96 *m³* vizet szállítanak egy zárt tároló medencéből egy másik nyitott tartályba. A zárt medencében lévő víz felett 0,3 *bar* vákuum van. A csővezeték hossza 75 *m* és legmagasabb pontja a zárt tárolómedencében lévő vízfelszín felett 11,5 *m*-el van. Mekkora folyadékszállítás teljesítmény-szükséglete és mekkora a csővezeték hatásfoka? (a víz sűrűsége 1 *kg/dm³*, kinematikai viszkozitása $1{,}1\cdot10^{-6}$ m²/s)

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/16. feladat

Egy csővezetékes szállítás hatásfoka méretezési állapotban 85% és a szállítás teljesítményszükséglete ekkor 41,85 *kW*. A csővezeték állandó keresztmetszetű, két nyitott tartályt köt össze és a legnagyobb szintkülönbség, a kezdőpontot jelentő tartály vízszintje felett 23,7 *m*. Mennyi a csővezeték állandója és legfeljebb hány százalékkal növelhető a térfogatáram, ha nem akarjuk, hogy a hatásfok 75% alá csökkenjen? (a víz sűrűsége 1 *kg/dm³*)

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/17. feladat

Egy magasabban fekvő tartályból két fogyasztót látunk el vízzel. A tartályból az elágazási pontig a csővezeték átmérője 200 *mm*, az 1 jelű fogyasztó vezetéke 100 *mm*, a 2 jelű fogyasztóé 150 *mm*.
Határozzuk meg, hogy az egyes fogyasztók mennyi vizet képesek vételezni a tartályból egyenkénti üzem ill. együttes üzem esetén!
Vegyük figyelembe, hogy az 1 jelű fogyasztási hely az elágazási pont alatt 8 *m*-el és a 2 jelű fogyasztási helynél 5 *m*-el lejjebb van és az elágazási pont a tartályban lévő (egyébként állandónak tekinthető) vízszint alatt 18 *m*-el található.
A csővezetékek hossza a következő: az ejtőcső 23 *m*, az 1 jelű fogyasztóé 56 *m*, a 2 jelűé 19 *m*.

A csővezetékeket gyakorlatilag egyenesnek lehet tekinteni, nincs bennük veszteséget okozó szerelvény és használható a Dupuit-féle állandó.

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/18. feladat

Egy bukógáton át percenként 1500 *l* víz jut egy derékszögű négyszög keresztmetszetű csatornába, melynek szélessége 300 *mm*. A csatorna lejtése 1,5%.
Határozzuk meg a csatornában kialakuló áramlási sebességet és a vízmélységet!
A hidraulikai ellenállás tényezője 0,45.

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/19. feladat

Határozzuk meg az előző feladat adataiból kiindulva, hogy legfeljebb mekkora lehet a lejtés, ha a vízmélység nem lehet kevesebb 300 mm-nél.

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/20. feladat

Adott egy derékszögű négyszög keresztmetszetű csatorna, melynek szélessége és mélysége egyaránt 3 *m*.
Határozzuk meg a csatorna lejtésének megengedhető maximális és minimális értékét, ha a 2,2 *m*-es vízmélységet mindenképpen biztosítani kell és a hidraulikai ellenállási tényező 0,5-nek tekinthető.
Vegyük figyelembe, hogy a csatorna egy 1,2 *%*-os lejtésű szakaszán a vízmélység 2,6 *m*.
Mekkora lesz a csatornában kialakuló maximális és minimális áramlási sebesség?

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/21. feladat

Adott egy csatorna, melynek keresztmetszeti szelvényének szélességi mérete 15 *m*, mélységi mérete pedig 3,5 *m*. A csatorna mentén a lejtés minimális értéke 0,23 százalék és a hidraulikai ellenállási tényező 0,63. Hány köbméter vizet lehet a csatornába bocsátani?

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/22. feladat

Egy 0,6 *m* széles és 0,9 *%* lejtésű csatornába percenként 4700 *liter* vizet bocsátva a vízmélység 0,275 *m*. Mekkora a csatornára jellemző hidraulikai ellenállási tényező?

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/23. feladat

Határozzuk meg, hogy egy 0,3-es légellenállási tényezőjű 2,9 m^2 homlokfelületű személygépkocsi esetében mekkora az a haladási sebesség, melynél a légellenállás leküzdéséhez szükséges teljesítmény éppen egyenlő a gördülési ellenállás leküzdéséhez szükséges teljesítménnyel.
A gördülési ellenállás tényezője 0,03 , a jármű tömege 900 *kg*, a levegő sűrűsége kb. 1,15 kg/m^3.
Tételezzük fel, hogy a jármű vízszintes úton halad.

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/24. feladat

Egy légcsavaros repülőgép saját tömege 45 *tonna*. Mekkora lehet a rakomány tömege, ha
A szárnyak alapterülete 250 m^2
A szárnyakra vonatkozó ellenállási tényező 0,05 a felhajtóerő tényező 0,6
A repülőgép törzsének keresztmetszete 7 m^2, ellenállási tényezője 0,09
A haladási sebesség 300 *km/h*.
A levegő sűrűségét 1,2 kg/m^3-nek lehet venni.
Határozza meg az egyenletes sebességű repülés teljesítményszükségletét!

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/25. feladat

Egy modellkísérlettel határozzák meg egy személygépkocsi alaki ellenállási tényezőjét. A 3 *m* átmérőjű szélcsatornában 1:3-as méretarányban kicsinyített modellt helyeznek el, melynek homlokfelülete 3435 cm^2. A modellre ható erő mérésekor másodpercenként 400 m^3, 1,12 kg/m^3 sűrűségű levegőt áramoltatnak át a szélcsatornán. A méréssel meghatározott erő 153 *N*. Mekkora az alaki ellenállási tényező és milyen haladási sebesség esetén lesz a valóságban is éppen ennyi.

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/26. feladat

Egy 18 *m* hosszú és kb. 2,8 *m* magas oldalfelülettel rendelkező, 16 *tonna* tömegű rakományt szállító és 4 *tonna* saját tömegű, kb. 3,2 *m*-es nyomtávú félpótkocsit vontat egy nyerges vontató. Az út és a kerekek között a nyugalmi súrlódási tényező 0,25. Jelent-e veszélyt, ha az oldalirányú szélsebesség eléri a 120 *km/h* értéket. A hasábszerű félpótkocsira az alaki ellenállási tényező kb. 0,91-nek, a súlypont magassága az út szintje felett kb. 2,6 *m*, a levegő sűrűsége kb. 1,2 kg/m^3-nek vehető.

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/27. feladat

A szél sebességére egy ún. torló lapra ható erő nagyságából akarunk következtetni. A lap mérete 30x30 *cm*. Pontosan szembe fordítva a széllel a laphoz kapcsolt rugós erőmérő 13,6 *N* erőt jelez. Mekkora a szélsebesség, ha a lap alaki ellenállási tényezője 1,1 és a levegő sűrűsége kb. 1,22 kg/m^3.

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/28. feladat

Egy repülőgép összes szárnyfelülete 48 m^2, a maximális állásszögnél a felhajtóerő-tényező 0,68. Legalább mekkora haladási sebesség szükséges a felemelkedéshez és a változatlan, maximális állásszög mellett az 1600 *m*-es magasság 96 másodperc alatt történő eléréshez, ha az összes tömeg 6500 *kg*, a repülőgép vízszintes síkra eső vetületi felülete 123 m^2 és az erre vonatkozó ellenállási tényező 0,48. A levegő sűrűségét 1,07 kg/m^3 állandó értékkel veheti figyelembe.

A megoldás ….

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/29. feladat

Egy személygépkocsi makettjén végzett szélcsatorna vizsgálatok során az ellenállási tényező mellett kb. állandó értékű felhajtóerő tényezőt is mértek, melynek értéke a jármű 2,73 m^2-es homlokfelületére vonatkoztatva, 0,23. Van-e kisodródási veszély egy 300 *m*-es vagy annál kisebb görbületi sugarú kanyarban 130 *km/h* sebességgel történő haladáskor? A jármű tömege 980 *kg*, a kerekek és az útfelület közötti tapadási súrlódási tényező 0,42. A levegő sűrűsége 1,2 kg/m^3.

A megoldás ….

☺ Példatár vége ☺

☺ Megoldások ☺

VK/1. feladat megoldása

A súrlódás mellőzése esetén a felső tartályban lévő folyadék felszíne és a kilépő csőkeresztmetszet között felírt Bernoulli-egyenletből

$$g \cdot (1{,}6 + (1{,}2 - 1{,}05)) + \frac{p_o}{\rho} = \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_o + 350 + g \cdot \rho \cdot (1{,}6 - 1{,}3)}{\rho}$$

az áramlási sebesség 5,32 *m/sec*. Az átfolyó vízmennyiség 156,7 *liter/min*.

A veszteségek figyelembe vétele úgy történik, hogy az előbb felírt Bernoulli-egyenlet jobb oldalához az egyenesnek tekinthető csővezetékben keletkező veszteség kiszámítására szolgáló tagot (Hagen-Poiseuille egyenlet) hozzáírjuk.

$$\frac{c_1^2}{2} + g \cdot z_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{c_2^2}{2} + g \cdot z_2 + \frac{p_2}{\rho} + \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{c_2^2}{2}$$

A keletkező energiaveszteség természetesen a c_2 sebességgel számítandó, hiszen ez a kontinuitás törvénye miatt a csőben végig állandó kell legyen, c_1 pedig zérus. Tehát

$$g \cdot (1{,}6 + (1{,}2 - 1{,}05)) + \frac{p_o}{\rho} = \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_o + 350 + g \cdot \rho \cdot (1{,}6 - 1{,}3)}{\rho} + 0{,}025 \cdot \frac{6}{0{,}025} \cdot \frac{c_2^2}{2}$$

Mivel előre nem tudhatjuk, hogy az áramlás lamináris vagy turbulens lesz-e, a megoldáshoz tételezzük fel, hogy a csősúrlódási tényező 0,025 (Dupuit-féle állandó). Ezt a feltételezést utólag ellenőriznünk kell.
Az egyenletet átrendezése után:

$$c = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{g \cdot (1{,}6 + (1{,}2 - 1{,}05)) - \dfrac{350 + g \cdot \rho \cdot (1{,}6 - 1{,}3)}{\rho}}{1 + 0{,}025 \cdot \dfrac{6}{0{,}025}} \right)} = 2{,}01 \left(\frac{m}{s} \right)$$

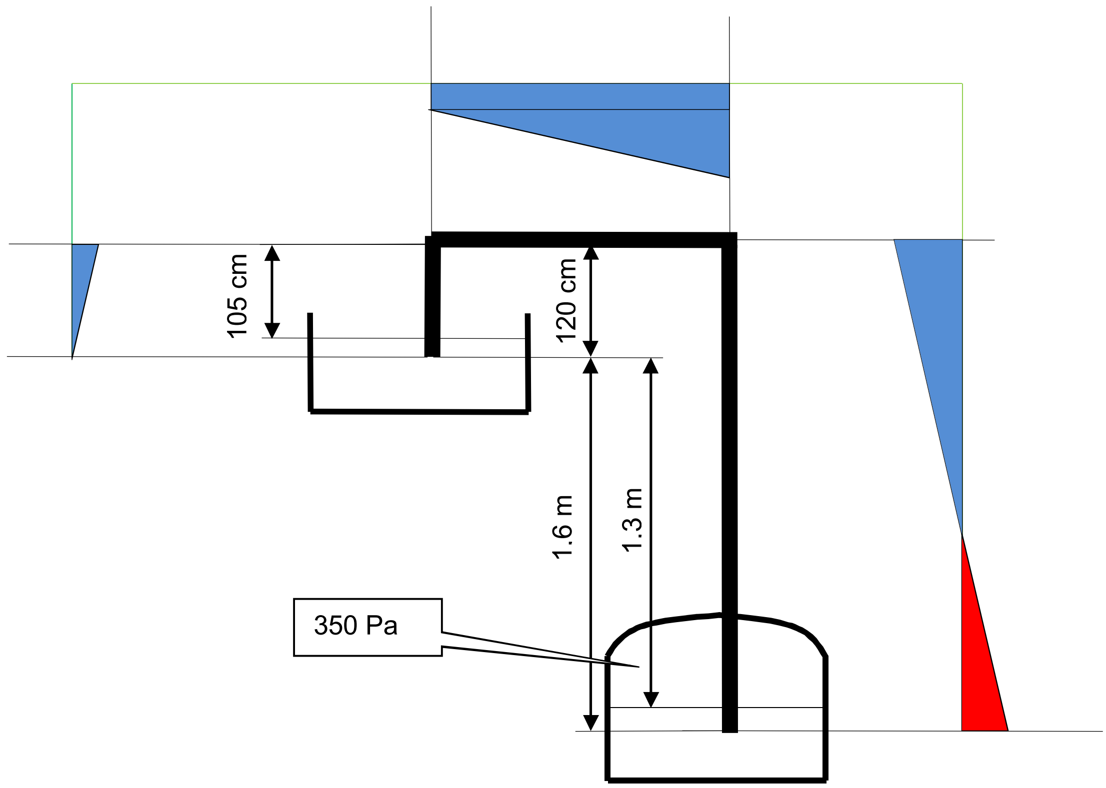
Az átfolyó mennyiség pedig 59,2 *liter/min*. Ez a mennyiségek az előző kb. 2,6 része.

Le kell ellenőrizni, hogy a csősúrlódási tényezőre vonatkozó feltételezés mennyire helytálló.
A víz viszkozitását $1{,}1 \cdot 10^{-6}$ m^2/sec-nak véve a Reynolds-szám

$\mathrm{Re} = \dfrac{c \cdot d}{\upsilon} = \dfrac{2{,}01 \cdot 0{,}025}{1{,}1 \cdot 10^{-6}} \approx 45682$, a csősúrlódási tényező pedig a Blasius összefüggéssel

$\lambda = \dfrac{0{,}3164}{\mathrm{Re}^{0{,}25}} = \dfrac{0{,}3164}{45682^{\,0{,}25}} \approx 0{,}022$, tehát az eltérés kb. 12%. Helyes tehát egy ismételt számítást végezni a most kapott csősúrlódási tényezővel. Így sebesség 2,12 *m/s*, a térfogatáram 62,4 *liter/min*, a Re-szám 48182 és a csősúrlódási tényező új ellenőrző értéke 0,021, ami csaknem pontosan egyezik az előző értékkel, tehát a most kiszámított sebesség és térfogatáram a helyesnek tekinthető végeredmény.

A csővezeték mentén a nyomás nem állandó. Elindulva a felső tartályban lévő csővégtől a nyomás változását az alábbi ábra mutatja sematikusan.



Felfelé haladva a 120 cm hosszú szakaszon a nyomás egyre csökken a csővégnél lévő értékről. A vízszintes szakaszon tovább csökken a súrlódási veszteség miatt. A legkisebb nyomás a vízszintes szakasz végén lesz. Innen lefelé haladva a nyomás nőni fog. A súrlódási veszteség mindössze mérsékli a nyomás növekedését. A legkisebb nyomás tehát a vízszintes szakasz végén lesz.

Ha elkezdjük növelni a 120 cm hosszú szakaszt, az csak a vízszintes szakasz hosszának (az adatokból ez éppen 2 *m*) rovására lehetséges. Ilyen módon a legkisebb nyomású pontig tartó csőhossz sem lesz állandó. Ezt a hosszt a következő képen lehet kifejezni:

$$l' = 1{,}2 + z + (2 - 2 \cdot z) = 3{,}2 - z$$

Az összefüggésben 'z' a vízszintes ág magasabbra kerülésének mértéke.

A felső tartályban lévő folyadék felszíne és a legkisebb nyomású pont között felírva a veszteséges Bernoulli-egyenlet, a legkisebb nyomású pont nyomásához a hőmérséklethez tartozó telítési gőznyomást kell helyettesíteni

$$\frac{p_o}{\rho} = \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_g}{\rho} + g \cdot (1{,}05 + z) + 0{,}025 \cdot \frac{(3{,}2 - z)}{0{,}025} \cdot \frac{c_2^2}{2}$$

Az összefüggésben 'z' jelöli a keresett magasságot, ami végül kb. 4,39 *m*. Ez nyilván lehetetlen, hiszen a vízszintes szakasz hossza, melynek rovására lehet növelni a magasságot 2 *m*. Ebből következik, hogy a vízszintes szakasz magasságát legfeljebb 1 *m*-el lehet emelni, mert ekkor a vízszintes szakasz hossza zérus lesz.

Ekkor a nyomás a legmagasabba fekvő csővezetéki pontban:

$$\frac{p_o}{\rho}=\frac{c_2^2}{2}+\frac{p_{\min}}{\rho}+g\cdot(1{,}05+1)+0{,}025\cdot\frac{(3{,}2-1)}{0{,}025}\cdot\frac{c_2^2}{2}$$

ahonnan p_{min}=72300 *Pa*, ami számottevően nagyobb a telítési gőznyomásnál.

Megjegyzés:
Felmerülhet a kérdés, hogy a vízszintes ág magasabbra kerülése nem okozza-e a sebesség csökkenését? A válasz az, hogy nem! Ugyanis az átfolyási sebesség alapvetően a két folyadékfelszín közötti távolságtól és a két tartályban a folyadékfelszínek feletti nyomástól függ. Az ideális és a súrlódásos eset között csak az a különbség, hogy a súrlódásos esetben az átfolyási sebesség kisebb, de ez viszont csak a cső hosszától függ, amit viszont állandónak vettünk.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/2. feladat megoldása

A veszteséges Bernoulli-egyenletben a nyomásveszteség a Hagen-Poiseuille egyenlettel helyettesíthető

$$\frac{c_1^2}{2}+g\cdot z_1+\frac{p_1}{\rho}=\frac{c_2^2}{2}+g\cdot z_2+\frac{p_2}{\rho}+\lambda\cdot\frac{l}{d}\cdot\frac{c_2^2}{2}$$

Ha feltételezzük, hogy a Bernoulli-egyenlet alkalmazása során, a szokásos módon az áramvonal kezdőpontját a felső tartályban lévő folyadékszintre a végpontját pedig a szivornyacső kilépő keresztmetszetéhez tesszük, akkor

$$g\cdot 3{,}1+\frac{p_o-480}{\rho}=\frac{p_o+1350+0{,}5\cdot\rho\cdot g}{\rho}+\frac{c_2^2}{2}\cdot\left(1+0{,}025\cdot\frac{5{,}3}{0{,}025}\right)$$

$$31-\frac{480+1350+5000}{1000}=\frac{c_2^2}{2}\cdot 6{,}3$$

Ahonnan a sebesség 2,77 *m/s*, ami a veszteség figyelmen kívül hagyásával kiszámítható 6,95 *m/s* értéknél számottevően kisebb.

A csőben a nyomás nem állandó, hanem a veszteséges Bernoulli-egyenlet szerint változik. Tekintettel arra, hogy a csőben a sebesség állandó így a szintkülönbség változásból adódó hidrosztatikai nyomás és a nyomásveszteség határozza meg a nyomás konkrét értékét az egyes keresztmetszetekben. Ebből következik, hogy a cső mentén felfelé haladva a nyomás csökken mind a hidrosztatikai nyomás csökkenése mind pedig a nyomásveszteség miatt. A vízszintes szakaszon a hidrosztatikai nyomás állandó, ellenben a nyomásveszteség miatt tovább csökken a nyomás. A cső lefelé vezető szakaszán a veszteség miatt csökken a nyomás, de a hidrosztatikai nyomás növekszik, mi általában jóval meghaladja a nyomásveszteség miatti csökkentő hatást.

Mindebből következik, hogy a legkisebb nyomás az áramlás irányában haladva az ábrán jelölt vízszintes szakasz végén lesz. Ezt a nyomást kell kiszámítanunk. Ha nagyobb, mint a megadott telítési gőznyomás akkor a szivornya valóságos folyadékkal is üzemképes az ábra szerinti elrendezés mellett.

A veszteséges Bernoulli-egyenletet felírva a megadott méretek alapján 1 *m* hosszú vízszintes szakasz végére, és ezúttal a szintkülönbségi taghoz a felső tartályban lévő folyadékszintnél választva a zérus értéket

$$\frac{p_o-480}{\rho}=\frac{p}{\rho}+g\cdot 0{,}6+\frac{2{,}77^2}{2}\cdot\left(1+0{,}025\cdot\frac{5{,}3-(3{,}7+0{,}8)}{0{,}025}\right)$$

A keresett nyomás 86615 *Pa*, ami jelentősen nagyobb a telítési gőznyomásként megadott 38000 *Pa*-nál.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/3. feladat megoldása
Az átfolyási sebesség nem függ az ismeretlenként megadott 'z' mérettől.

	1. pont	2. pont
sebesség	0	c
szintmagasság	2,5+0,1	0
nyomás	10^5	$10^5+\rho \cdot g \cdot \Delta h$

Δh=0,3 (m)

$$2{,}6 \cdot 10 + \frac{p_0}{\rho} = \frac{c^2}{2} + \frac{10^5 + 2000 + \rho \cdot g \cdot \Delta h}{\rho} + \frac{\Delta p'}{\rho}$$

$$126 = \frac{c^2}{2} + 100 + 2 + 3 + 0{,}025 \cdot \frac{c^2}{2} \cdot \frac{4}{0{,}03}$$

$$c = 3{,}1 \left(\frac{m}{s}\right),$$

a térfogatáram pedig 131,4 *liter* percenként.

A teljes csőhosszal és az ismeretlen 'z' értékkel felírt hosszúságú vízszintes szakasz végére felírva a veszteséges Bernoulli-egyenletet és ott a megadott 85700 *Pa* nyomást helyettesítve

	1. pont	3. pont
sebesség	0	c
szintmagasság	0	z
nyomás	10^5	85700

$$\frac{p_0}{\rho} = \frac{c^2}{2} + \frac{85700}{\rho} + 10 \cdot z + 0{,}025 \cdot \frac{x+z}{0{,}03}$$

$$100 = \frac{c^2}{2} + 85{,}7 + 10z + 0{,}83x + 0{,}83z$$

$$14{,}3 = \frac{c^2}{2} + 0{,}83x + 10{,}83z$$

$$9{,}495 = 0{,}83x + 10{,}83z$$

$$4 = 2{,}5 + 0{,}1 + z + x$$

$$1{,}4 = z + x$$

$$z = 1{,}4 - x$$

$$9{,}495 = 0{,}83x + 10{,}83 \cdot (1{,}4 - x)$$

$$x = 0{,}5667(m)$$

$$z = 1{,}4 - 0{,}5667$$

$$z = 0{,}833 \quad (m)$$

a 'z' értéke 83,3 cm.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/4. feladat megoldása

A kőolaj áramlási sebessége:

$$c=\frac{\dot{m}}{\rho\cdot A}=\frac{3500\cdot\dfrac{1000}{3600}}{950\cdot\dfrac{1{,}2^2\cdot\pi}{4}}\approx 0{,}9\left(\frac{m}{s}\right)$$

A Reynolds-szám: $\mathrm{Re}=\dfrac{c\cdot d}{\nu}=\dfrac{0{,}9\cdot 1{,}2}{\dfrac{4{,}94}{950}}=207{,}7$. Az áramlás tehát minden bizonnyal lamináris, mivel Re-szám jelentősen kisebb, mint 2300.

A csősúrlódási tényező:

$$\lambda=\frac{64}{\mathrm{Re}}=\frac{64}{207{,}7}=0{,}308$$

A keletkező energiaveszteség az áramló kőolaj egységnyi tömegére:

$$\Delta p'=\lambda\cdot\frac{l}{d}\cdot\frac{c^2}{2}\cdot\rho=0{,}308\cdot\frac{250\cdot 10^3}{1{,}2}\cdot\frac{0{,}9^2}{2}\cdot 950=2{,}47\cdot 10^7\left(\frac{J}{m^3}\right).$$

A keletkező veszteségek fedezésre szükséges teljesítmény nem más, mint az időegységre eső veszteség, ami $P_v=E_v\cdot\dot{m}=\Delta p'\cdot\dot{V}=2{,}47\cdot 10^7\cdot\dfrac{3500\cdot 1000}{3600\cdot 950}\approx 25{,}3\,(MW)$

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/5. feladat megoldása

$$\mathrm{Re}=\frac{c\cdot d}{\nu}=\frac{c\cdot 0{,}05}{1{,}12\cdot 10^{-6}}=1740$$

$$c=0{,}0389\left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\dot{V}=A\cdot c=7{,}637\left(\frac{m^3}{s}\right)=274{,}9\left(\frac{l}{h}\right)$$

$$\lambda=\frac{64}{\mathrm{Re}}=\frac{64}{1740}=0{,}0368$$

$$\Delta p=\lambda\cdot\frac{l}{d}\cdot\frac{c^2}{2}\cdot\rho=0{,}0368\cdot\frac{2{,}4}{0{,}05}\cdot\frac{0{,}0389^2}{2}\cdot 10^3=1{,}336\,(P_a)$$

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/6. feladat megoldása

$$\dot{V} = A \cdot c = 1100\left(\frac{l}{perc}\right) = 1{,}1\left(\frac{m^3}{perc}\right) = 0{,}0183\left(\frac{m^3}{s}\right)$$

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$c = \frac{0{,}0183}{7{,}854 \cdot 10^{-3}} = 2{,}33\left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\upsilon = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0{,}016}{1016} = 1{,}575 \cdot 10^{-5}$$

R_e=14793,65 tehát turbulens az áramlás. A Blasius összefüggést alkalmazva

$$\lambda = \frac{0{,}3164}{14793{,}65^{0{,}25}} = 0{,}02869$$

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2} \cdot \rho = 0{,}02869 \cdot \frac{1}{0{,}1} \cdot \frac{2{,}33^2}{2} \cdot 1016 = 791{,}2136\,(P_a)$$

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/7. feladat megoldása

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = 5{,}02 \cdot 10^{-3}\left(m^2\right)$$

$$\mathrm{Re} = \frac{c \cdot d}{\nu} = 4000$$

$$c = 0{,}049\left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\dot{V} = A \cdot c = 2{,}459 \cdot 10^{-4}\left(\frac{m^3}{s}\right) = 0{,}2459\left(\frac{l}{s}\right) = 14{,}75\left(\frac{l}{perc}\right)$$

$$\lambda = \frac{0{,}3164}{R_e^{\,0{,}25}} = 0{,}0398$$

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2} \cdot \rho = 0{,}0398 \cdot \frac{7{,}5}{0{,}08} \cdot \frac{0{,}049^2}{2} \cdot 972 = 4{,}35\,(P_a)$$

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/8. feladat megoldása

A diffúzor hatásfoka a valóságos és az elméleti nyomáskülönbség hányadosa $\eta_d = \dfrac{\Delta p_v}{\Delta p_e}$

Az elméleti nyomáskülönbség a diffúzorra felírt veszteségmentes Bernoulli-egyenletből határozható meg: $\Delta p_e = \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2} \cdot \rho = \dfrac{2{,}5^2 - \left[2{,}5 \cdot \left(\dfrac{1}{1{,}6}\right)\right]^2}{2} \cdot 1000 \approx 1904\,(Pa)$.

Ezzel a diffúzor hatásfoka $\eta_d = \dfrac{\Delta p_v}{\Delta p_e} = \dfrac{650}{1904} \approx 0{,}34$, azaz kb. 34 %.

A diffúzor nyomásvesztesége az elméleti és a valóságos nyomáskülönbségek különbsége:
$\Delta p_d' = \Delta p_e - \Delta p_v = 1904 - 650 = 1254\,(Pa)$.

Ezzel már könnyen meghatározható a diffúzor veszteség tényezője a $\Delta p_d' = \zeta_d \cdot \dfrac{c_1^2}{2} \cdot \rho$ összefüggésből. Ennek értéke $\zeta_d = \dfrac{\Delta p_d'}{\dfrac{c_1^2}{2} \cdot \rho} = \dfrac{1254}{\dfrac{2{,}5^2}{2} \cdot 1000} = 0{,}401$

Megjegyzés: általában a belépő, tehát a nagyobbik sebességet tekintik vonatkoztatási alapnak.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/9. feladat megoldása

$A_2 = 6{,}361.\ 10^{-3} \quad (m^2)$

$d_1 = 0{,}0494569 \quad (m)$

$\dot{V} = 325 \left(\dfrac{l}{perc}\right) = 5{,}41 \cdot 10^{-3} \left(\dfrac{m^3}{s}\right) = c_2 \cdot A_2$

$c_2 = 0{,}8506 \left(\dfrac{m}{s}\right)$

$c_1 \cdot A_1 = c_2 \cdot A_2$

$c_1 = 2{,}868 \left(\dfrac{m}{s}\right)$

$\Delta p_e = \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2} \cdot \rho = \dfrac{8{,}2254 - 0{,}7235}{2} \cdot 1000 \approx 3750{,}95 (Pa)$

$\eta_d = \dfrac{\Delta p_v}{\Delta p_e} = 0{,}65$

$\Delta p_v = 2438{,}1 \quad (Pa)$

$\Delta p_d' = \Delta p_e - \Delta p_v = 1312{,}8 (Pa)$

$\zeta_d = \dfrac{\Delta p_d'}{\dfrac{c_1^2}{2} \cdot \rho} = \dfrac{1312{,}8}{4112{,}7} = 0{,}319$

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/10. feladat megoldása

Az ideális Bernoulli-egyenletből kiszámítható nyomáskülönbség és a mért nyomáskülönbség egyaránt éppen a szintkülönbségből származó hidrosztatikai nyomással kisebb a tényleges értéknél.

$$\dot{V} = 0{,}67 \cdot \frac{m^3}{perc} = 0{,}0111 \frac{m^3}{s}$$

l=520 (*mm*)

$$A_2 = \frac{11^2 \cdot \pi}{4} = 9{,}503 \cdot 10^{-3} \left(m^2\right)$$

$$A_1 = \frac{0{,}055^2 \cdot \pi}{4} = 2{,}376 \cdot 10^{-3} \left(m^2\right)$$

$$c_1 \cdot A_1 = c_2 \cdot A_2$$

$$\dot{V} = c_2 \cdot A_2$$

$$c_1 = 4{,}67 \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$c_2 = 1{,}168 \left(\frac{m}{s}\right)$$

Az elméleti nyomáskülönbség a diffúzoron:

$$\Delta p_e = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} \cdot \rho = \frac{21{,}8182 - 1{,}3642}{2} \cdot 1000 \approx 10227 \quad (Pa)$$

Figyelembe véve a diffúzor függőleges helyzetét az elméleti nyomáskülönbség értéke

$$\frac{4{,}671^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{c^2}{2} + \frac{1{,}168^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + 0{,}52 \cdot 10$$

$$p_2 - p_1 = 5027 \quad (Pa)$$

azaz éppen az 520 *mm*-nek megfelelő 5200 *Pa*-al különbözik az elméleti értéktől. Ennyit kell hozzáadnunk tehát a mért, valóságos 2300 *Pa*-hoz.

$$\eta_d = \frac{\Delta p_v}{\Delta p_e} = \frac{2300 + 5200}{10227} = 73\%$$

$$\Delta p'_d = \Delta p_e - \Delta p_v = 10227 - 7500 = 2727 (Pa)$$

$$\zeta_d = \frac{\Delta p'_d}{\frac{c_1^2}{2} \cdot \rho} = \frac{2727}{10909} = 0{,}25$$

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/11. feladat megoldása

A folyadék áramlási irányába az összes energiatartalom csökken. Tehát az áramlás irányát az határozza meg, hogy hol kisebb az ún. Bernoulli-összeg, ami a folyadék összes energiatartalmát fejezi ki.
Először ki kell számítanunk a térfogatáramból és az ismert átmérőkből az áramlási sebességet a két keresztmetszetben:

$$c_1 = \frac{\dot{V}}{\frac{d_1^2 \cdot \pi}{2}} = \frac{2200 \cdot \frac{1}{1000 \cdot 60}}{\frac{0{,}125 \cdot \pi}{2}} = 2{,}72 \left(\frac{m}{s}\right) \text{ ill. } c_2 = c_1 \cdot \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 2{,}72 \cdot \left(\frac{125}{150}\right)^2 = 1{,}89 \left(\frac{m}{s}\right)$$

Az 1. pontban az összes energiatartalom:

$$E_1 = \frac{c_1^2}{2} + g \cdot z_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{2{,}72^2}{2} + g \cdot 3{,}2 + \frac{1{,}56 \cdot 10^5}{\rho} \approx 192 \left(\frac{J}{kg} \right)$$

a 2. pontban pedig

$E_2 = \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} = \frac{1{,}89^2}{2} + \frac{1{,}72 \cdot 10^5}{\rho} \approx 174 \left(\frac{J}{kg} \right)$. Tehát a folyadék az 1. pontból a 2. pont felé áramlik.

A keletkező nyomásveszteség természetesen az energiakülönbségből számítható ki:
$\Delta p' = (E_1 - E_2) \cdot \rho = (192 - 174) \cdot 1000 \approx 18000 \ (Pa)$.

A csővezeték jelleggörbéje egy olyan origóból kiinduló másodfokú parabola, mely a térfogatáram függvényében adja meg a nyomásveszteség változását: $\Delta p' = B \cdot \dot{V}^2$

Az állandó tehát: $B = \frac{\Delta p'}{\dot{V}^2} = \frac{18000}{2200^2} = 3{,}719 \cdot 10^{-3} \left(\frac{Pa}{\left(\frac{dm^3}{\min} \right)^2} \right)$.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/12. feladat megoldása

	1. pont	3. pont
szintmagasság	0,08 m	0,128 m
nyomás	1,93 bar	1,93 bar

$$\dot{V} = 1680 \left(\frac{l}{perc} \right) = 28 \left(\frac{l}{s} \right) = 0{,}028 \left(\frac{m^3}{s} \right)$$

$d_2 = 1{,}6 \cdot d_1$

$$c_1 = \frac{\dot{V}}{\frac{d^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{0{,}028}{\frac{0{,}08^2 \cdot \pi}{4}} = 5{,}58 \left(\frac{m}{s} \right)$$

$$c_2 = c_1 \cdot \left(\frac{d_1^2}{d_2^2} \right) = 5{,}58 \cdot \frac{0{,}08^2}{0{,}128^2} = 2{,}18 \left(\frac{m}{s} \right)$$

$$E_1 = \frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{5{,}58^2}{2} + \frac{1{,}93 \cdot 10^5}{10^3} = 208{,}6 \left(\frac{J}{kg} \right)$$

$$E_2 = \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g \cdot z_2 = \frac{2{,}18^2}{2} + \frac{1{,}93 \cdot 10^5}{10^3} + 1{,}5 \cdot 10 = 210{,}37 \left(\frac{J}{kg} \right)$$

$$\textit{áramlás}: 2 \rightarrow 1$$

$$\Delta p = \rho \cdot (210{,}37 - 208{,}6) \cdot 10^3 = 1{,}77 \cdot 10^3 \quad (Pa)$$

$$B = \frac{\Delta p}{\dot{V}} = \frac{1770}{28^2} = 2{,}258 \left(\frac{Pa}{\left(\frac{l}{s} \right)^2} \right)$$

Az áramlás a 2. számú pont felől az 1. felé irányul. A nyomásveszteség 1770 *Pa*, a csővezetéki állandó pedig 2,258 (*Pa/(l/s)*^{2}).

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/13. feladat megoldása

$$\dot{V} = 360 \left(\frac{l}{perc}\right) = 6 \left(\frac{l}{s}\right) = 0{,}006 \left(\frac{m^3}{s}\right) = 21{,}6 \left(\frac{m^3}{h}\right)$$

$$B = \frac{\Delta p'}{\dot{V}}$$

$$\Delta p' = 0{,}0498 \cdot 21{,}6^2 = 23{,}2346 \quad (Pa)$$

$$\Delta p' = (E_1 - E_2) \cdot 1000 = 23{,}2346 \quad (Pa)$$

$$E_1 - E_2 = 0{,}02323 \left(\frac{J}{kg}\right)$$

$$E_1 = \frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + \overbrace{g \cdot z}^{0}$$

$$E_2 = \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g \cdot z_2 = \frac{c_2^{\ 2}}{2} + \frac{2 \cdot 10^5}{10^3} + 65 \cdot 10$$

$$E_1 - E_2 = \frac{\cancel{c}_1^2}{2} - \frac{\cancel{c}_2^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} - 200 - 650$$

$$c_1 = c_2$$

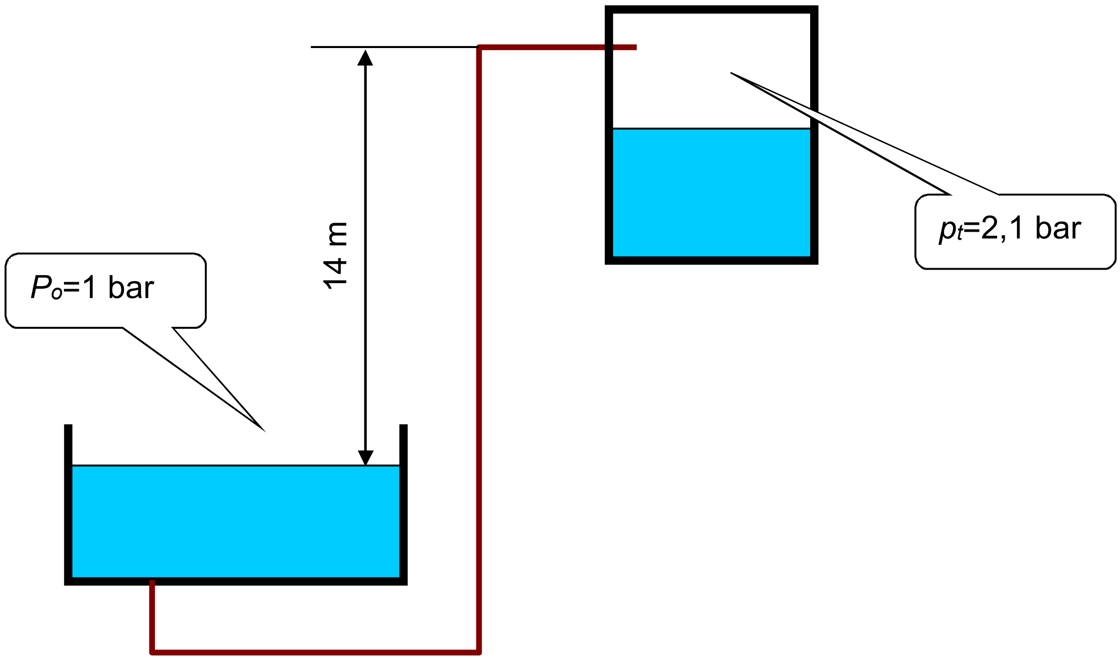
$p_1 \approx 8{,}5$ (bar)

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/14. feladat megoldása

Célszerű egy vázlatot készíteni:



A csővezetékes szállítás hatásfoka alatt, mint általában a hatásfokoknál a hasznosnak tekinthető munka/teljesítmény és ennek elérése érdekében felhasznált összes munka/teljesítmény hányadosa.

A csővezetéknél a hasznos munka/teljesítmény a szállításra ideális körülmények között felhasznált munka/teljesítmény. Az össze munka/teljesítmény, pedig az áramlási veszteségekkel több az előbbinél.

Esetünkben az ideális Bernoulli-egyenlet alapján az ún. statikus szállítómagasság adja meg a súlyegység szállításához szükséges munka mennyiségét ideális körülmények között:

$$H_{stat} = \Delta z + \frac{\Delta p}{\rho \cdot g} = 14 + \frac{2{,}1 \cdot 10^5}{10^3 \cdot g} = 35 \ \left(\frac{J}{N} = m \right)$$

Megjegyzés: itt a csővezetékből távozó folyadék mozgási energiája nem szerepel, azt a veszteség között figyelembe vettként tekinthetjük.

A hasznos teljesítmény tehát: $P_h = H_{stat} \cdot \dot{V} \cdot \rho \cdot g = 35 \cdot \left(\frac{2500}{3600} \right) \cdot 1000 \cdot 10 \approx 243 \left(kW \right)$

Az összes munka meghatározásához ismernünk kell az ún. veszteségmagasságot, ami lényegileg a nyomásveszteség által megjelenített energiaveszteség, de az áramló kontínuum súlyegységére.
A nyomásveszteség a csővezetéki állandóval

$$\Delta p' = B \cdot \dot{V}^2 = 60000 \cdot \left(\frac{2500}{3600} \right)^2 = 28935 \ \left(\frac{J}{m^3} = Pa \right)$$

Ebből a veszteségmagasság

$$h' = \frac{\Delta p'}{\rho \cdot g} = \frac{28935}{1000 \cdot g} = 2{,}89 \ \left(\frac{J}{N} = m \right)$$

Az összes munka a szállított kontínuum súlyegységére, azaz a szállítómagasság igény

$$H = H_{stat} + h' = 35 + 2{,}89 = 37{,}89 \ \left(m \right)$$

Az összes szükséges teljesítmény: $P_ö = H \cdot \dot{V} \cdot \rho \cdot g = 37{,}89 \cdot \left(\frac{2500}{3600} \right) \cdot 1000 \cdot 10 \approx 263 \left(kW \right)$

A keresett hatásfok tehát

$$\eta \approx \frac{P_h}{P_ö} = \frac{H_{stat}}{H} = \frac{35}{37{,}89} \approx 0{,}92$$ azaz kb. 92%.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/15. feladat megoldása

$$H_{stat} = H + \frac{\Delta p}{\rho \cdot g} = 11{,}5 + \frac{p_0 - (p_0 - p_v)}{10^3 \cdot g} = 14{,}5 \quad \left(\frac{J}{N} = m\right)$$

$$c_1 = \frac{\dot{V}}{\frac{d^2 \cdot \pi}{4}} = 2{,}79 \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\mathrm{Re} = \frac{c \cdot d}{\nu} = \frac{2{,}79 \cdot 0{,}15}{1{,}1 \cdot 10^{-6}} = 380454$$

$$\lambda = \frac{0{,}3164}{R_e^{0{,}25}} = 0{,}013$$

$$h' = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} = 0{,}013 \cdot \frac{75}{0{,}15} \cdot \frac{2{,}79^2}{20} = 2{,}53 \ (m)$$

$$H = H_{stat} + h' = 14{,}5 + 2{,}53 = 17{,}03 \quad (m)$$

$$P_ö = H \cdot \dot{V} \cdot \rho \cdot g = 17{,}03 \cdot \left(\frac{2{,}69}{60}\right) \cdot 1000 \cdot 10 \approx 7635 \quad (W)$$

$$\eta \approx \frac{P_h}{P_ö} = \frac{H_{stat}}{H} = \frac{14{,}5}{17{,}03} \approx 85 \quad \%$$

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/16. feladat megoldása

$$\eta \approx \frac{P_h}{P_ö} = \frac{H_{stat}}{H} = 85 \quad \%$$

$$P_ö = H \cdot \dot{V} \cdot \rho \cdot g = 41850 \ (W)$$

$$P_h = P_ö \cdot \eta = 41850 \cdot 085 = 35573 \ (W)$$

$$\dot{V} = \frac{P_h}{\rho \cdot g \cdot H} = \frac{P_h}{\rho \cdot g \cdot \frac{H_{st}}{\eta}} = \frac{35573}{10^3 \cdot 10 \cdot \frac{23{,}7}{0{,}85}} = 0{,}15 \left(\frac{m^3}{s}\right)$$

A csővezeték állandója a veszteségmagasságra vonatkoztatva:

$$B = \frac{h'}{\dot{V}^2} = \frac{H - H_{st}}{\dot{V}^2} = \frac{\frac{23{,}7}{0{,}85} - 23{,}7}{0{,}15^2} = 183{,}6 \quad \left(\frac{m}{\left(\frac{m^3}{s} \right)^2} \right)$$

75%-os hatások esetén

$$H_x = \frac{H_{st}}{\eta'} = \frac{23{,}7}{0{,}75} = 31{,}6 \ (m)$$

$$h'_x = H_x - H_{st} = 31{,}6 - 23{,}7 = 7{,}9 \ (m)$$

$$\dot{V}_x = \sqrt{\frac{h'_x}{B}} = \sqrt{\frac{7{,}9}{183{,}6}} = 0{,}207 \ \left(\frac{m^3}{s} \right)$$

A térfogatáramot tehát legfeljebb

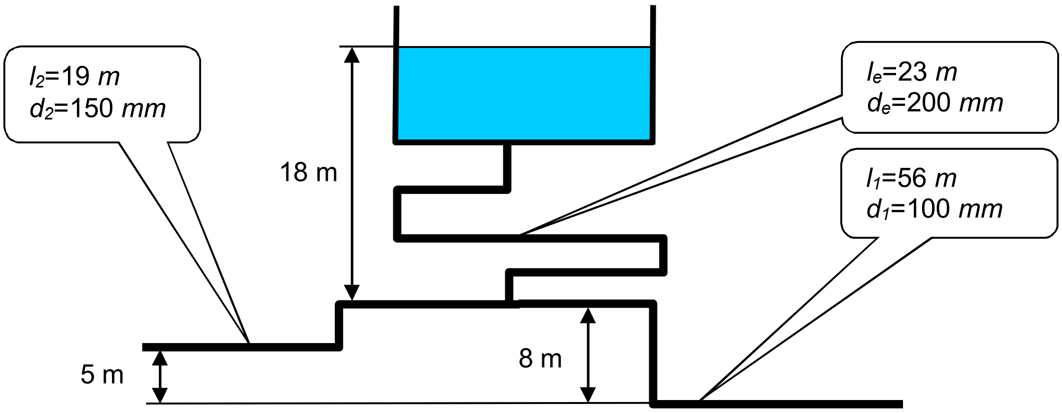
$\frac{\dot{V}_x - \dot{V}}{\dot{V}} = \frac{0{,}207 - 0{,}15}{0{,}15} = 0{,}38$ azaz 38%-kal szabad növelni, ha nem akarjuk, hogy a csővezetékes szállítás hatásfoka 75% alá essen.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/17. feladat megoldása

mb c

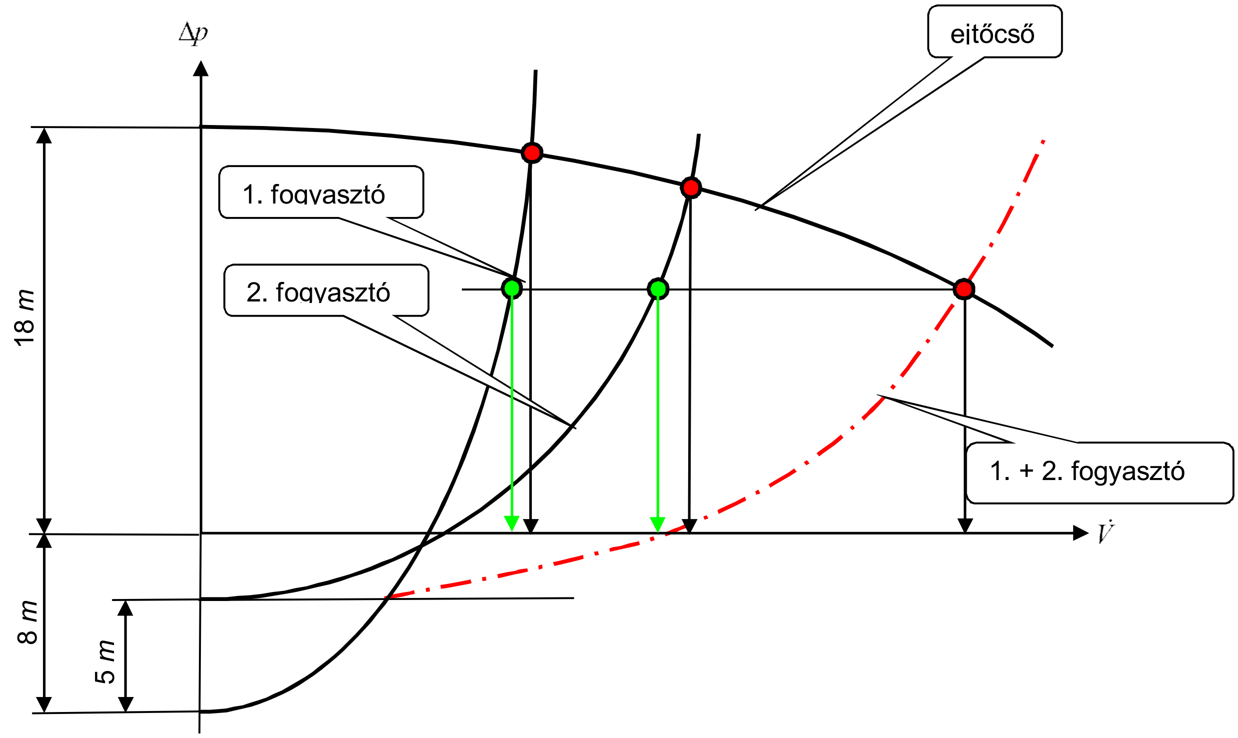


Először határozzuk meg az egyes csővezetékszakaszok állandóit a Hagen-Poiseuille összefüggés alapján: $\Delta p' = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2} \cdot \rho = \left(\lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{16}{2 \cdot d^4 \cdot \pi^2} \cdot \rho \right) \cdot \dot{V}^2$

Az ejtőcső állandója: $B_e = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{16}{2 \cdot d^4 \cdot \pi^2} \cdot \rho = 0{,}025 \cdot \frac{23}{0{,}2} \cdot \frac{16}{2 \cdot 0{,}2^4 \cdot \pi^2} \cdot 1000 = 1{,}456 \cdot 10^6 \left(\frac{Pa}{\left(\frac{m^3}{s} \right)^2} \right)$.

Az 1 jelű fogyasztóé $1{,}134 \cdot 10^8$ (*Pa/(m³/sec)²*), a 2 jelűé pedig $5.07 \cdot 10^6$ (*Pa/(m³/sec)²*).

A három vezeték elágazási pontjára nézve biztosan igaz, hogy a nyomás – akárhonnan is számítjuk – mindig azonos kell legyen. Készíthetünk tehát egy ábrát, ahol a térfogatáram függvényében a nyomásveszteséget ábrázoljuk figyelembe véve, hogy az egyes csővezetékágak végpontja az elágazási ponthoz képest hogyan helyezkedik el:



A jelleggörbék tehát rendre:

$$\Delta p_e = 18 \cdot 10^4 - 1{,}465 \cdot 10^6 \dot{V}^2$$

$$\Delta p_1 = -8 \cdot 10^4 + 1{,}134 \cdot 10^8 \dot{V}^2$$

$$\Delta p_2 = -3 \cdot 10^4 + 5{,}07 \cdot 10^6 \dot{V}^2$$

Léptékhelyes ábrázolás esetén a három jelleggörbét ábrázolva leolvashatók a keresett térfogatáramok.
Analitikus megoldás estén az 1. fogyasztó által vételezhető vízmennyiség (ha a 2. fogyasztó nem vételez!):

$$\Delta p_e = 18 \cdot 10^4 - 1{,}465 \cdot 10^6 \cdot \dot{V}^2 = -8 \cdot 10^4 + 1{,}134 \cdot 10^8 \cdot V^2 = \Delta p_1$$

ahonnan a vételezhető vízmennyiség 0,04764 m^3/s, azaz kb. 47,6 *l/s*.
Hasonló módon a 2. fogyasztó által vételezhető vízmennyiség egyedüli üzemben 0,184 m^3/s azaz 184 *l/s*.
Amikor a két fogyasztó együttesen vételez, akkor a kettőjük által összesen vételezett vízmennyiség halad az ejtőcsőben, tehát a két jelleggörbét „vízszintesen” össze kell adni. Az eredménygörbét mutatja a piros pont-vonal. Ezt egy léptékhelyes ábrában viszonylag könnyen meg lehet tenni és a piros színű pont-vonalnak az ejtőcsővel adódó metszéspontjánál leolvasható az együttes üzem esetén a két fogyasztó által összesen vételezhető vízmennyiség. Ezt a metszésponthoz húzott vízszintes mentén oszthatjuk szét a két fogyasztó között.

Az analitikus megoldás direkt formában nem állítható elő. Egy sorozatos próbálkozást tartalmazó megoldás azonban, a fenti ábra alapján, az elágazási pontra felépíthető a következők szerint. Az elágazási pontban a nyomás értékét lépésenként csökkentjük és minden esetben kiszámítjuk külön-külön a két ágban adódó térfogatáramokat, majd azok összegével az ejtőcső mentén az elágazási pontban adódó nyomást. Amennyiben a visszaszámolásnál a kiindulási értékkel jól egyező értéket kapunk akkor megtaláltuk a megoldást.
Ezzel a módszerrel elvégezve a számítást, az együttes üzem esetén az 1. fogyasztó másodpercenként kb. 41,5, a 2. fogyasztó pedig kb. 169,3 *liter* vizet tud vételezni. Ekkor az elágazási pontban a nyomás kb. 115305 *Pa*.

Az eredményeket az ábrával összevetve megállapíthatjuk, hogy azok helyesek lehetnek, mivel mindkét fogyasztóra kisebb vízmennyiséget kaptunk, mint az egyedi üzemben.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/18. feladat megoldása

A nyitott csatornában kialakuló áramlás sebességét a Chézy-képlettel ($c = \sqrt{\frac{2d_e \cdot g \cdot i}{\lambda}}$) lehet meghatározni, mely ezúttal két ismeretlent is tartalmaz, mivel a sebesség mellett a vízmélység is ismeretlen, azaz a csatorna hidraulikai (egyenértékű) átmérőjét ($d_e = \frac{4b \cdot m}{b + 2m}$) sem ismerjük.

Ugyanakkor az áramlási sebesség felírható az ismert térfogatárammal is ($c = \frac{\dot{V}}{bm}$).

A sebességre vonatkozó két egyenletet egymással egyenlővé téve, behelyettesítve az egyenértékű átmérő fenti összefüggését és rendezve az egyenletet, a következő, a vízmélységre vonatkozóan harmadfokú eredményt kapjuk:

$$8 \cdot i \cdot b^3 \cdot g \cdot m^3 = \lambda \cdot b \cdot \dot{V}^2 + 2 \cdot \lambda \cdot \dot{V}^2 \cdot m$$

Az egyenletnek legfeljebb három gyöke van, melyek közül azonban csak egy lehet pozitív. A megoldás sorozatos közelítéssel kapható meg.

A kiindulási érték meghatározásához pl. hagyjuk el a jobb oldalon lévő elsőfokú tagot. Így a vízmélység kezdeti értéke 0,13758. Ezt visszahelyettesítve, majd szisztematikusan új értékeket felvéve a megoldáshoz juthatunk.

	bal oldal	jobb oldal
$\mathrm{m_k} = 0{,}13758$	0,00008	0,00016
$\mathrm{m_1} = 2 \cdot \mathrm{m_k} = 0{,}27516$	0,00068	0,00024
$\mathrm{m_2} = \frac{\mathrm{m_1} + \mathrm{m_k}}{2} = 0{,}20637$	0,00028	0,00020
$\mathrm{m_3} = \frac{\mathrm{m_2} + \mathrm{m_k}}{2} = 0{,}17198$	0,00016	0,00018
$\mathrm{m_4} = \frac{\mathrm{m_2} + \mathrm{m_3}}{2} = 0{,}18917$	0,00022	0,00019
$m_5 = \frac{m_3 + m_4}{2} = 0{,}18057$	0,00019	0,00019

Tehát a vízmélység 0,18 *m*. Az áramlási sebesség 0,468 *m/sec*.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/19. feladat megoldása

$$d_e = 4 \cdot \frac{A}{K} = 4 \cdot \frac{0{,}3 \cdot 0{,}3}{0{,}3 + 2 \cdot 0{,}3} = 0{,}4\,(m)$$

$$c_o = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot d_e \cdot i}{\lambda}}$$

$$i = \frac{c^2 \cdot \lambda}{2 \cdot g \cdot d_e} = \frac{0{,}45 \cdot 0{,}277^2}{2 \cdot 0{,}4 \cdot 10} = 4{,}31 \cdot 10^{-3} = 0{,}43\%$$

$$\dot{V} = 1500\left(\frac{l}{perc}\right) = 0{,}025\left(\frac{m^3}{s}\right)$$

$$\dot{V} = A \cdot c \rightarrow c = \frac{0{,}025}{0{,}09} = 0{,}277\left(\frac{m}{s}\right)$$

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/20. feladat megoldása

A lejtés növelésével a vízmélység csökken az áramlási sebesség pedig nő!
Először a térfogatáramot kell meghatározni, mivel ez azonos kell legyen a csatorna minden keresztmetszetében.

A vízmélység és a lejtés összetartozó érték párjára felírható a Chézy-képlet az itt érvényes sebesség kiszámításához. Mivel az egyenértékű átmérő ezen a helyen $d_e = 4 \cdot \frac{A}{K} = 4 \cdot \frac{2{,}6 \cdot 3}{3 + 2 \cdot 2{,}6} = 3{,}8\,(m)$, a keresett helyen az áramlási sebesség:

$$c_o = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot d_e \cdot i}{\lambda}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 3{,}8 \cdot 0{,}012}{0{,}5}} = 1{,}35\left(\frac{m}{s}\right).$$

Ezzel a térfogatáram: $\dot{V} = c_o \cdot A = 1{,}35 \cdot 2{,}6 \cdot 3 = 10{,}53\left(\frac{m^3}{s}\right)$.

A lejtés addig csökkenthető, amíg a vízmélység el nem éri a csatorna fizika mélységének értékét. További csökkentés azért nem lehetséges, mert akkor azon a szakaszon a csatorna kiönt. Tehát a minimális lejtéshez a maximális vízmélység (3 *m*) tartozik.
Ekkor a hidraulikai átmérő: $d_e = 4 \cdot \frac{A}{K} = 4 \cdot \frac{3 \cdot 3}{3 + 2 \cdot 3} = 4\,(m)$. Tudva, hogy a térfogatáram ezen a szakaszon is az előbb kiszámított kell legyen (tömegmegmaradás törvénye!), az ezen vízmélységhez tartozó áramlási sebesség, mely a minimális érték: $c_{\min} = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{10{,}35}{3 \cdot 3} = 1{,}17\left(\frac{m}{s}\right)$.
Ezt az értéket a Chézy-féle képletbe helyettesítve nehézség nélkül kiszámítható a lejtés minimális értéke: $i_{\min} = \frac{c_{\min}^2 \cdot \lambda}{2 \cdot g \cdot d_{e,\max}} = \frac{1{,}15^2 \cdot 0{,}5}{2 \cdot 10 \cdot 4} \approx 0{,}0085$, azaz kb. 0,85 %.

Teljesen hasonló módszert követve a minimális vízmélységhez (2,2 *m*) tartozó hidraulikai átmérő

$d_e = \frac{4 \cdot 2{,}2 \cdot 3}{2 \cdot 2{,}2 + 3} = 3{,}57 \ \ (m)$, az áramlási sebesség, mely a maximális érték lesz, kb. 1,6 *m/sec*. A lejtés maximális értéke pedig $i_{\max} = \frac{c_{\max}^2 \cdot \lambda}{2 \cdot g \cdot d_{e,\min}} = \frac{1{,}6^2 \cdot 0{,}5}{2 \cdot 10 \cdot 3{,}57} \approx 0{,}018$, azaz kb. 1,8 %.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/21. feladat megoldása

A csatornába legfeljebb annyi vizet lehet engedni időegység alatt, ami a legkisebb lejtésű szakaszon (ahol a sebesség a legkisebb) a szelvény teljes teltségét eredményezi.

Először tehát ki kell számítani a teljesen megtelt szelvény egyenértékű átmérőjét:

$$d_e = 4 \cdot \frac{A}{K} = 4 \cdot \frac{15 \cdot 3{,}5}{15 + 2 \cdot 3{,}5} = 9{,}55\,(m)$$

Ismerve az ehhez tartozó lejtést kiszámítható az áramlási sebesség:

$$c_{\min} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot d_e \cdot i}{\lambda}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 9{,}55 \cdot 0{,}0023}{0{,}63}} \approx 0{,}84\left(\frac{m}{s}\right)$$

Amivel a térfogatáram lehetséges maximuma: $\dot{V}_{\max} = c_{\min} \cdot A = 0{,}84 \cdot 15 \cdot 3{,}5 = 44{,}1\left(\frac{m^3}{s}\right)$.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/22. feladat megoldása

Az egyenértékű átmérő: $d_e = 4 \cdot \frac{A}{K} = 4 \cdot \frac{0{,}6 \cdot 0{,}275}{0{,}6 + 2 \cdot 0{,}275} = 0{,}574\,(m)$

Az áramlási sebesség: $c = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\frac{4700}{1000 \cdot 60}}{0{,}6 \cdot 0{,}275} = 0{,}475\left(\frac{m}{s}\right)$

A keresett hidraulikai ellenállási tényező: $\lambda = \frac{2 \cdot g \cdot d_e \cdot i}{c^2} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 0{,}574 \cdot 0{,}009}{0{,}475^2} \approx 0{,}46$

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/23. feladat megoldása

$$m \cdot g \cdot \mu_g \cdot v = c_e \cdot A_h \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \rho \cdot v$$

Behelyettesítés és rendezés után $v = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot g \cdot \mu_g}{c_e \cdot A_h \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 900 \cdot 10 \cdot 0{,}03}{0{,}3 \cdot 2{,}9 \cdot 1{,}15}} = 23{,}23\left(\frac{m}{s}\right)$, ami kb. 83,6 *km/h* sebességnek felel meg.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/24. feladat megoldása

A felhajtóerő: $F_f = c_f \cdot A \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \rho = 0{,}6 \cdot 250 \cdot \frac{\left(\frac{300}{3{,}6}\right)^2}{2} \cdot 1{,}2 = 625\,(kN)$. Ebből kivonva a repülőgép saját súlyát ($G = m_o \cdot g = 45 \cdot 1000 \cdot 10 = 450\,(kN)$, a rakomány súlya 175 *kN*, tömeg tehát 17,5 *tonna*.

A szükséges teljesítmény az ellenállási erő és a repülési sebesség szorzata:

$F_e = (c_{esz} \cdot A_{sz} + c_{et} \cdot A_t) \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \rho = (0{,}05 \cdot 250 + 0{,}09 \cdot 7) \cdot \frac{\left(\frac{300}{3{,}6}\right)^2}{2} \cdot 1{,}2 = 54{,}7\,(kN)$ a teljesítmény pedig $P = F_e \cdot v = 54{,}7 \cdot \left(\frac{300}{3{,}6}\right) = 4558\,(kW)$.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/25. feladat megoldása

Meg kell határoznunk a méréskor érvényes áramlási sebességet: $v_m = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{400}{\frac{3^2 \cdot \pi}{4}} \approx 56{,}6\left(\frac{m}{s}\right)$.

Az alaki ellenállás tényezője: $c_e = \frac{F}{A_h \cdot \frac{v_m^2}{2} \cdot \rho} = \frac{153}{\frac{3435}{10^4} \cdot \frac{56{,}6^2}{2} \cdot 1{,}12} = 0{,}248$.

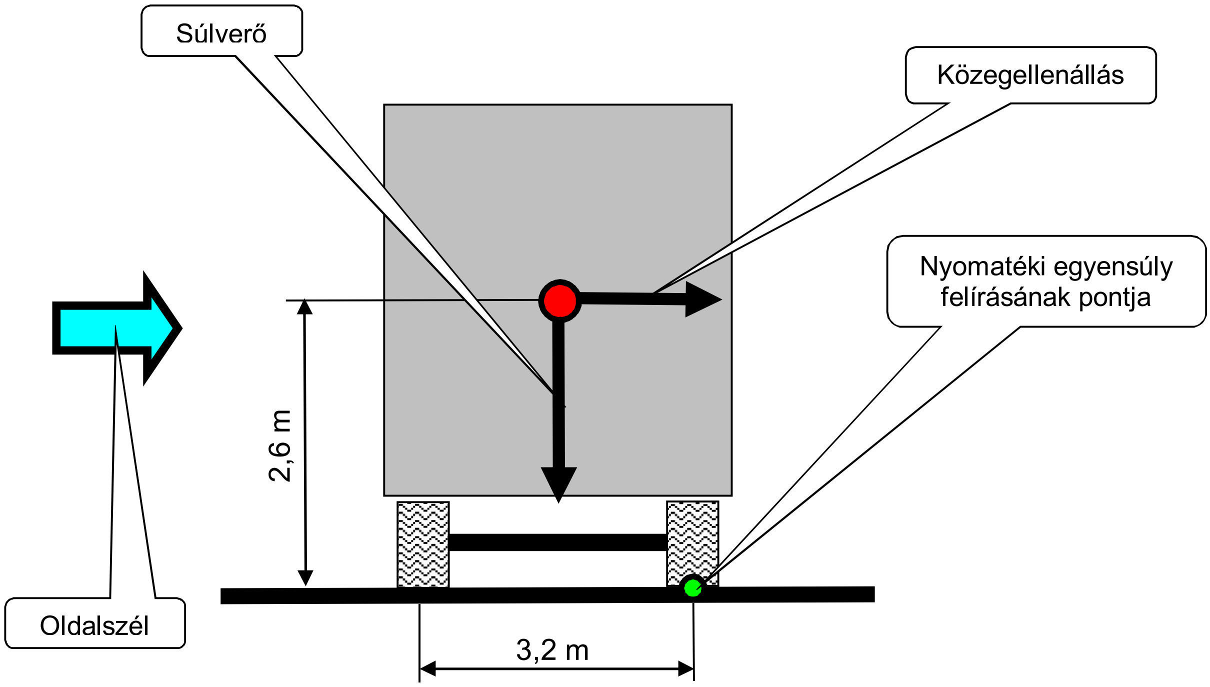
A valóság és a modellkísérlet közötti áramlástani hasonlóság akkor áll fenn, ha a jelenségre jellemző hasonlósági kritérium, ami ebben az esetben a *Re*-szám, mindkét esetben azonos $\mathrm{Re}_m = \frac{v_m \cdot d_m}{\upsilon_m} = \frac{v_v \cdot d_v}{\upsilon_v} = \mathrm{Re}_v$. Tekintettel arra, hogy mindkét esetben levegőről van szó, így a kinematikai viszkozitás legalábbis közel azonos. Mivel a minta 1:3 méretarányú, a valóságos járműre jellemző bármely lineáris méret éppen a modell megfelelő lineáris mértének éppen háromszorosa: $v_m \cdot d_m = v_v \cdot 3 \cdot d_m$, az a valóságos sebesség,a mikor a körülmények éppen hasonlóak lesznek, tehát az ellenállási tényező is éppen a mért értékkel fog megegyezni $v_v = \frac{v_m}{3} = \frac{56{,}6}{3} \approx 18{,}9\left(\frac{m}{s}\right)$, azaz kb. 68 *km/h*.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/26. feladat megoldása

Az oldalirányú szél abban az esetben jelenthet veszélyt, ha a keletkező oldalirányú erőből számítható billentő nyomaték nagyobb, mint a súlyerőből származó stabilizáló nyomaték vagy az útpálya és a kerekek közötti súrlódási erő kisebb mint a keresztirányú erő, mely a közegellenállásból származik.



A közegellenállási erő: $F_e = c_e \cdot A_o \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \rho = 0{,}91 \cdot 2{,}8 \cdot 18 \cdot \frac{\left(\frac{120}{3{,}6}\right)^2}{2} \cdot 1{,}2 \approx 30{,}6\,(kN)$

Az ábrán megjelölt pontra a billentő nyomaték: $M_{bil} = F_e \cdot h_s = 30{,}6 \cdot 2{,}6 \approx 79{,}6\,(kNm)$.

Ugyanerre a pontra a stabilizáló nyomaték: $M_{st} = G \cdot \frac{h_{ny}}{2} = 20 \cdot 10 \cdot \frac{3{,}2}{2} \approx 320\,(kNm)$. Tehát a stabilizáló nyomaték lényegesen nagyobb a billentőnél. Ebből a szempontból tehát nincs veszély.

A kerekek és az útpálya közötti súrlódási erő: $F_s = G \cdot \mu_o = 20 \cdot 10 \cdot 0{,}25 \approx 50\,(kN)$

Tehát ebből a szempontból sincs veszély, mivel ez az erő felülmúlja a közegellenállásból származó keresztirányú erő.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/27. feladat megoldása

A lapra ható közegellenállási erő összefüggéséből:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot F_e}{c_e \cdot A \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 13{,}6}{1{,}1 \cdot 30 \cdot 30 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}22}} \approx 15\left(\frac{m}{s}\right)$$

A keresett szélsebesség tehát kb. 54 *km/h*.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/28. feladat megoldása

A keletkező felhajtóerőnek a súlyerő leküzdése mellet a repülőgép emelkedése közben keletkező függőleges irányú ellenállási erőt is fedeznie kell:

$F_f = c_f \cdot A_{sz} \cdot \frac{v_h^2}{2} \cdot \rho = m \cdot g + c_e \cdot A_{vh} \cdot \frac{v_e^2}{2} \cdot \rho$. Ebből az egyenletből a szükséges sebesség:

$$v_h = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(m \cdot g + c_e \cdot A_{vh} \cdot \frac{v_e^2}{2} \cdot \rho \right)}{c_f \cdot A_{sz} \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(6500 \cdot g + 0{,}48 \cdot 123 \cdot \frac{16{,}67^2}{2} \cdot 1{,}07 \right)}{0{,}68 \cdot 48 \cdot 1{,}07}} \approx 65 \left(\frac{m}{s} \right)$$

, azaz kb. 234 *km/h*.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

VK/29. feladat megoldása

Az adott haladási sebességgel a kanyarban $F_{cf} = m \cdot \frac{v^2}{r} = 980 \cdot \frac{36{,}111^2}{300} = 4259 \ (N)$ centrifugális erő hat. Az ezzel egyensúlyt tartó súrlódási erő számításánál a súlyerőből le kell vonni a felhajtóerőt

$$F_e = c_f \cdot A_0 \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \rho = 0{,}23 \cdot 2{,}73 \cdot \frac{36{,}111^2}{2} \cdot 1{,}2 = 491 \ (N)$$

$$G = 980 \cdot 10 = 9800 \ (N)$$

$$F_s = G \cdot \mu_0 = (9800 - 491) \cdot 0{,}42 = 3909{,}66 \ (N)$$

Így a súrlódási erő kevesebb a centrifugális erőnél, tehát kisodródás történhet.

Vissza a feladathoz …

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺